

文章编号: 0253-2697(2013)04-0753-06 DOI:10.7623/syxb201304017

全井钻柱系统多体动力学模型

程载斌¹ 姜 伟² 任革学³ 周建良¹ 蒋世全¹ 杨蔡进³ 何保生⁴

(1. 中海油研究总院技术研发中心 北京 100027; 2. 中国海洋石油总公司工程技术部 北京 100010;
3. 清华大学航天航空学院力学系 北京 100084; 4. 中海油研究总院钻采研究院 北京 100027)

摘要:采用绝对节点坐标法建立了三维井眼全井钻柱系统多体动力学模型,将大长细比全井钻柱离散为绝对节点坐标梁单元,讨论了梁单元格式,并研究了井口、钻头处边界以及钻柱与井壁的接触/摩擦模型,给出了包含绝对节点坐标梁单元的钻柱系统运动方程。采用向后差分法求解微分-代数方程组,全面计算分析了全井钻柱系统的受力变形、摩阻扭矩、耦合振动、涡动、动力屈曲等力学特性,可在钻柱动力学研究和工程应用中发挥作用。

关键词:全井钻柱系统;多体动力学模型;绝对节点坐标法;耦合振动;涡动

中图分类号:TE929 **文献标识码:**A

A multibody dynamical model of full-hole drillstring system

CHENG Zaibin¹ JIANG Wei² REN Gexue³ ZHOU Jianliang¹ JIANG Shiquan¹ YANG Caijin³ HE Baosheng⁴

(1. Technology Research Center, CNOOC Research Institute, Beijing 100027, China; 2. CNOOC Engineering Technology Department, Beijing 100010, China; 3. Department of Engineering Mechanics, School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 4. Drilling Research Institute, CNOOC Research Institute, Beijing 100027, China)

Abstract: It is necessary for improving drilling efficiency and safety to investigate drillstring dynamics. A multibody dynamical model for 3D full-hole drillstring system was proposed based on the absolute nodal coordinate formulation (ANCF). The large fineness ratio of full-hole drillstring could be discretized into ANCF beam elements with the model and the format of beam elements was discussed. The absolute nodal coordinate formulation of beam elements and boundary conditions at wellhead and bit, as well as a contact/friction model between drillstring and wellbore were also investigated. A dynamic governing equation set for the full-hole drillstring system that contain ANCF was given and solved with the backward differentiation formulation (BDF) for differential algebraic equations (DAEs). The analysis of deformation, drag and torque, coupled vibration, whirling and dynamic buckling of the full-hole drillstring system was carried out, and the results showed that it can play an active role in drillstring dynamics researches and engineering applications.

Key words: full-hole drillstring system; multi-body dynamical model; absolute nodal coordinate formulation; coupled vibration; whirling

现代钻井工程中,全井段钻柱长细比可达 $10^4 \sim 10^5$,钻柱的高速旋转使其在充满钻井液的狭长井眼内处于十分复杂的受力、变形和运动状态。目前还无法对钻柱系统动力学、运动学特性进行准确描述和精确计算。

以往研究全井钻柱系统动力学特性的方法主要有(半)解析法^[1-4]和有限单元法^[5-16]。(半)解析法由于假设较多,与工程实际差距较大。有限单元法虽是一种具有理论意义和工程应用价值的数值计算方法,但对于大长细比柔性钻柱系统,无论采用直梁单元还是曲梁单元,都需要大量节点描述其动力学特性,求解速

度慢;同时,有限元梁单元采用有限转角作为节点广义坐标,无法准确描述大长细比柔性钻柱在狭长井眼约束下的复杂受力、变形、运动和大规模接触碰撞。鉴于此,笔者提出了一种基于绝对节点坐标法的全井钻柱系统多体动力学建模和求解方法。

1 绝对节点坐标梁单元

绝对节点坐标法采用定义在全局坐标系下的空间坐标及其梯度作为广义坐标,克服了传统柔性体描述方法(如浮动标架法、共旋坐标法、相对节点位移法及大转动向量法)由于固连在柔性体上的局部参考坐标

基金项目:国家高技术研究发展计划(863)重点攻关项目“旋转导向钻井系统工程化技术研究”(2007AA090801)和国家重大科技专项“多枝导流适度出砂技术”(2008ZX05024-003)资助。

