文章编号: 1003- 207(2010) 03- 0158- 07

道德约束环境下的 Nash 实施

刘昌臣, 肖江文, 罗云峰

(华中科技大学系统工程研究所, 湖北武汉 430074)

摘 要: 探讨了代理人发送信号的成本对社会选择规则可实施性的影响, 证明了在存在道德约束的实施环境中, 单调性不再是一个社会选择规则可 Nash 实施的必要条件。当代理人数量大于 2 时, 满足一致性条件的社会选择规则都是可 Nash 实施的。当代理人数量等于 2, 满足交叉性条件和一致性条件的社会选择规则是可 Nash 实施的。结论表明: 在实际的实施问题中, 社会选择规则可实施的范围可能远远大于预期, 在存在道德约束的实施环境中, 一些不满足单调性但却满足一致性条件的社会选择规则, 如 Pareto 规则都是可 Nash 实施的。

关键词: 社会选择规则; Nash 实施; 信号成本
中图分类号: F22 文献标识码: A

1 引言

社会选择理论研究将个体的偏好集结成集体偏好的社会选择规则, 然而即便给定一个社会选择规则, 还是需要定义个体理性反应时, 他们能实际表示其偏好的规则[1]。对于一个社会选择规则, 在利用它来集结个体偏好之前, 首先必须定义能够让个体披露其偏好信息的机制。如果存在这样的机制, 使得在个体理性反应时, 机制得到的均衡结果与社会选择规则确定的结果一致, 那么就说这个社会选择规则是可实施的。在公共物品的提供问题中, 政府希望根据公共物品给市民所带来的效用决定是否提供公共物品。但在政府不知道公共物品给每个市民所带来的效用的情况下, 它必须定义能够让市民诚实地报告公共物品给其带来的效用的机制。Groves 和 Clarke 等(1994)[2] 设计了让市民报告公共物品给其带来的效用的机制, 并且规定如果效用总和大于提供公共物品的成本, 则提供公共物品, 每个市民承担的费用份额等于提供公共物品的成本减去其它市民效用的总和。该机制能够让市民诚实的披露信息, 从而达到了政府的目标。

对于一个社会选择规则, 在定义能够让个体披露其偏好信息的机制之前, 首先必须判断该社会选择规则是否是可实施的。根据采用机制以及博弈解的不同, 一般将实施分为 Nash 实施、子博弈精炼 Nash 实施、贝叶斯实施以及完美贝叶斯实施。Maskin(1999)[3] 证明了如果一个社会选择规则是可 Nash 实施的, 那么它必须满足单调性, 而如果一个社会选择规则满足单调性和无否决者条件, 那么它是可 Nash 实施的。Moore 和 Repullo(1990)[4] 找出了社会选择规则可 Nash 实施的全部特征。Abreu 和 Sen(1990)[5] 证明了如果一个社会选择规则是可子博弈精炼 Nash 实施的, 那么它满足条件 α, 而如果一个社会选择规则满足条件 α 和无否决者条件, 那么它是可子博弈精炼 Nash 实施的。Vartainen(2007)[6] 则找出了社会选择规则可子博弈精炼 Nash 实施的全部特征。Jackson(1991)[7] 证明在经济环境中, 激励相容和贝叶斯单调性条件是社会选择规则可贝叶斯实施的充要条件。Brusco (2006)[8] 证明在经济环境中, 实现条件和扩展贝叶斯单调条件是社会选择规则可完美贝叶斯实施的充要条件。

实施问题实际上是一个信号博弈问题, 在信号博弈问题中, 代理人发送不同信号的成本一般不一样, 比如说“啤酒与热狗”博弈。对于实施中的信号成本问题, 目前的研究都认为信号的维度越高, 信号的成本也越高[9- 11], 而对于信号博弈的精髓——信号所披露的信息会影响信号的成本问题, 则尚未有研究涉及。这种不考虑信号所披露的信息对代理人效用的影响的假设在一定程度上限制了实施理论结论的适用范围。如如果不考虑信号所披露的信息对

收稿日期: 2009- 10- 30; 修订日期: 2010- 05- 17
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60674083)
作者简介: 刘晶臣(1980-) , 男(汉族) , 湖北武汉人, 华中科技大学控制科学与工程系博士, 研究方向: 决策分析、博弈论、实施理论.

