第 19 卷 第 2 期　　中国管理科学　　Vol. 19, No. 2
2011 年 4 月　　Chinese Journal of Management Science　　April, 2011

文章编号:1003－207(2011)02－0010－06

具有时变自由度的 t-copula 蒙特卡罗组合收益风险研究

高　岳,王家华,杨爱军

(南京审计学院金融学院,江苏 南京　211815)

摘　要:应用时变条件 t-copula 函数描述股票指数收益序列之间的时变相依结构。时变条件 t-copula 模型的难点在于如何设定时变相依参数的演化方程,本文建立了用于描述包含时变自由度在内的所有时变相依模型参数的演化方程。进而采用蒙特卡洛仿真方法计算了各种指数组合的 VaR,分析了道琼斯指数与标准普尔指数组合风险的演化趋势,并对结果进行后验测试,结果表明,时变条件 t-copula 函数仿真估计 VaR 可以覆盖最大损失风险。

关键词:时变;自由度;Copula;VaR

中图分类号:F224.9　　文献标识码:A

1　引言

近年来,Copula 相依函数理论在金融风险管理中的应用越来越多,其被广泛的应用到金融工程研究的各个领域,Copula 建模的方法与普通的线性相关的建模方法不同,Copula 模型是针对整个联合分布建模,它能够捕捉更多的非正态、非对称分布的信息,然而,目前利用 Copula 函数计算组合风险值大都采用常相关模式(constant correlation model)。由于相关性会随市场波动而发生变化,即存在条件时变相关性,特别是在金融市场发生重大事件冲击时,用固定模式来描述金融收益序列间的相关性并不准确。因此,本文在估计在险价值(Value at Risk)时,考虑用条件时变相关模式(conditional time-varying correlation model)的 Copula 模型来代替固定相关模式下的 Copula 模型。

目前对时变条件 copula 进行研究的文献较少,Patton(2006)[1,2]提出当前的相关性可通过前期相关性和两个变量累积概率的历史平均值进行解释;Jondeau 和 Rockinger(2007)[3]假设相关性是一个历史值的函数,或是一个时间的确定函数;Bartram 等(2007)[4]指出上述研究存在滞后阶或转换范围(regimes)任意选择的问题,他们在 Patton(2006)[1]的演化方程的基础上,采用了包含自相关和历史项之差的绝对值作为时变高斯 copula 的演化方程。国内对于时变条件 copula 函数及其应用的文献极少,目前只有罗付岩,邓光明(2007)[5]采用条件时变相关模式的 Copula 模型,利用上证、深证指数组合进行实证研究,并与固定相关模式下的 Copula 模型进行比较,认为相对于常相关模式,条件时变相关模式具有较好的表现。龚朴,黄荣兵(2008)[6]采用时变条件 t-copula 模型对我国人民币汇率制度改革前后美元、欧元和日元兑人民币汇率之间的相关性进行了研究。戴晓凤和梁巨方(2010)[7]提出使用时变 Copula 函数来估计现货与期货收益率的联合密度函数,然后通过数值方法计算最小下偏矩套期保值比率的新方法。并且运用上海期货交易所交易的铜期货合约价格与上海金属网公布的铜现货价格数据进行实证检验,发现使用具有随时间变化的相关系数的 Copula 函数,与非参数方法相比,可以得到更小下偏矩的套期保值率。

时变条件 copula 模型的难点在于如何确定时变相依函数参数的演化方程。但是,上述文献对于时变 t-copula 函数的应用时通常只估计相关系数的时变方程,而忽略了对于 t-copula 函数自由度 v 的时变估计,均假设自由度 v 时间不变,这种时变 t-copula 的估计方法必然影响子期间内 t-copula 函数对于相依结构描述的准确性,基于 Patton

收稿日期:2009－09－03;修订日期:2011－02－28

基金项目:江苏省教育厅 2009 年度高校哲学社会科学基金项目(09SJB790024);南京审计学院 2010 年度高层次引进人才经费资助(NSRC1003);“青蓝工程”项目资助

作者简介:高岳(1982－),男(汉族),江苏南京人,南京审计学院金融学院博士,讲师,研究方向:金融工程、风险管理.