第一作者及通信作者:程载斌,男,1978年8月生,2001年获太原理工大学学士学位,2008年获中国科学院力学研究所博士学位,现为中海油研究总院技术研发中心钻井工程师,主要从事旋转导向钻井、钻井工程力学研究。Email:chengzb@cnooc.com.cn

系而导致运动方程高度非线性^[17]的缺点。同时,采用严格的微分几何方法描述柔性体的弯曲率和扭曲率,在处理大位移、大转动和大变形问题时具有速度和精度上的优势。

本文将大长细比柔性钻柱系统离散为绝对节点坐标梁单元,该梁单元基于文献[18]和[19],遵循 Euler-Bernoulli 梁假设。

1.1 单元广义坐标与插值函数

Euler-Bernoulli 梁具有刚性截面,并在变形时始终保持垂直于中心轴的切线方向。如图 1 所示,梁单元初始构型为直线型,其变形后的刚性截面可由轴线的全局坐标位置 r 和物质坐标系 $[t, m, n]$ 描述,矢量 t 为轴线切线方向,矢量 m, n 为截面惯性主轴方向。

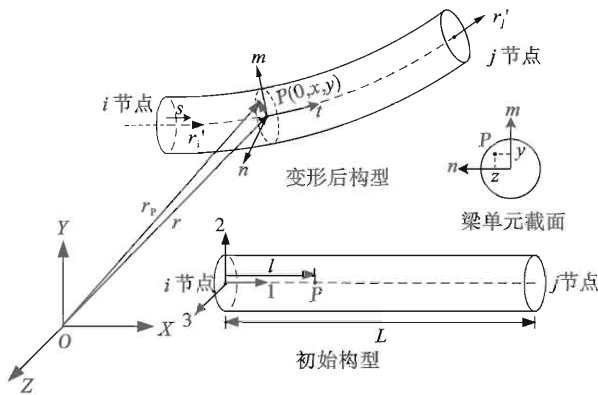


图 1 Euler-Bernoulli 梁单元

Fig. 1 Beam element on absolute nodal coordinate

$[t, m, n]$ 可通过依次绕体轴 1、2、3 旋转的一组欧拉角 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 描述并简化为

$$t = \frac{r'}{\|r'_T r'\|} = i = [i_1 \ i_2 \ i_3]^T$$

$$m = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1) \frac{i_2}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \sin(\theta_1) \frac{i_1 i_3}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \sin(\theta_1) \frac{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}}{\sqrt{i^T i}} \end{bmatrix}^T$$

$$n = \begin{bmatrix} \sin(\theta_1) \frac{i_2}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}} - \cos(\theta_1) \frac{i_3}{\sqrt{i^T i} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \frac{i_1}{\sqrt{i^T i} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \\ -\sin(\theta_1) \frac{i_1}{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}} - \cos(\theta_1) \frac{i_3}{\sqrt{i^T i} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \frac{i_2}{\sqrt{i^T i} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}} \\ \cos(\theta_1) \frac{\sqrt{i_1^2 + i_2^2}}{\sqrt{i^T i}} \end{bmatrix}$$

式中,“'”表示对梁轴线上物质坐标 l 的导数。

变形后,局部坐标系为 $[0, y, z]$ 的梁截面上任意物质点 P 的位置可以表示为

$$r_p = r + m y + n z \tag{2}$$

则梁单元的广义坐标为

$$q = [r_i^T \ \theta_i \ r_j'^T \ r_j^T \ \theta_j \ r_j'^T]^T \tag{3}$$

式中:下标‘ i ’、‘ j ’表示梁单元两端节点,上标‘ T ’表示矩阵转置。该梁单元每个节点有 7 个自由度,相比 Shabana A A^[20] 提出的每节点 12 个自由度梁单元,节省了计算量。

单元内任意点 P 的位置可通过对广义坐标 q 进行插值直接给出。

令

$$N_1(s) = \frac{1}{4}(s-1)^2(2+s)$$

$$N_2(s) = \frac{1}{4}(s+1)^2(2-s)$$

$$N_3(s) = \frac{L}{8}(s-1)^2(s+1)$$

$$N_4(s) = \frac{L}{8}(s+1)^2(s-1)$$

$$N_5(s) = \frac{(1-s)}{2}$$

$$N_6(s) = \frac{(1+s)}{2}$$

$$s = \frac{2l}{L} - 1$$

则得

$$\begin{cases} r(s) = N_1(s)r_i^T + N_2(s)r_j^T + N_3(s)r_i'^T + N_4(s)r_j'^T \\ \theta(s) = N_5(s)\theta_i + N_6(s)\theta_j \end{cases} \tag{4}$$