代理人效用的影响, 根据 Maskin 的结论, 简单多数票法则、Borda 法则、Pareto 规则都不是可 Nash 实施。但是在实际中, 根据这些规则设计的制度一般情况下都能够达到规则的预期目标。因此, 为了使实施理论的研究更加贴合实际, 扩大实施理论结论的适用范围, 有必要对代理人发送任何信号的成本都相同的假设进行放松。

本文考虑道德约束环境下 ——代理人谎报状态信息会增加信号成本, 社会选择规则可 Nash 实施的特征。本文的结论表明在道德约束环境下单调性不再是一个社会选择规则可 Nash 实施的必要条件, 当代理人数量大于 2 时, 满足弱单调性和一致性的社会选择规则是可 Nash 实施的, 而当代理人数量为 2 时, 满足交叉条件和一致性条件的社会选择规则是可 Nash 实施的。因此在实际的实施问题中, 可 Nash 实施的社会选择规则远远地多于人们的预期。

2　概念与定义

假设有 $n(n \geqslant 2)$ 个代理人, 用 $\Gamma = \{1, \cdots, n\}$ 表示代理人的集合。社会状态的集合为 T ,可行结果的集合为 A 。社会选择规则 F 是一个从状态集 T 到结果集 A 的映射, 即 $F: T \to A$ 。如果社会状态是 $t \in T$,那么计划者希望实施 $F(t)$ 中的结果。代理人对 A 中元素的偏好关系和社会状态有关。用 $u_i(a, t)$ 表示社会状态为 t 、实施结果为 a 时代理人获得的效用。对于 $\forall i \in \Gamma$, 定义代理人 i 的偏好关系 R_i 为

$aR_i(t)b \Leftrightarrow u_i(a, t) \geqslant u_i(b, t)$　$\forall t \in T$ 以及 $\forall a, b \in A$

这种偏好关系是完全的和可传递的。相应的强偏好关系 P_i 和无差别关系 I_i 为

$aP_i(t)b \Leftrightarrow u_i(a, t) > u_i(b, t)$　$\forall t \in T$ 以及 $\forall a, b \in A$

$aI_i(t)b \Leftrightarrow u_i(a, t) = u_i(b, t)$　$\forall t \in T$ 以及 $\forall a, b \in A$

对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall t \in T$, 用 $H_i(t) = \{a \in A: \forall b \in A, aR_i(t)b\}$ 表示状态 t 下代理人 i 最偏好的结果的集合。对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall t \in T, a \in A$, 用 $C_i(a, t) = \{b \in A: aR_i(t)b\}$ 表示状态 t 下代理人 i 认为不优于 a 的结果的集合。

一个机制 (M, g) 包含了一个信号集 M 和一个结果函数 g 。M_i 表示代理人 i 发送信号的空间, $M = \times_{i=1}^{n} M_i$ 表示所有代理人的信号空间组合, 即信号的集合。用 m_i 表示代理人 i 发送的信号, $m = (m_1, \cdots, m_n)$ 表示代理人发送的一个信号组合。结果函数 $g: M \to A$ 是一个从信号集到结果集的映射。如果代理人发送的信号组合为 m ,那么博弈的结果为 $g(m)$ 。用 $G = ((M, g), t)$ 表示由机制 (M, g) 和状态 t 确定的博弈。

在某些机制设计问题中, 代理人的效用不仅与社会状态以及博弈的结果有关, 还和代理人发送的信号有关。用 $U_i(a, t, m_i)$ 表示在社会状态 t 下, 代理人 i 发送信号 m_i 并获得结果 a 时所获得的效用。给定一个博弈 $((M, g), t)$ 和 $m = (m_i, m_{-i}) \in M$, 如果对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall m'_i \in M_i$, 都有 $U_i(g(m_i, m_{-i}), t, m_i) \geqslant U_i(g(m'_i, m_{-i}), t, m'_i)$, 那么就说 $m = (m_i, m_{-i})$ 是博弈 $((M, g), t)$ 的一个 Nash 均衡, 其中 $m_{-i} = (m_1, \cdots, m_{i-1}, m_{i+1}, \cdots, m_n)$, 表示除代理人 i 以外的其他代理人发送的信号组合。用 $NE((M, g), t)$ 表示博弈 $((M, g), t)$ 的 Nash 均衡集。

定义 1: 给定一个社会选择规则 F , 如果存在一个机制 (M, g) , 使得对于 $\forall t \in T$, 有:

(1) $\forall a \in F(t), \exists m \in NE((M, g), t)$, 使得 $g(m) = a$;

(2) $\forall m \in NE((M, g), t), \exists a \in F(t)$, 使得 $g(m) = a$。

那么就说机制 (M, g) Nash 实施了社会选择规则 F , 社会选择规则 F 是可 Nash 实施的。

如果一个机制实施了一个社会选择规则 F , 那么: (1) 通过这个机制可以得到和社会选择规则一致的均衡结果; (2) 通过这个机制不可能得到和社会选择规则不一致的均衡结果。

