

推求雨雪混合补给河流 PMF 的探讨

黄启有¹ 华家鹏¹ 吴艳红² 张琨¹

(1. 河海大学 水文水资源学院, 江苏 南京 210098; 2. 中南勘测设计研究院, 湖南 长沙 410014)

摘要: 针对雨雪混合补给河流可能最大洪水的推求, 提出采用多元线性回归的方法, 结合虎跳峡坝址奔子栏以上流域可能最大洪水估计的实例进行了探讨。先对年最大洪峰流量相关因子进行挑选, 初步拟定前期降雨、前期积雪、前期温度 3 个相关性较好的因子, 建立多元线性回归方程, 经检验合格后对各因子进行放大, 推求可能最大洪水。

关键词: 多元线性回归; 雨雪混合补给; 可能最大洪水; 虎跳峡奔子栏
中图分类号: TV122 **文献标识码:** A

雨雪混合补给河流洪水一般由上游融雪(冰)洪水叠加下游暴雨洪水组合而成。因此, 对于山区雨雪混合补给河流可能最大洪水(PMF)的计算应该考虑最恶劣的情况。雪线以上年降雪量大于年消融量, 降雪逐年堆积, 形成常年积雪, 无需考虑可能最大降水(PMP)。一般认为最恶劣的情况应该是: 流域可能最大洪水(PMF)的前期温度异常偏高、积雪极深, 使得上游或者中山带以上积雪快速消融, 形成融雪洪水, 同时下游或者中山带以下遭遇可能最大暴雨(PMP)^[1]。由上游雪线以上的极值融雪(冰)洪水叠加下游可能最大暴雨(PMP)引起的洪水组合形成流域可能最大洪水(PMF)。目前为止, 对于雨雪混合补给河流可能最大洪水的计算方法还不成熟, 本次研究从多元线性回归的角度出发, 对虎跳峡坝址奔子栏以上可能最大洪水的推求进行了探讨。

虎跳峡坝址奔子栏以上流域处于青藏高原, 海拔高, 大都位于雪线以上, 上游地区具有明显的高原高寒气候特征, 积雪常年不化。流域控制面积约 21 万 km², 该地区冬季降水稀少, 降水主要集中在 5~9 月, 占全年的 80% 以上, 4、10 月份有少量降水, 平均年降水量 400 mm 左右。每年洪水自 4 月开始上涨, 7、8、9 月出现峰值, 至 10 月开始退水。年最大洪峰流量集中出现在 7、8 月份, 约占 95%。

1 相关因子的挑选

虎跳峡奔子栏以上流域海拔平均 4 000 m 以上, 该地区水文站网分布稀疏。该流域洪水发生前期常常伴随冰雪消融和暴雨。对于冰雪融水, 初步考虑前期积雪深和前期温度因子, 暴雨因素考虑前期降雨。

1.1 前期降雨

经对雁石坪、楚玛尔河、玉树、刚托、巴塘、奔子栏 6 个雨量站的资料统计分析, 年最大洪峰流量与流域前期 3、5、7、10、15、20 d 降雨的相关系数均在 0.70 以上, 考虑到该地区雨量站分布

稀疏及流域大部分区域常年积雪的影响, 初步选取前 3 d 雨量作为前期降雨因子, 相关系数 0.72。

1.2 前期积雪

奔子栏以上流域海拔较高, 降水形式主要为降雪。对不同时段降水和年最大洪峰流量点绘相关关系, 发现年最大洪峰流量与该年 6~8 月、5~9 月及年最大洪峰流量出现前 12 个月的降水量相关关系均较好。经比较分析, 初步拟定年最大洪峰流量前期积雪因子为前 12 个月降水, 相关系数为 0.74。

1.3 前期温度

温度是除暴雨外, 造成融雪的另一重要因子。前期温度高, 积雪加速消融。对前期各温度因子进行挑选, 与年最大洪峰流量点绘相关关系, 选取相关性较好的流域前 7 d 最高、最低气温温差作为前期温度影响因子, 相关系数为 0.75。

2 多元线性回归模型建立与检验

2.1 数学模型建立

建立多元线性回归数学模型如下^[2]:

$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \dots + a_kX_k \dots a_mX_m + e \quad (1)$$

式中 Y 是因变量; X_1, X_2, \dots, X_m 是自变量; a_0, a_1, \dots, a_m 是待定参数; m 是自变量个数; k 为序数; e 为服从正态分布的随机变量。

本文初步拟定 3 个自变量, X_1 代表前 3 d 降雨, X_2 代表前 12 个月降水, X_3 代表前 7 d 最高、最低气温温差。因变量 Y 代表年最大洪峰流量。通过对 $n = 21$ a 的洪水观测资料计算得到方程组。

2.2 回归系数的最小二乘法求解

为了对各待定系数进行估计, 采用最小二乘法, 设 b_0, b_1, b_2, b_3 分别为 a_0, a_1, a_2, a_3 的最小二乘估值。回归方程变为:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 \quad (2)$$

解对应的正规方程组,求得 $b_0 = -3\ 925.69$, $b_1 = 122.61$, $b_2 = 5.81$, $b_3 = 694.41$ 。

最终所求的回归方程为:

$$Y = -3\ 925.69 + 122.61X_1 + 5.81X_2 + 694.41X_3 \quad (3)$$

2.3 回归方程的检验

回归方程的检验包括回归方程的显著性检验和各自变量的显著性检验。

2.3.1 显著性检验

原假设 $H_0: a_1, a_2, a_3$ 全为 0。

然后用观测资料对假设进行检验,以决定是否接受原假设,后进行各项检验。

$$S_{总} = S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (4)$$

$$S_{剩} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (5)$$

$$S_{回} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (6)$$

上面各式中, S_{yy} 为离差平方和,记为 $S_{总}$,称为总平方和; $S_{剩}$ 为剩余平方和; $S_{回}$ 为回归平方和; y_i 为第 i 个观测值; \bar{y} 为各观测值的算术平均值; \hat{y}_i 为第 i 个观测值的回归值; n 为观测值总个数。