式中: s 为变形后梁轴线坐标,单元位置、位置导数的形函数; $N_i(s)(i=1,2,3,4)$ 为 Hermite 插值函数;Euler 角的形函数 $N_r(s)(r=5,6)$ 为线性插值函数。

式(4)体现出绝对节点坐标方法与传统有限元方法的一个显著区别,即利用节点坐标进行插值,而在有限元方法中则使用节点位移进行插值。

1.2 单元动能与弹性能描述

若不计 Euler-Bernoulli 梁刚性截面的转动惯性,则有

$$T_e = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho \dot{r}_p^T \dot{r}_p dA dl = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_e \dot{q} \tag{5}$$

式中: T_e 为梁单元动能; J, ρ 为材料密度, kg/m^3 ; A 为截面积, m^2 ; M_e 为单元的质量矩阵,与时间无关,并可对多体系统非线性方程的稀疏矩阵结构进行优化,其表达式为

$$M_e = \int_0^L \rho \left(AN_i^T N_i + J_{zz} \frac{\partial m^T}{\partial q} \frac{\partial m}{\partial q} + J_{yy} \frac{\partial n^T}{\partial q} \frac{\partial n}{\partial q} \right) dl \tag{6}$$

式中: $J_{yy} = \int_A z^2 dA, J_{zz} = \int_A y^2 dA$ 分别为梁截面对 Y 轴和 Z 轴的惯性矩, m^4 。

由单元内一点的位置,可以定义该点的非线性格

林应变张量为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial x} \right)^T \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial x} - \mathbf{I} \right] \quad (7)$$

式中: $\frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial x}$ 为对 $[l, y, z]$ 梁截面求偏导; \mathbf{I} 为单位应变张量, 无量纲。

定义梁轴线上工程正应变为

$$\epsilon_0 = \sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'} - 1 \quad (8)$$

简化工程正应变和工程剪应变可得:

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\mathbf{r}'^T \mathbf{m}'}{\sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'}} y + \frac{\mathbf{r}'^T \mathbf{n}'}{\sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'}} z \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\mathbf{m}^T \mathbf{n}'}{\sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'}}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\mathbf{m}'^T \mathbf{n} y}{\sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'}} \quad (10)$$

式中: ϵ 为 X 轴方向的工程正应变, 无量纲; γ_{xy} 和 γ_{xz} 分别为 XY 和 XZ 平面内的工程剪应变, 无量纲。

本构关系定义在工程正应变和工程剪应变基础上。因此, 考虑梁单元轴向、弯曲和扭转变形的弹性能为

$$U_e = \frac{1}{2} \int_0^l (EA\epsilon_0^2 + GJ_T \kappa_1^2 + EJ_{yy} \kappa_2^2 + EJ_{zz} \kappa_3^2) dl \quad (11)$$

其中:

$$J_T = \int_A (y^2 + z^2) dA$$

$$\kappa_1 = \frac{\mathbf{m}'^T \mathbf{n}}{\sqrt{\mathbf{r}'^T \mathbf{r}'}}$$

$$\kappa_2 = \mathbf{t}^T \mathbf{n}'$$

$$\kappa_3 = \mathbf{t}'^T \mathbf{m}$$

式中: E 为杨氏模量, Pa; G 为剪切模量, Pa; J_T 为梁截面对坐标原点 O 的极惯性矩, m^4 ; κ_1 、 κ_2 和 κ_3 分别表示扭曲曲率和两个方向的弯曲曲率, m^{-1} 。

绝对节点坐标法直接利用格林应变推导单元应变能, 无小变形假设, 可以准确地描述大变形柔性体。同时, 单元弹性能推导过程中保留了格林应变的非线性项, 可以通过格林应变直接描述单元的大变形和大转动, 无需引入浮动坐标系。

2 全井钻柱系统多体动力学建模

全井钻柱系统力学建模包括: 钻柱系统建模、钻柱与井壁的接触/摩擦描述以及井口和钻头处的边界条件。大长细比柔性钻柱离散方法为绝对节点坐标梁单元法, 钻头和稳定器离散为刚体, 钻井液的影响包含在附加质量系数^[21]、系统阻尼和钻柱与井壁的摩擦系数表征中。