3　有信号成本的实施

对于任意的 $i \in \Gamma$ 以及任意的 $m_i \in M_i$, 用 $[m_i]^t$ 表示代理人发送信号 m_i 时报告的社会状态。

定义 2: 对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall m_i, m'_i \in M_i$, 如果对 $\forall a \in A$, $U_i(a, [m_i]^t, m_i) \geqslant U_i(a, [m_i]^t, m'_i)$, 其中当且仅当 $[m_i]^t = [m'_i]^t$ 时等式成立, 则称实施环境为存在道德约束的实施环境。

存在道德约束的实施环境意味着: 在任一状态 t 下, 只有报告社会状态为 t 的信号才是代理人的最优信号。因此在存在道德约束的实施环境中, 代理人在报告社会状态信息时不会选择谎报信息, 除非谎报信息能够使他获得更加偏好的结果。典型的存在道德约束的实施环境如法律诉讼, 证人作伪证可

能会受到法律的制裁,因此如果不能从作伪证中获得足够多的好处,他不会选择谎报信息。一般的社区也可以看作是存在道德约束的实施环境,由于大家彼此都比较了解,代理人谎报信息会影响他在社区的声望,如果不能从谎报信息中获得声望受损的补偿,那么他将不会选择谎报信息。因此,存在道德约束的实施环境假设是一个比较弱的假设。

定义 3[2]:对 $\forall t, t' \in T$,如果 $a \in F(t)$ 并且对 $\forall i \in \Gamma$,有 $C_i(a,t) \subseteq C_i(a,t')$,那么 $a \in F(t')$,则称社会选择规则 F 是单调的(monotonic),或者说 F 满足单调性条件。

单调性条件的一种等价表述方式为:对 $\forall t, t' \in T$,如果 $a \in F(t), a \notin F(t')$,那么存在一个 $b \in A$ 以及 $i \in \Gamma$,使得 $bP_i(t')a$ 以及 $aR_i(t)b$。在不考虑代理人发送信号的成本的情况下,单调性是社会选择规则 F 可实施的必要条件。这是因为如果存在一个机制 (M, g) Nash 实施了 F,那么对于在状态 t 下一定存在一个 Nash 均衡 m 使得 $g(m) = a$。由于 m 是一个 Nash 均衡,那么任何代理人单方面的偏离都是无利可图的。所以对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall m'_i \in M_i$,都有 $U_i(g(m_i, m_{-i}), t, m_i) \geqslant U_i(g(m'_i, m_{-i}), t, m'_i)$。而又由于代理人发送任何信号的成本都一样,则 $g(m'_i, m_{-i}) \in C_i(a,t)$。如果在状态 t' 下对 $\forall i \in \Gamma, C_i(a,t) \subseteq C_i(a,t')$ 成立,那么对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall m'_i \in M_i$,都有 $U_i(g(m_i, m_{-i}), t', m_i) \geqslant U_i(g(m'_i, m_{-i}), t', m'_i)$,即在状态 t' 下任何代理人都没有偏离 m 的动机,m 是一个 Nash 均衡。故 $a \in F(t')$。

定义 4[8]:对 $\forall i \in \Gamma$ 以及 $\forall t \in T$,如果 $a \notin H_i(t)$ 意味着 $a \notin F(t)$,那么就称 i 为状态 t 下针对社会选择规则 F 的一个否决者。

定义 5[8]:对 $\forall t \in T$,如果不存在针对社会选择规则 F 的否决者,则称 F 满足无否决者条件。

定义 6[1]:对 $\forall t \in T$ 以及 $\forall i \in \Gamma$,如果 $a \in H_i(t)$,那么 $a \in F(t)$,则称社会选择规则 F 满足一致性条件。

无否决者条件意味着如果一个结果被至少 $n-1$ 个代理人排在最前面,那么它一定被社会选择规则所选择;而一致性意味着如果一个结果被所有代理人都排在最前面,那么它一定被社会选择规则所选择。因此,一致性条件比无否决者条件弱一些。联合国安理会决议程序满足一致性条件但不满足无否决者条件,每个常任理事国都是否决者。

单调性条件加无否决者条件是社会选择规则可Nash 实施的充分条件。

定理 1(Maskin)[2]　如果一个社会选择规则是可 Nash 实施的,那么它是单调的,而如果一个社会选择规则满足单调性条件和无否决者条件,那么它是可 Nash 实施的。

Maskin 定理虽然简单易懂,并且找出了社会选择规则可 Nash 实施的必要并十分接近充分的条件——单调性条件,但是 Maskin 的结论没有考虑代理人发送信号的成本问题。如果代理人谎报信息是有成本的,那么单调性将不再是一个社会选择规则可 Nash 实施的必要条件,社会选择规则只要满足一致性条件就是可 Nash 实施的。