(2006b)[1,2]提出的条件 t-copula 时变参数的演化方程,结合 Bartram 等(2007)[4]给出的比较直观的时变高斯 copula 演化方程,本文采用包含自相关和两个变量累积概率的历史项回归式作为时变条件 t-copula参数的演化方程。

主要创新之处在于:其一,建立了时变条件 t-copula的演化方程,并将它应用于道琼斯工业指数与标准普尔指数、恒生指数收益序列之间相关性以及组合风险的分析中。其二,采用不同以往文献对于t-copula自由度 v 时间不变的假定,具体来说,自由度采用类似于相关系数演化方程描述方法,在估计时变相关参数时,还采用变化窗口的方法,比较了不同原始数据长度因素对估计结果的影响,这样能够更准确的预测和估计时变 t-copula 函数。第三,边际分布模型采用了 ARMA-GARCH(1,1)－t,联合分布描述采用 t-copula 模型。Copula 函数中的相依参数以当前可获得的信息为条件对其进行两阶段 IFM 估计。

2　时变条件 Copula 理论

2.1　条件 Copula

Copula 理论为复杂的多变量建模提供了一个简单的方法。Copula 方法的主要思想是多变量联合分布可表示为各变量边缘分布函数和被称为 Copula 的相依(dependence)函数。Copula 函数可以理解为“连接函数”,即把多维随机变量的联合分布函数用其一维边际分布函数连接起来的函数。Copula 方法允许采用不同的边缘分布和不同的相关结构灵活地构建出多元分布,分别对随机变量的边缘进行建模和对变量间的相依关系进行建模简化了多元分布函数的构建。详细请参阅 Nelsen (1999)[8]。

2.2　t-copula 参数估计

本文的参数估计使用 IFM(inference for margins method),该方法是由 Newey 和 McFadden (1994)[9]和 White(1994)[10]提出的两步最大估计。即先从一元时间序列中估计边际分布的参数,再估计 Cpula 函数的各参数。

设 θ_t^x,θ_t^y 表示一元随机变量 x,y 在时间 t 密度函数 $f_t(x_t,\theta_t^x \mid \Psi_{t-1})$ 和 $g_t(y_t,\theta_t^y \mid \Psi_{t-1})$ 的参数,θ_t 表示二元随机变量 x,y 在时间 t 联合密度函数 $h_t(x_t,y_t,\theta_t \mid \Psi_{t-1})$ 的参数,θ_t^c 为二元随机变量 x,y 的 Copula 相依函数 $c_t(u_t,v_t,\theta_t^c \mid \Psi_{t-1})$ 的参数。根据定理,从联合密度函数的方程可以得到联合密度函数的对数似然值为:

$$\log h_t(x_t,y_t,\theta_t \mid \Psi_{t-1}) = \log c_t(u_t,v_t,\theta_t^c \mid \Psi_{t-1}) + \log f_t(x_t,\theta_t^x \mid \Psi_{t-1}) + \log g_t(y_t,\theta_t^y \mid \Psi_{t-1})$$

有 $\theta_t = [\theta_t^c,\theta_t^x,\theta_t^y]$,似然函数为:

$$\begin{aligned} L_{xy}(\theta_t) &= \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\log h_t(x_t,y_t,\theta_t \mid \Psi_{t-1}) \\ &= \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\log c_t(u_t,v_t,\theta_t^c \mid \Psi_{t-1}) + \\ &\quad \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\log f_t(x_t,\theta_t^x \mid \Psi_{t-1}) + \\ &\quad \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1}\log g_t(y_t,\theta_t^y \mid \Psi_{t-1}) \\ &= L_{u,v}(\theta_t^c) + L_x(\theta_t^x) + L_y(\theta_t^y) \end{aligned} \tag{1}$$

IFM 估计步骤:

(1)采用极大似然(ML)法分别估计边际分布函数参数 θ_t^x,θ_t^y。

$$\hat{\theta}_t^x = \operatorname{argmax}\sum_{i=1}^{t-1}\log f_t(x_t,\theta_t^x \mid \Psi_{t-1}) \tag{2}$$

$$\hat{\theta}_t^y = \operatorname{argmax}\sum_{i=1}^{t-1}\log g_t(y_t,\theta_t^y \mid \Psi_{t-1}) \tag{3}$$