2.1 钻柱与井壁接触/摩擦描述

钻柱与井壁的接触模型一般可采用罚函数法^[4,6]、间隙元法^[15]或恢复系数法^[16]进行描述。其中基于冲量定理的恢复系数法会导致数值计算时的刚性问题, 而间隙元法和基于连续接触力的罚函数法则会避免刚性问题。本文采用连续接触力方法, 钻柱与井壁的接触采用“点—圆柱面”检测方法, 通过计算检测钻柱梁单元轴线上的点到井壁的距离来判断该检测点是否侵入井壁(图 2)。

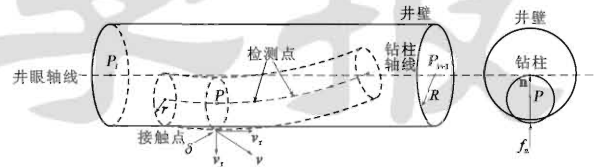


图 2 钻柱与井壁接触检测模型

Fig. 2 Contact model between drillstring and wellbore

当钻柱轴线上的检测点 P 与井眼轴线 $P_i P_{i+1}$ 的距离大于井眼半径 R 与钻柱半径 r 之差时, 钻柱与井壁发生接触。在钻柱梁单元轴线上布置若干个检测点, 这些检测点可以均匀分布在单元内, 也可以是单元内的高斯积分点。通过改变接触检测点与井壁的检测距离可模拟钻杆接头效应。

作用在接触点上的碰撞摩擦力 \mathbf{f} 可由赫兹接触模型^[22]计算得到

$$\mathbf{f} = f_n \mathbf{n} + f_t \mathbf{t} \quad (12)$$

式中: \mathbf{n} 为碰撞法向单位矢量; f_n 为法向碰撞力, N, f_n 可由如下公式计算^[23]

$$f_n = k\delta^{e_1} + c \frac{\dot{\delta}}{|\dot{\delta}|} |\dot{\delta}|^2 \delta^{e_3} \quad (13)$$

式中: k 为弹簧刚度, N/m; c 为阻尼系数, N·s/m, 其值可由实验测量方法确定; 指数 e_1 和 e_2 描述非线性碰撞力, 指数 e_3 描述压痕阻尼效应; δ 为钻柱和井壁之间的侵入量, m; $\dot{\delta}$ 为 δ 的时间变化率, m/s。

式(12)中 \mathbf{t} 为切向单位矢量, 定义 $\mathbf{t} = \mathbf{v}_t / \|\mathbf{v}_t\|$, 切向速度 \mathbf{v}_t 为

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_r - (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \quad (14)$$

式中: \mathbf{v}_r 为两个检测体接触点之间的相对速度, m/s。

根据库伦摩擦理论, 摩擦力 f_t 为

$$f_t = \mu(|\mathbf{v}_t|) f_n \quad (15)$$

式中, 摩擦系数 μ 是切向相对速度 v_t 的非线性函数。

2.2 边界条件

井口横向边界条件采用刚度较大的弹簧约束。

井口纵向边界条件分为 2 种: 纵向等效弹簧约束用于动力学问题研究, 顶驱简化为集中质量块, 静平衡构型计算后通过控制顶驱下放位置控制钻压到期望

值;纵向速度约束用于下入、钻进过程中的运动学与动力学问题研究。

井口扭转边界条件所采用的电机驱动模型^[24],比恒定转速、恒定功率模型^[16,25]更符合钻井工程实际情况。顶驱的转动控制方程为

$$(J_{r1} + n^2 J_m) \ddot{\varphi}_{r1} + k_T (\varphi_{r1} - \varphi) + c_{r1} \dot{\varphi}_{r1} - n(K_m I) = 0 \quad (16)$$

式中: φ_{r1} 、 φ 分别为顶驱和钻头的转角,rad; J_{r1} 、 J_m 分别为顶驱和电机的转动惯量, $\text{kg}\cdot\text{m}^2$; n 为电机变速器齿轮的传动比; k_T 为钻柱系统的等效扭转刚度, $\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}$; c_{r1} 为扭转运动的阻尼, $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$; K_m 为电机常数, V/s ; I 为电机驱动电流,A。