定理 2　在存在道德约束的实施环境中,如果 $|\Gamma| \geqslant 3$,那么满足一致性条件的社会选择规则是可 Nash 实施的。

证明:令 F 为一满足一致性条件的社会选择规则。构造如下 Nash 实施 F 的机制 (M, g):每个参与人 $i \in \Gamma$ 的信号空间 M_i 是所有三元组 (t_i, a_i, n_i) 的集合,这里 $t_i \in T$,$a_i \in A$ 且 n_i 是一非负整数,即 $M_i = \{(t_i, a_i, n_i) \mid t_i \in T, a_i \in A, n_i \in Z^+\}$,其中 Z^+ 表示大于 0 的非负整数集。结果函数的值 $g(m)$ 定义如下:

规则(1):对某个具有 $a \in F(t)$ 的 $(t, a, 0)$ 有:对所有 $i \in \Gamma$ 有 $m_i = (t_i, a_i, n_i) = (t, a, 0)$,那么 $g(m) = a$;

规则(2):规则(1)不适用并且对某个 $j \in \Gamma$ 和某个 $a \in F(t)$ 的 $(t, a, 0)$ 有:对所有 $i \in \Gamma / \{j\}$ 有 $m_i = (t_i, a_i, n_i) = (t, a, 0)$,那么

$$g(m) = \begin{cases} a_j & \text{若 } aR_j(t)a_j \text{ 并且 } t_j \neq t \\ a & \text{否则} \end{cases} \tag{1}$$

规则(3):规则(1)和(2)不适用,则 $g(m) = a_k$,这里 k 满足对所有 $j \in \Gamma$ 使得 $n_k \geqslant n_j$(如果有多个这样的 k,则随机选择一个)。

这个博弈形式有三个成分。首先,如果所有的代理人宣布相同的状态 t 并且对相同的实施结果 $a \in F(t)$ 达成一致,那么实施结果 a。其次,如果除一个代理人外其他代理人都宣布相同的 t 和相同的 $a \in F(t)$,那么大多数人的意见占优势,除非该代理人选择这样一个结果:在 t 下,他要求实施的结果 a_j 不优于其它代理人选择的结果 a,并且他报告的状态信息和其它代理人报告的不同(计划者此时相信其它代理人报告的状态是不正确的)。第三,如果存在至少两个代理人和其他代理人的意见不一致,则报告的数字最大的代理人选择的结果被实施。

现在证明这个机制 Nash 实施了 F。

首先证明对 $\forall t \in T$ 以及 $\forall a \in F(t)$, 都存在一个 Nash 均衡 m, 其均衡结果为 $g(m) = a$。考虑战略组合: 对 $\forall i \in \Gamma$ 令 $m_i = (t, a, 0)$。影响 a 的任何参与人 j 的任何偏离(比如说偏离到 (t', a', n'))都具有如下的性质

$aR_j a'$ 并且 $t \neq t'$

因此, 这种偏离是无利可图的。而如果代理人的偏离对结果没有影响, 那么诚实地报告社会状态的战略对他来说是最优的, 故 m 是博弈 $((M, g), t)$ 的一个 Nash 均衡。

现在令 $m^* \in NE((M, g), t)$ 的任一 Nash 均衡, 这个 Nash 均衡产生的结果为 $g(m^*)$。下面我们证明 $g(m^*) \in F(t)$。有三种情况需要考虑。

情况 1: 对所有 $i \in \Gamma$ 有 $m_i^* = (t', a, 0)$ 且 $a \in F(t')$, 则 $g(m^*) = a$。下面我证明 $a \in F(t)$ 并且对 $\forall i \in \Gamma$, 有 $m_i^* = (t', a, 0) = (t, a, 0)$。

如果 $t = t'$, 那么显然有 $a \in F(t)$ 并且对 $\forall i \in \Gamma$, 有 $m_i^* = (t', a, 0) = (t, a, 0)$。

如果 $t \neq t'$, 那么任何代理人 $i \in \Gamma$ 都可以发送一个信号 $m_i^* = (t, a, 0)$, 从而在不影响结果的情况下选择不撒谎, 这对他来说是一个有利的偏离, 和 m^* 是 Nash 均衡的假设矛盾。因此 $a \in F(t)$ 并且对 $\forall i \in \Gamma$, 有 $m_i^* = (t', a, 0) = (t, a, 0)$。