(2)采用 ML 法估计 copula 的参数 θ_t^c:

$$\hat{\theta}_t^c = \operatorname{argmax}\sum_{i=1}^{t-1}\log(c_t(u_t,v_t,\theta_t^c \mid \Psi_{t-1})) \tag{4}$$

通过两步 ML 估计结果与一步 ML 估计一样渐进有效。

3　时变 t-copula 函数参数演化方程

3.1　时变相依参数 ρ 的演化方程

t-copula 函数包含两个时变相依参数 ρ_t 和 υ_t^c,这就需要建立时变相依参数的演化方程。在对 ρ_t 时变过程建模方面,Patton(2006)[1,2]提出当前的相关性可以通过之前的相关性和两个变量累积概率的历史平均值进行解释,选择使用 10 阶滞后的平均,提出了如下的条件 Copula 时变参数模型:

高斯 Copula:

$$\rho_t = \widetilde{\Lambda}(\omega_N + \beta_N\rho_{t-1} + \alpha_N \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\varphi^{-1}(u_{t-i})\varphi^{-1}(v_{t-i})) \tag{5}$$

t-copula:
$$\rho_t = \widetilde{\Lambda}(\omega_T + \beta_T\rho_{t-1} + \alpha_T \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}T^{-1}(u_{t-i},\upsilon_x)T^{-1}(v_{t-i},\upsilon_y)) \tag{6}$$

其中 ω_N、ω_T、α_N、α_N、β_N、β_T 均为待估参数,$\Phi^{-1}(\cdot)$ 为正态随机变量累积分布函数的逆函数,$T^{-1}(\cdot,\upsilon)$ 为具有自由度 υ 的一元 t 分布随机变量累

积分布函数的逆函数，$\widetilde{\Lambda}(x)=(1-e^{-x})/(1+e^{-x})$ 是修正的 logistic 函数，用于确保相关系数始终处于－1 到 1 之间. 一般为了简化，均假设 t-copula 中的自由度 υ 保持时不变的。Bartram 等(2007)采用了包含自相关和历史项之差的绝对值的演化方程，并用于时变高斯 Copula 中，具体的演化方程为：

高斯 Copula：$(1-\beta_1 L)(1-\beta_2 L)\rho_t=\omega+\gamma\mid u_{t-1}-v_{t-1}\mid$

其中 β_1 、β_2 、ω 、γ 为待估参数，L 为滞后算子，$\mid u_{t-1}-v_{t-1}\mid$ 为两个变量历史项之差的绝对值，用于获取相依过程的变化。选择其依据是：已实现累积概率之间的差值越小(越大)，相依性则越高(越低)。本文采用两类方程描述时变相关参数 ρ_t 。

演化方程 1：

$$\rho_t=\widetilde{\Lambda}(\omega_T+\beta_{T1}\rho_{t-1}+\beta_{T2}\rho_{t-2}+\alpha_T\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}T^{-1}(u_{t-i},\upsilon_x)T^{-1}(v_{t-i},\upsilon_y))\tag{7}$$

演化方程 2：

$$\rho_t=\widetilde{\Lambda}(\omega_T+\beta_{T1}\rho_{t-1}+\beta_{T2}\rho_{t-2}+\alpha_T\mid T^{-1}(u_{t-1},\upsilon_x)-T^{-1}(v_{t-1},\upsilon_y)\mid)\tag{8}$$

$\omega_T,\beta_{T1},\beta_{T2},\alpha_T$ 为需要估计的参数。

3.2 时变自由度 υ_t^c 的演化方程

对于时变 t-copula 函数的另一参数自由度 υ_t^c ，目前大多数均假设为时间不变，本文将自回归演化方程引入对自由度的时变描述，具体的形式如下：

演化方程 1：

$$\upsilon_t^c=\omega_T+\beta_{T1}\upsilon_{t-1}^c+\beta_{T2}\upsilon_{t-2}^c+\alpha_T\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}T^{-1}(u_{t-i},\upsilon_x)T^{-1}(v_{t-i},\upsilon_y)\tag{9}$$