电机动力学控制方程为

$$L\dot{I} + R_m I + K_m n \dot{\varphi}_{r1} = V_c = K_m n \omega_d \quad (17)$$

式中: V_c 为电机输入电压,V; R_m 为电机等效阻抗, Ω ; L 为等效电感,H; ω_d 为电机转速,rad/s。

钻头与岩石的相互作用模型构成下端边界条件,准确地描述该边界条件较为困难,本文采用随机接触边界,钻头处轴向波动模型为

$$p_{\text{WOB}} = \begin{cases} k_c(x - s_0 f(\varphi)) & x \geq s_0 f(\varphi) \\ 0 & x < s_0 f(\varphi) \end{cases} \quad (18)$$

式中: p_{WOB} 为井底钻压,kN; k_c 为井底接触刚度,kN/m; $s_0 f(\varphi)$ 为井底形状变化函数; $x - s_0 f(\varphi)$ 为钻头与井底相对位移,m。

钻头扭矩可由轴向自由度和钻头转速来描述

$$M_{\text{TOB}} = p_{\text{WOB}} r_b \mu(\omega) = p_{\text{WOB}} r_b \mu_d \left(\tanh(\omega) + \frac{\alpha_1 \omega}{1 + \alpha_2 \omega^2} \right) \quad (19)$$

式中: M_{TOB} 为钻头扭矩, $\text{kN}\cdot\text{m}$; ω 为钻头转速,r/min; r_b 为钻头半径,m; μ_d 为扭转摩擦系数,无量纲; α_1 、 α_2 为摩擦相关系数,无量纲; $\mu(\omega)$ 是将扭矩与钻头转速相联系的函数。

钻进分析时,可采用井眼轨迹预测的三维钻速方程等模型。

2.3 系统动力学方程

全井钻柱系统动力学方程可由第一类拉格朗日方程导出

$$\begin{cases} M\ddot{q} + D\dot{q} + \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)^T - Q + \left(\frac{\partial C}{\partial q}\right)^T \lambda = 0 \\ C(q, \dot{q}, t) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中: M 为系统整体广义质量阵, D 为柔性体系统弹性阻尼矩阵, U 为系统弹性能, Q 为系统所受广义力向量, C 为系统整体约束方程, λ 表示对应的拉格朗日乘子向量。

$D\dot{q}$ 可由如下方程表示

$$D\dot{q} = \frac{\partial(M\dot{q})}{\partial q} \dot{q} - \left(\frac{\partial T}{\partial q}\right)^T \quad (21)$$

式中: T 为系统动能。系统动力学方程(20)为微分代数方程组。

3 数值算例

采用变步长、变阶的向后差分隐式积分算法^[26,27]求解系统动力学方程(20),其初始静平衡构型采用动力松弛法求解,阻尼系数 $\eta = 0.01$ 。求解器采用稀疏矩阵结构优化及并行计算技术以提高计算效率。

3.1 动态摩阻扭矩预测

大位移井钻井过程中的摩阻扭矩预测和控制是优化井眼轨迹、合理选择钻具的理论依据。目前采用的“软杆模型”和“硬杆模型”计算误差大,“事后”反算摩阻系数的方法又摆脱不了对摩阻系数的依赖性。

本文利用绝对节点坐标梁模型对动态摩阻/扭矩进行了预测。在静平衡构型基础上,最大井斜角 78.3° ,造斜段井眼曲率 $3^\circ/30\text{m}$,对大位移井计算了上提、下放、旋转钻柱工况下的全井钻柱系统动态摩阻扭矩,上提/下放速度为 $18\text{m}/\text{min}$,平均旋转转速为 $50\text{r}/\text{min}$ 。结果如图3和图4所示,在造斜点和造斜终点附近,出现明显的斜率突变。

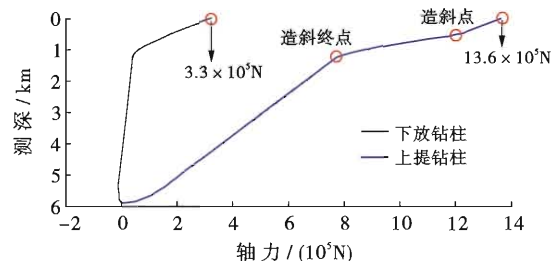


图3 上提、下放钻柱时轴力随测深的分布

Fig. 3 Axial force distribution curves along the measured depth while tripping in and out