情况 2: 存在一个 $j \in \Gamma$ 使得对所有 $i \in \Gamma/\{j\}$ 有 $m_i^* = (t', a, 0)$ 和 $a \in F(t')$, 对参与人 j, 则有 $m_j = (t_j, a_j, n_j) \neq (t', a, 0)$。如果 $t_j = t'$ 或者 $a_j = a$, 则结果为 $g(m^*) = a$。如果 m^* 为 Nash 均衡, 则必然有 $t_j = t' = t$ 以及 $a \in \bigcap_{i \neq j} H_i(t)$。因此, $g(m^*) = a \in F(t)$。如果 $t_j \neq t'$, $a_j \neq a$, 则 m^* 不可能是一个 Nash 均衡。假设此时 m^* 是 Nash 均衡, 那么如果 $t \neq t'$, 代理人 $i \in \Gamma/\{j\}$ 可以选择发送信号 $(t, g(m^*), 1)$, 从而在不影响结果的情况下选择不撒谎, 这对他来说是一个有利的偏离; 而如果 $t = t$, 代理人 j 偏离 $(t', a, 0)$ 是无利可图的。故 m^* 不可能是一个 Nash 均衡。因此, $g(m) \in F(t)$。

情况 3: 假设规则(3)适用, 并且 $g(m^*) = a_k$。下面我们证明 $a_k \in F(t)$。由于此时"叫得最响"的参与人可以获得自由选择的权利, 那么一定有 $a_k \in \bigcap_{i \in \Gamma} H_i(t)$。因为如果对某个参与人 $j \in \Gamma$ 来说, 如果 $a_k \notin H_j(t)$, 那么参与人 j 可以通过发送信号 $m_j = (t, b, n')$ ($b \in H_j(t)$ 并且 $n' > n_k$), 从而使结果发生有利于自己的偏离, 所以 $a_k \in \bigcap_{i \in \Gamma} H_i(t)$。根据一致性条件, 有 $a_k \in F(t)$。另外还可以证明在均衡中, 每个参与人都会真实地报告状态信息。

综上, 可以得到对 $\forall t \in T$: (1) 对 $\forall a \in F(t)$, 存在一个 Nash 均衡 m, 使得 $g(m) = a$; (2) 对 $\forall m \in NE((M, g), t)$, 都有 $g(m) \in F(t)$。因此, 机制 (M, g) Nash 实施了社会选择规则 F。

证毕。

在代理人个数不小于 3 时, 如果只有一个人报告的信息和其它人不同, 那么可以认为这个代理人在撒谎, 除非该代理人能证明是其它代理人在撒谎。而如果只有两个代理人, 并且两个代理人报告的状态信息不同, 那么可能是代理人 1 在撒谎, 也可能是代理人 2 在撒谎。为了保证代理人没有偏离的动机, 无论是代理人 1 撒谎还是代理人 2 撒谎都必须是无利可图的。因此, 可以定义交叉性条件。

定义 7[7]: 对 $\forall t, t' \in T$ 以及 $\forall a \in F(t)$ 和 $\forall b \in F(t')$, 如果存在一个 $c \in A$, 使得 $c \in C_1(a, t) \cap C_2(b, t')$, 则称社会选择规则 F 满足交叉性条件。

如果 F 是可实施的, 那么在状态 t 下代理人都报告状态 t 并且要求实施结果 a 的战略组合是一个 Nash 均衡, 同理在状态 t' 下代理人都报告状态 t' 并且要求实施结果 b 的战略组合也是一个 Nash 均衡。考虑代理人 1 报告状态 t' 并且要求实施结果 b, 代理人 2 报告状态 t 并且要求实施结果 a 的战略组合, 假设在该战略组合下实施的结果为 c。如果社会状态为 t, 那么是代理人 1 在撒谎, 他单方面偏离了代理人都报告状态 t 并且要求实施结果 a 的战略组合, 他的这种偏离不应该是有利可图的, 即 $c \in C_1(a, t)$。同理如果社会状态为 t', 即代理人 2 在撒谎, 那么他的这种偏离也不应该是有利可图的, 即 $c \in C_2(b, t')$。

定理 3　在存在道德约束的实施环境中, 如果 $|\Gamma| = 2$, 那么满足交叉性条件和一致性条件的社会选择规则是可 Nash 实施的。

证明: 令 F 为一满足交叉性条件和一致性条件的社会选择规则。对 $\forall a \in F(t)$ 和 $\forall b \in F(t')$, 令 $c((a, t), (b, t'))$ 为一个满足 $c \in C_1(a, t) \cap C_2(b, t')$ 的结果。构造如下 Nash 实施 F 的机制 (M, g): 每个参与人 $i \in \Gamma$ 的信号空间 M_i 是所有三元组 (t_i, a_i, n_i) 的集合, 这里 $t_i \in T$, $a_i \in A$ 且 n_i 是一非负整数, 即 $M_i = \{(t_i, a_i, n_i) \mid t_i \in T, a_i \in A, n_i \in Z^+\}$。结果函数的值 $g(m)$ 定义如下:

规则(1): 对所有 $i \in \Gamma$ 有 $m_i = (t_i, a_i, n_i) = (t,$

$a, 0)$ 且 $a \in F(t)$，那么 $g(m) = a$；

规则(2)：规则(1)不适用，$m_1 = (t_1, a_1, 0)$ 且 $a_1 \in F(t_1)$，$m_2 = (t_2, a_2, 0)$ 且 $a_2 \in F(t_2)$，那么 $g(m) = c((a_2, t_2), (a_1, t_1))$；

规则(3)：规则(1)和(2)不适用，$m_1 = (t_1, a_1, 0)$ 且 $a^1 \in F(t^1)$，$m^2 = (t^2, a^2, n^2)$，那么

$$g(m) = \begin{cases} a_2 \text{ 若 } a_1 R_2(t_1) a_2 \text{ 且 } t_1 \neq t_2 \\ a_1 \quad \text{否则} \end{cases} \tag{2}$$

规则(4)：规则(1)和(2)不适用，$m_2 = (t_2, a_2, 0)$ 且 $a_2 \in F(t_2)$，$m_1 = (t_1, a_1, n_1)$，那么

$$g(m) = \begin{cases} a^1 \text{ 若 } a^2 R^1(t^2) a^1 \text{ 且 } t^1 \neq t^2 \\ a_2 \quad \text{否则} \end{cases} \tag{3}$$

规则(5)：情况(1)~(4)都不适用，$g(m) = a_k$，这里 k 满足对 $j \neq k$ 使得 $n_k \geqslant n_j$（如果 $n_k = n_j$，则随机选择一个结果）。

下面证明这个机制 Nash 实施了 F。

首先证明对某个 $t \in T$ 以及 $a \in F(t)$，存在一个 Nash 均衡 m，其均衡结果为 a。考虑战略组合 m：对 $\forall i \in \Gamma$，$m_i = (t, a, 0)$。影响 a 的任何参与人 j 的任何偏离（比如说偏离到 (t', a', n')）都具有如下的性质

$aR_j(t)a'$ 并且 $t' \neq t$

因此，这种偏离是无利可图的，故 m 是博弈 $((M, g), t)$ 的一个 Nash 均衡。

现在令 $m^* \in NE((M, g), t)$ 为博弈 $((M, g), t)$ 的任一 Nash 均衡。下面我们证明 $g(m^*) \in F(t)$。有以下 4 种情况需要考虑：

情况 1：如果规则(1)使用，那么对 $\forall i \in \Gamma$，有 $m_i^* = (t', a, 0)$ 且 $a \in F(t')$。同定理 2 情况 1 的证明一样，可以证明 $a \in F(t)$ 并且对 $\forall i \in \Gamma$，有 $m_i^* = (t', a, 0) = (t, a, 0)$。

情况 2：如果规则(2)适用，那么结果为 $c((a^2, t_2), (a_1, t_1))$。如果 $t_2 \neq t$，代理人 1 可以选择发送信号 $m_1 = (t, c((a_2, t_2), (a_1, t_1)), 1)$，从而在不影响结果的基础上不撒谎；而如果 $t^2 \neq t$，$m^1 = (t^1, a_1, 0)$ 就不是针对 $m_2 = (t_2, a_2, 0)$ 的最优反应。因此，不存在适用于规则(2)的 Nash 均衡。

情况 3：规则(3)或者(4)适用。不失一般性，假设 $m_1^* = (t', a, 0)$ 且 $a \in F(t')$。如果 $t' = t$，那么代理人 2 偏离信号 $m_1^* = (t', a, 0)$ 不是有利可图的。因此，如果 m_1^* 是均衡，那么 $g(m^*) = a \in F(t)$。如果 $t' \neq t$，代理人 1 可以选择发送信号 $m_1^* = (t, g(m^*), n^1)$ $(n^1 > n^2)$，从而可以在不影响结果的基础上不撒谎，因此这种偏离也是有利可图的，故 $m^* \notin NE((M, g), t)$。因此，当规则(3)或者(4)适用时，$g(m^*) = a \in F(t)$。

情况 4：规则(5)适用。与定理 1 情况 2 的证明相同，可以得出 $g(m^*) \in H_1(t) \cap H_2(t)$。根据一致性条件，可以得出 $g(m^*) \in F(t)$。

综合上述证明过程，可以得出对 $\forall t \in T$：(1)对 $\forall a \in F(t)$，存在 $m \in NE((M, g), t)$，使得 $g(m) = a$；(2)对 $\forall m \in NE((M, g), t)$，都有 $g(m) \in F(t)$。因此，机制 (M, g) Nash 实施了社会选择规则 F。