演化方程 2：

$$\upsilon_t^c=\omega_T+\beta_{T1}\upsilon_{t-1}^c+\beta_{T2}\upsilon_{t-2}^c+\alpha_T\mid T^{-1}(u_{t-1},\upsilon_x)-T^{-1}(v_{t-1},\upsilon_y)\mid\tag{10}$$

其中，将 υ_t^c 设为一、二阶自回归及以及与累积概率有关，$\omega_T,\beta_{T1},\beta_{T2},\alpha_T$ 与之前的定义相同，也为待估参数。

4 实证研究

4.1 数据说明及总体性统计特征

本文选择道琼斯工业指数、标准普尔指数、作为考察对象，考察不同时变参数估计方法所得组合 VaR 结果的差异，所选取的数据为每日指数的对数收益率，选取的区间为 2000 年 1 月至 2011 年 2 月，由于各个市场开市期间略有差异，均选择两者共同开市期间作为样本，数据来源为雅虎财经网站。表 1 为指数收益序列的总体指标。

表 1 道琼斯工业指数、标准普尔指数收益率总体性统计特征

	均值	中位数	最大值	最小值	标准差	偏度	峰度	J-B 统计量
DJI	0.000014	0.000418	0.105083	－0.082005	0.000166	0.001536	0.000166	6620.19
S&P	－0.000047	0.000524	0.109572	－0.094695	0.000189	－0.115166	0.000189	6628.63

注：DJI、S&P 分别为道琼斯工业指数、标准普尔指数

从表 1 的统计指标中，可以看出各币种汇率收益序列具有明显的尖峰厚尾特征，在对各序列进行单位根检验后，各收益序列均不存在单位根，可以采用 ARMA－GARCH(1,1)模型拟合各收益率序列。

4.2 各收益序列 GARCH 模型参数估计

在对各序列进行自相关、偏相关分析后，决定采用 AR(1)模型拟合均值方程，方差方程采用 GARCH(1,1)模型，各序列模型拟合结果见表 2。

表 2 道琼斯工业指数与标准普尔指数的 ARMA-GARCH(1,1)-t 模型参数

	ω	α	β	ν	AIC 准则	Schwarz 准则
DJI	0.0000008	0.9163588	0.0802473	8.0236282	－5.3512500	－5.3332500
S&P	0.0000002	0.8835985	0.0945423	10.7874878	－5.7438700	－5.7318800

注：ω 为均值方程常数项，α、β 为 GARCH(1,1)参数，ν 为边际 t 分布自由度，同表 3,4

采用 GARCH(1,1)模型所得 $\alpha+\beta$ 均小于 1；所有 ARMA-GARCH 模型残差均假设为 t 分布，在模型参数确定之后，得到了标准化的残差序列，由于采用 ARMA-GARCH 模型已经部分过滤了原收益序列的相关性及异方差性，所以可以认为标准化的残差序列符合独立同分布的要求，较之直接使用原收

益序列更为满足下一步估计 Copula 相依结构函数的要求。其中标准化残差序列计算方法为:

$$z_{t,x}=\frac{x_t-\mu_x}{\sqrt{h_t^x}},z_{t,y}=\frac{x_t-\mu_y}{\sqrt{h_t^y}} \tag{11}$$

4.3　时变 t-copula 演化方程估计

本文选择 t-copula 函数描述相依结构,首先,在上述步骤基础上得到各残差序列后,根据残差序列计算各指数的累积分布函数,这里与一般的方法不同,在对残差序列的分布拟合时,选择 t 分布,通过不同指数组合累积分布函数值的时变数据,进而估计时变的 t-copula 函数参数序列,在估计各指数组合 t-copula 时变相关系数 ρ_t 及时变自由度 ν_t 后,根据前文提供的时变演化方程拟合各时变参数序列,并且在利用历史数据进行参数估计时考虑分析数据窗口宽度的影响,这里选择了 100、200 两个窗口宽度,即采用预测当天之前的 100 个历史收益率数据来估计时变 copula 相关参数,所得各演化方程参数如表 3 所示。