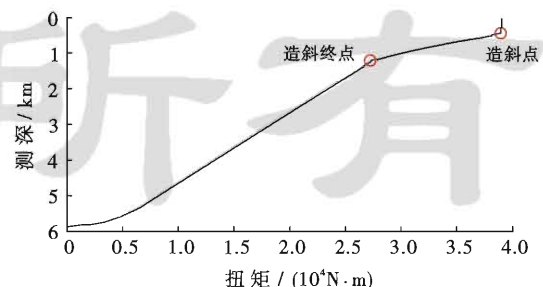


图4 旋转钻柱时扭矩随测深的分布

Fig. 4 Torque distribution curves along the measured depth while rotating drillstring

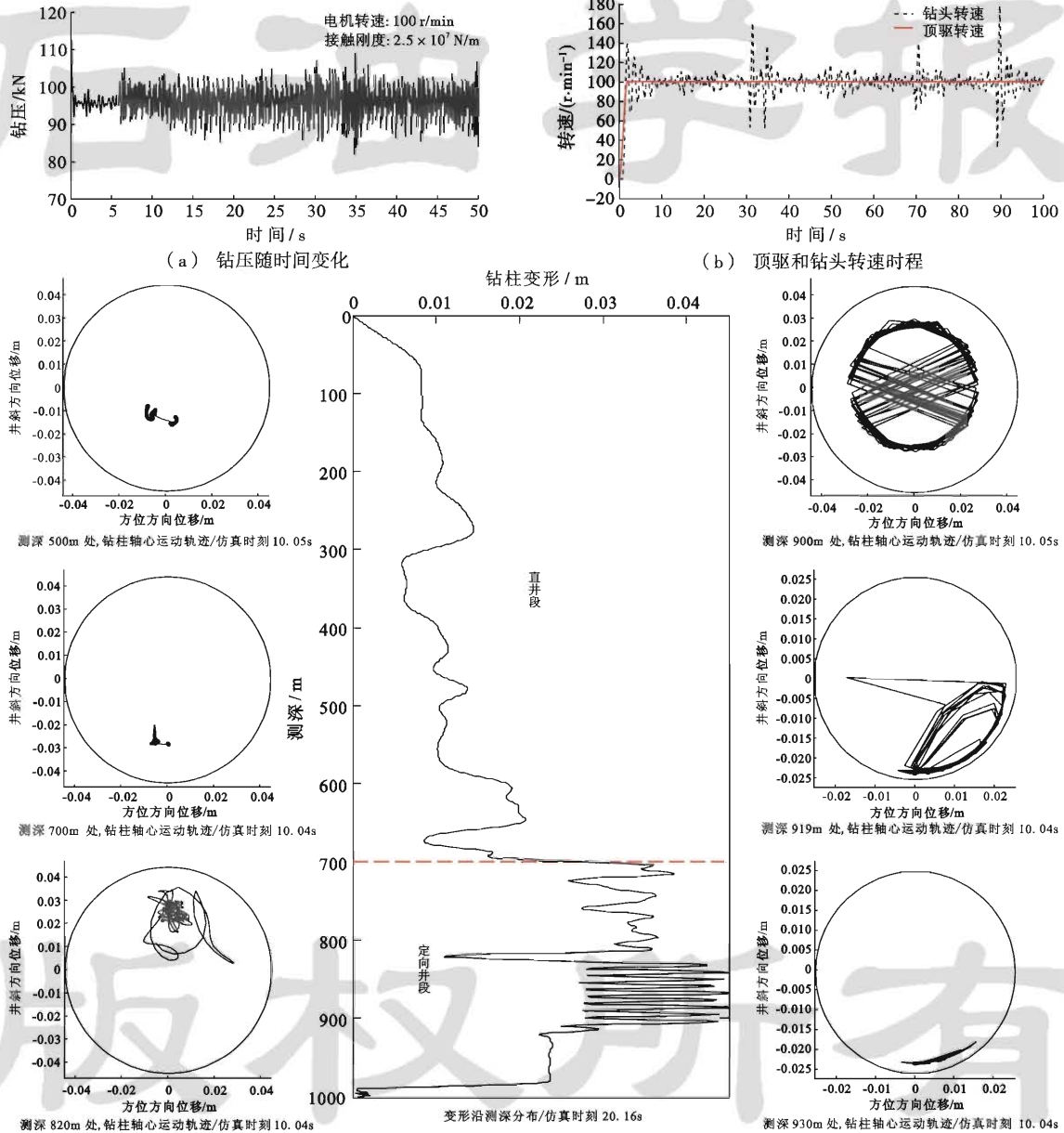
3.2 耦合振动分析

旋转钻进时,钻柱系统恶劣的工作环境极易引发钻柱的剧烈振动,包括纵向振动(钻压波动、跳钻现

象)、扭转振动(黏滑振动)、横向振动(涡动运动),三种振动的耦合将使钻柱的工作状态更加恶劣,严重影响钻井的效率和安全。

通过对最大井斜角 60° ,造斜段井眼曲率 $6^\circ/30\text{ m}$ 的小曲率定向井进行计算分析,全井钻柱系统耦合振动的数值计算结果如图 5 所示。图 5(a)为钻压时程,表明系统存在钻压波动;图 5(b)为顶驱和钻头的转速

时程对比,表明系统存在黏滑振动现象;图 5(c)为全井钻柱系统的变形分布以及不同测深处的钻柱在井眼截面内的运动情况,表明不同截面处存在涡动现象。测深 900 m 处钻柱涡动运动较为复杂,在井眼低边附近正向涡动半个圆弧后跳变到井眼高边附近转换为反向涡动,如此循环。测深 919 m 和 930 m 处的钻柱在井眼低边附近做往复运动,为正、反向涡动的相互转换。



(c) 井眼截面内钻柱轴心运动轨迹

图 5 全井钻柱系统耦合振动现象

Fig. 5 Coupled vibration phenomenon of the full hole drillstring system

3.3 动态屈曲分析

旋转钻进时,钻柱所受轴向载荷达到临界载荷将使钻柱发生屈曲,包括正弦屈曲、螺旋屈曲以及两种屈曲模式之间的转换。本文采用逐渐加大钻压(80~150 kN)的方法研究旋转钻柱系统的动态屈曲行为,通过

钻柱系统的变形、弯矩分布以及与井壁的接触加以判断,可在动态过程中捕捉到屈曲现象。以直井为例,图 6 给出了处于两个不同时刻的整体钻柱的屈曲状态,其屈曲构型总是存在正弦屈曲、螺旋屈曲以及两种屈曲模式之间的相互转换。

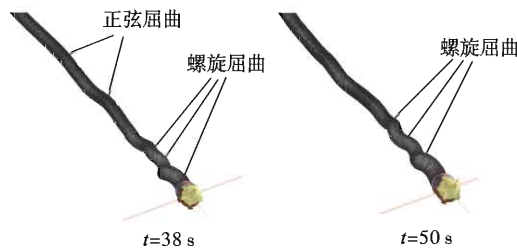


图6 不同时刻钻柱屈曲模式

Fig. 6 Buckling mode of drillstring at different simulation steps