证毕。

2.3 信号成本对 Nash 实施的影响实例

例 1：Pareto 规则。

对于状态 $t \in T$ 以及两个结果 $a, b \in A$，如果对 $\forall i \in \Gamma$，都有 $aP_i(t)b$，那么就说在状态 t 下结果 b 被结果 a Pareto 强占优，用 $a \succ_P(t) b$ 表示；如果对 $\forall i \in \Gamma$，都有 $aR_i(t)b$，并且存在 $j \in \Gamma$，有 $aP_i(t)b$，那么就说在状态 t 下结果 b 被结果 a Pareto(弱)占优，用 $a \geqslant_P(t) b$ 表示。Pareto 规则 F_{Pre} 的定义如下：

$\forall t \in T$，$F_{Pre}(t) := \{a \in A$：不存在 $b \in A$ 使得 $b \geqslant_P(t) a\}$

弱 Pareto 规则 F_{w-Pre} 的定义如下：

$\forall t \in T$，$F_{w-Pre}(t) := \{a \in A$：不存在 $b \in A$ 使得 $b \succ_P(t) a\}$

如果 $a \in F_{w-Pre}(t)$，$a \notin F_{w-Pre}(t')$，那么一定存在一个 $b \in A$，使得对 $\forall i \in \Gamma$，$bP_i(t')a$。又由于 $a \in F_{w-Pre}(t)$，所以 $b \succ_P(t) a$ 不成立，那么一定存在 $i \in \Gamma$，使得 $aR_i(t)b$。因此 $a \in F_{w-Pre}(t)$，$a \notin F_{w-Pre}(t')$ 意味着存在 $b \in A$ 以及 $i \in \Gamma$，使得 $bP_i(t')a$ 以及 $aR_i(t)b$，故 F_{w-Pre} 满足单调性条件。然而 F_{Pre} 却不满足单调性。考虑两个状态 $t, t' \in T$，假设两个状态下代理人对结果的偏好关系如下表所示：

表 1 状态 t 以及 t' 下代理人效用

	状态 t			状态 t'		
效用	$u_1(\cdot, t)$	$u_2(\cdot, t)$	$u_3(\cdot, t)$	$u_1(\cdot, t')$	$u_2(\cdot, t')$	$u_3(\cdot, t')$
	3, 2, 1	2, 3, 1	3, 3, 3	3, 3, 3	2, 3, 1	3, 3, 3

表中第一个数字表示结果 a 被实施时代理人获得的效用，第二个数字表示结果 b 被实施时代理人获得的效用，第三个数字表示结果 c 被实施时代理人获得的效用。

显然对 $\forall i \in \Gamma$，$C_i(a, t) \subseteq C_i(a, t')$ 并且 $a \in F_{Pre}(t)$，因此如果 F_{Pre} 满足单调性，那么应该有 $a \in F_{Pre}(t')$。然而 $F_{Pre}(t') = \{b\}$，所以 F_{Pre} 不满足单

调性。根据定理 1 的结论, F_{Pre} 不是可 Nash 实施的。但是如果实施环境为存在道德约束的环境, 代理人不会在无利可图的情况下撒谎, 那么 F_{Pre} 也是可 Nash 实施的。假设真实地报告社会状态对效用的影响为 0, 谎报状态信息对效用的影响为 0.1(效用降低 0.1)。当所有代理人在状态 t' 下都报告状态 t 并且要求实施结果 a 时, 代理人 1 的总效用为 3 − 0.1 = 2.9。在给定其它代理人战略不变的情况下, 代理人 1 可以报告状态 t'。由于真实的报告社会状态对效用的影响为 0, 因此无论实施结果的什么, 代理人 1 的效用都是 3。代理人 1 报告状态 t' 可以使自己的总效用提高 0.1, 在状态 t' 下代理人 1 有单方面偏离的动机, 即在状态 t' 下都报告状态 t 并且要求实施结果 a 的战略不是一个 Nash 均衡。而如果代理人发送信号是没有成本的, 那么这种单方面的偏离是无利可图的, 从而也就不可能在状态 t' 下从均衡结果集中剔除结果 a。

例 2: 简单多数票规则

对 $\forall t \in T$ 以及 $\forall a \in A$, 令 $HI(t,a) = \{i \in \Gamma: a \in H_i(t)\}$。简单多数票规则 F_{sp} 的定义如下:

$$\forall t \in T,\ F_{sp}(t) := \{a \in A: \forall b \in A, HI(t,a) \geqslant HI(t,b)\}$$