$S_{总} = S_{回} + S_{剩}$, 计算得到 $S_{剩} = 10\ 032\ 997$, $S_{回} = 2\ 629\ 338$ 。

$$\text{复相关系数: } R = \sqrt{\frac{S_{回}}{S_{总}}} \quad (7)$$

$$\text{统计量: } F = \frac{S_{回}/m}{S_{剩}/(n-m-1)} \quad (8)$$

$$\text{临界值: } R_{\alpha} = \sqrt{\frac{mF_{\alpha}}{(n-m-1) + mF_{\alpha}}} \quad (9)$$

式(9)中 F_{α} 为 F 检验的临界值。

计算得复相关系数为 $R = 0.89$, $F_{\alpha}(3,4)$ 置信水平取 0.05 时, $R_{0.05} = 0.91$, $R < R_{0.05}$, 接受 H_0 ; $F_{\alpha}(3,4)$ 置信水平取 0.10 时, $R_{0.10} = 0.87$, $R > R_{0.10}$, 拒绝 H_0 。

2.3.2 各个自变量的显著性检验

前面已求得置信水平为 0.10 时,回归方程显著,可以接受。但回归方程显著并不能说明方程中的所有自变量与因变量间的线性关系都是显著的,因此还必须对各个自变量的显著性进行检验。

检验某个自变量 X_k 是否显著的原假设是 $H'_0: \alpha_k = 0$ 。如果接受原假设,应该将 X_k 从回归方程中剔除,反之则应该保留。

计算各自变量 X_k 对因变量 Y 的贡献:

$$V_k = S_{回}^{(m)} - S_{回 \cdot k}^{(m-1)} = S_{剩 \cdot k}^{(m-1)} - S_{剩}^{(m)} \quad (10)$$

式中 $S_{回}^{(m)}$ 为 m 个自变量时的回归平方和; $S_{回 \cdot k}^{(m-1)}$ 为剔除掉自变量 X_k 时剩余的 $m-1$ 个自变量的回归平方和; $S_{剩}^{(m)}$ 为 m 个自变量时的剩余平方和; $S_{剩 \cdot k}^{(m-1)}$ 为剔除掉自变量 X_k 时剩余的 $m-1$ 个自变量的剩余平方和。

为检验 X_k 的作用是否显著,构造统计量。

$$F = \frac{V_k}{S_{剩}^{(m)}/(n-m-1)} \quad (11)$$

F 服从 $F(0, n-m-1)$ 分布。对于给定的显著性水平 α , 由 F 分布表查得满足 $P(F > F_{\alpha}) = \alpha$ 的 F_{α} , 若 $F \geq F_{\alpha}$, 则拒绝 H'_0 , 表示 X_k 作用明显, 否则, 接受。

经计算得 $V_1 = 1\ 909\ 220$, $V_2 = 2\ 336\ 713$, $V_3 = 2\ 419\ 871$ 。

对最小的 V_1 进行检验, 计算得 $F_1 = 3.235$, 在 α 取 0.10 时, $F_{\alpha} = 3.026$, $F_1 > F_{\alpha}$, 拒绝原假设, 所以 X_1 应保留。其它的变量则不必再检验了^[3]。

利用求得的回归方程代入资料进行验算, 以相对误差 20% 作为标准, 合格率为 95.2%, 计算成果如表 1。

表 1 年最大洪峰流量实测值与计算值比较

年份	实测流量/ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	计算流量/ ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)	相对误差/ %
1966	5460	6082	11.4
1967	3010	3606	19.8
1968	3110	3443	10.7
1969	3300	2752	-16.6
1970	6660	7686	15.4
1971	3610	3336	-7.6
1972	5920	6169	4.2
1973	2680	2843	6.1
1974	5690	4916	-13.6
1975	4090	4331	-5.9
1976	3430	2782	-18.9
1978	3130	3243	3.6
1979	3390	3936	17.3
1980	5820	4659	-22.1
1981	4910	5571	6.3
1982	5090	5270	2.2
1983	3220	3704	12.5
1984	3960	3788	-9.9
1985	4200	4639	12.2
1986	2830	2631	-7.0

3 可能最大洪水(PMF)的估计

雨雪混合补给河流可能最大洪水(PMF)的估计目前还没有一种较为成熟的方法。本次研究主要对初步拟定的 3 个因子进行放大, 各因子暂时取历年最大值: 前 3 d 最大降水 28.2 mm; 前 12 个月降水 489.0 mm; 前 7 d 最高、最低气温温差最大为 24.4°C。代入回归方程, 得可能最大洪水洪峰流量 Q_{PMF} , 同时计算万年一遇洪水洪峰流量设计值 $Q_{0.01\%}$ 。1970 年实测洪水过程其洪峰流量为历年最大, 选择 1970 年作为典型年, 按同倍比进行放大, 估计出可能最大洪水。可能最大洪水与万年一遇洪水洪峰流量设计值比较见表 2, 可能最大洪水过程如图 1。

表 2 可能最大洪水与万年一遇设计洪水值比较成果

洪峰流量 ($\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$)		比值
万年一遇洪水设计值	可能最大洪水	
12375	19316	1.56



图 1 奔子栏流域可能最大洪水过程(1970 年 07 月)