4 结论

利用绝对节点坐标法建立了全井钻柱系统的力学模型,在柔性多体系统动力学框架下统一描述了钻柱系统的静力学、动力学和运动学,所建立的多体动力学模型能很好地表征狭长井眼内大长细比钻柱系统的受力、变形和运动状态,所采用的数值计算方法具有精度和速度上的明显优势,能实时捕捉到系统的黏滑振动、涡动和动态屈曲等钻柱动力学现象,可在科学研究和工程应用中发挥作用,为提高钻井效率、保障钻井安全提供指导。

参考文献

[1] Bailey J J, Finnie I. An analytical study of drill-string vibration [J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1960, 82(2): 122-128.

[2] Aarrestad T V, Tonnesen H A, Kyllingstad A. Drillstring vibrations: comparison between theory and experiments on full-scale research drilling rig [R]. SPE 14760, 1986.

[3] Tucker R W, Wang C. An integrated model for drill-string dynamics [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 224(1): 123-165.

[4] 李子丰. 油气井杆管柱力学及应用 [M]. 北京: 石油工业出版社, 2007.

Li Zifeng. *Tubular mechanics in oil-gas well and its applications* [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2007.

[5] Heisig G. On the static and dynamic behaviour of drill strings in spatially curved boreholes [D]. Braunschweig: Technische Univ. Braunschweig, 1993.