从表 1 可以看出, $F_{sp}(t) = \{a, b\}$, $F_{sp}(t') = \{b\}$。但是对 $\forall i \in \Gamma$, 有 $C_i(a,t) \subseteq C_i(a,t')$, 因此简单多数票规则也不满足单调性。根据定理 1 的结论, 简单多数票规则也不是可 Nash 实施的。而简单多数票规则满足一致性条件, 所以如果实施环境为存在道德约束的环境, 那么简单多数票规则也是可 Nash 实施的。信号成本如何在状态 t' 下从均衡结果集中剔除结果 a 同例 1。

除 Pareto 规则和简单多数票规则外, Borda 法则和 Condorcet 法则也是不满足单调性但却满足一致性条件的社会选择规则, 在道德约束的实施环境中它们也是可 Nash 实施的。

4　结语

本文对具有信号成本的实施问题进行了研究, 找出了在存在道德约束的实施环境中社会选择规则可实施的充分条件。结论表明在存在道德约束的实施环境中:

(1) 当代理人数量大于 2 时, 满足一致性条件的社会选择规则都是可 Nash 实施的;

(2) 当代理人数量等于 2, 满足交叉性条件和一致性条件的社会选择规则是可 Nash 实施的;

(3) 一些不满足单调性但却满足一致性条件的社会选择规则, 如 Pareto 规则、简单多数票规则、Borda 法则和 Condorcet 法则都是可 Nash 实施的。

实施中一个令人沮丧的地方是代理人可能集体撒谎, 虽然在现实中, 代理人集体撒谎不大可能出现, 但是这种可能性毕竟存在。如果代理人撒谎与否不会对效用产生影响, 那么在这种情况下可能就没有人有披露真实状态信息的动机。但是人性本善, 谎报信息或多或少会令人感到不怎么自在, 也就是说谎报信息总比不上诚实地报告信息, 在这种情况下代理人集体撒谎的战略组合就是不稳定的, 就有代理人有诚实地报告状态信息的动机——只要诚实地报告状态信息不会使他的处境变坏。本文的结论解释了在实际中为什么一些不可 Nash 实施的社会选择规则却能够达到预期的效果, 表明了社会选择规则可实施的范围可能远远地大于预期。

参考文献:

[1] 贝尔纳·萨拉尼耶著, 朱保华, 方红生译. 市场失灵的微观经济学[M]. 上海: 上海财经出版社, 2004: 60.

[2] Osborne, M. J., Rubinstein, A.. A Course in Game Theory [M]. Cambridge, MIT Press, 1994: 177– 196.

[3] Maskin, E.. Nash equilibrium and welfare optimality [J]. Review of Economics Studies, 1999, 66(226): 23 – 38.

[4] Moore, J., Repullo, R. Nash implementation: A full characterization [J]. Econometrica, 1990, 58(5): 1083 – 1099.

[5] Abreu, D., Sen, A.. Subgame perfect implementation: A necessary and almost sufficient condition [J]. Journal of Economic Theory, 1990, 50(2): 285– 299.

[6] Vartiainen, H.. Subgame perfect implementation: A full characterization [J]. Journal of Economic Theory, 2007, 133(1): 111– 126.

[7] Jackson, M. O.. Bayesian implementation [J]. Econometrica, 1991, 59(2): 461– 477.

[8] Brusco, S.. Perfect Bayesian implementation in economic environments [J]. Journal of Economic Theory, 2006, 129(1): 1– 30.

[9] Aumann, R., Hart, S.. Handbook of Game Theory [M]. Amsterdam: North-Holland, 2001: 2271– 2326.

[10] Jackson, M. O.. A crash course in implementation theory [J]. Social Choice and Welfare, 2001, 18(4): 655 – 708.

[11] Corchon, L.. The theory of implementation: What did

we learn[R]. Departamento de Economía, Universidad Carlos III, Working Paper, 2007.

Nash Implementation with Cost of Signal

LIU Chang-chen, XIAO Jiang-wen, LUO Yun-feng
(Institute of Systems Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The paper discusses the impact of cost of signal on the implementability of social choice rule. The result of the paper shows that, in environment with moral constraint, monotonicity is no longer a necessary condition for Nash implementation. In environment with moral constraint, when the number of agents is no less than 3, any social choice rule that satisfies unanimity is Nash implementable, and when the number of agents is 2, any social choice rule that satisfies unanimity and intersection is Nash implementable. According to the results of this paper, the number of social choice rules which are implementable may be larger than we have thought. In environment with moral constraint, some social choice rules which do not satisfy monotonicity but unanimity, such as Pareto rule and Borda rule, are also Nash implementable.

Key words: social choice rule; Nash implementation; cost of signal