[6] Dykstra M W, Neubert M, Hanson J M, et al. Improving drilling performance by applying advanced dynamics models [R]. SPE 67697, 2001.

[7] Dykstra M W. Nonlinear drillstring dynamics [D]. Tulsa: University of Tulsa, 1996.

[8] Yigit A S, Christoforou A P. Coupled axial and transverse vibrations of oilwell drillstrings [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 195(4): 617-627.

[9] Yigit A S, Christoforou A P. Coupled torsional and bending vibrations of drillstrings subject to impact with friction [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 215(1): 167-181.

[10] Yigit A S, Christoforou A P. Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drillstrings [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 234(1): 67-83.

[11] Christoforou A P, Yigit A S. Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 267(5): 1029-1045.

[12] Khulief Y A, Al-Sulaiman F A, Bashmal S. Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations [J]. *Journal of*

Sound and Vibration, 2007, 299(3): 540-558.

[13] Khulief Y A, Al-Sulaiman F A, Bashmal S. Vibration analysis of drillstrings with string-borehole interaction [J]. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 2008, 222(11): 2099-2110.

[14] 吕英民. 有限元法在钻柱力学中的应用——井眼轨迹控制理论与实践 [M]. 东营: 石油大学出版社, 1996.

Lü Yingmin. *The application of the finite element method in the drill string mechanics: theory and practice for control of well trajectory* [M]. Dongying: China University of Petroleum Press, 1996.

[15] 刘巨保, 丁皓江, 张学鸿. 间隙元在钻柱瞬态动力学分析中的应用 [J]. *计算力学学报*, 2002, 19(4): 456-460.

Liu Jubao, Ding Haojiang, Zhang Xuehong. An application of gap element to the transient dynamics analysis of drillstring [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2002, 19(4): 456-460.

[16] 祝效华, 刘清友, 童华. 三维井眼全井钻柱系统动力学模型研究 [J]. *石油学报*, 2008, 29(2): 288-291.

Zhu Xiaohua, Liu Qingyou, Tong Hua. Research on dynamics model of full hole drilling-string system with three-dimensional trajectory [J]. *Acta Petrolei Sinica*, 2008, 29(2): 288-291.

[17] 陆佑方. 柔性多体系统动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1996.

Lu Youfang. *Dynamics of flexible multibody systems* [M]. Beijing: Higher Education press, 1996.

[18] Dombrowski S V. Analysis of large flexible body deformation in multibody systems using absolute coordinates [J]. *Multibody System Dynamics*, 2002, 8(4): 409-432.

[19] 朱大鹏. 多体动力学框架下的大变形曲梁单元及其应用 [D]. 北京: 清华大学, 2008.

Zhu Dapeng. *The large deformation curved beam element in multibody dynamics and its application* [D]. Beijing: Tsinghua University, 2008.

[20] Shabana A A, Yakoub R Y. Three dimensional absolute nodal coordinate formulation for beam elements: theory [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2001, 123(4): 606-613.

[21] 吴天新, 陆鑫森. 钻柱内外沿轴向流动的钻井液对钻柱横向振动的影响 [J]. *振动与冲击*, 1995, 14(2): 1-6.

Wu Tianxin, Lu Xinsen. The influence of the annular and the internal drilling fluids flowing in axial on the lateral vibration of a drill collar [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 1995, 14(2): 1-6.

[22] Johnson K L. *Contact mechanics* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

[23] Kim W K, Sohn S H, Cho H J, et al. Contact modeling technique of a flexible piston and cylinder using modal synthesis method; International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, California, USA, Sep. 24-28, 2005 [C]. California: ASME, 2005.

[24] Yigit A S, Christoforou A P. Stick-slip and bit-bounce interaction in oil-well drillstrings [J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 2006, 128(4): 268-274.

[25] 刘清友, 孟庆华, 庞东晓. 钻井系统动力学仿真研究及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.

Liu Qingyou, Meng Qinghua, Pang Dongxiao. *Drilling system dynamics simulation study and application* [M]. Beijing: Science Press, 2009.

[26] Hairer E, Wanner G. *Solving ordinary differential equations II stiff and differential-algebraic problems* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1996.

[27] Shampine L F. Solving $0 = F(t, y(t), y'(t))$ in matlab [J]. *Journal of Numerical Mathematics*, 2002, 10(4): 291-310.