表 3　道琼斯工业指数与标准普尔指数组合 t-copula 参数时变演化方程

窗宽		β_{T1}	β_{T2}	α_T		β_{T1}	β_{T2}	α_T
100.0000	ρ_t 方程一	11.6374	0.1317	−28.2123	ν_t 方程一	0.0705	0.0026	3.7100
	ρ_t 方程二	4.3982	0.0298	113.6243	ν_t 方程二	1.0000	−0.0001	0.1389
200.0000	ρ_t 方程一	10.4502	0.4190	−24.7285	ν_t 方程一	0.0705	0.0026	3.7100
	ρ_t 方程二	3.9808	0.4491	109.4138	ν_t 方程二	1.0000	−0.0001	0.1389
300.0000	ρ_t 方程一	11.0597	0.6282	−27.9560	ν_t 方程一	0.0705	0.0026	3.7100
	ρ_t 方程二	3.4687	0.9589	93.1827	ν_t 方程二	1.0000	−0.0001	0.1389

4.4　Copula 模型下的 VaR 计算

在已经得到 Copula 参数的情况下,Monte Carlo 模拟方法计算组合的风险值 VaR(假设持有期为一天)的步骤如下:

(1)利用相关参数 ρ_t 以及时变自由度 υ_t 产生随机数对 $(\mu_{jx},\mu_{jy})\sim C(\cdot,\cdot;\rho_t,\upsilon_t/\psi_{t-1})$ 。

(2) $(q_{j,x},q_{j,y})=(\hat{F}_1^{-1}(\mu_{jx}),\hat{F}_2^{-1}(\mu_{jy}))$,这里 F_1,F_2 为假定边际分布的估计结果。

(3)利用 GARCH 的结果计算 $(x_{j,t},y_{j,t})$,分别为 $\hat{\mu}_{x,t}+q_{j,x}\sqrt{h_t^x}$, $\hat{\mu}_{y,t}+q_{j,y}\sqrt{h_t^y}$ 。

(4)模拟组合收益 $R_t=\ln(\lambda_1 e^{x_{j,t}}+\lambda_2 e^{y_{j,t}})$,其中 λ_1,λ_2 为两资产在组合中比例,这里为了简化分析组成比例不是研究重点,所以权数均设为 0.5:0.5,重复以上步骤 5000 次。

(5)根据 5000 次仿真收益分布,求其特定置信水平的分位数即为 VaR。

其中, $\sqrt{h_t^x}$ 、 $\sqrt{h_t^y}$ 分别为 GARCH 模型得到的两收益序列条件标准差的一步预测值,边际分布均为 t 分布。

基于上述步骤方法,在每一类指数组合中由于 ρ_t 与 υ_t 均估计了两类时变演化方程,以及三类不同的数据窗宽,因此对 t-copula 函数存在 8 种参数组合,所以分别针对以上情况计算了 99%、97%,95% 三种置信水平下的组合 VaR 值。由于所得各类 VaR 序列是时变的,数据较多,无法一一列出。

4.5　VaR 结果的后验测试

它是指检验 VaR 模型的计算结果对实际损失的覆盖程度。选取样本期内的交易日的 VaR 与同期实际回报进行对比,计算溢出(失败)天数(Exception Day)N。失败率 $E=N/T$,并将 E 值与显著性水平 $1-c$ 进行比较,来判定模型的准确性。若 $E>1-c$,说明模型低估了风险;$E<1-c$,表明模型的预测结果覆盖了实际的损失,但如果 E 太小则表明模型估计过于保守。其计算方法如下:

$$N=\sum_{t=1}^{T}E_t\ ,\ E_t=\begin{cases}0,-VaR_t\leqslant r_t\\1,-VaR_t>r_t\end{cases} \tag{12}$$

采用的是由 KuPiec(1995)[11] 提出的基于失效率的似然比率验证方法。检验统计量为:

$$LR=-2In[(1-p)^{T-N}p^N]+2In\left\{\left[1-(\frac{N}{T})\right]^{T-N}(\frac{N}{T})^N\right\} \tag{13}$$

其中:N 为回测检验中实际失败天数;T 为用于回测检验的样本观测天数;P 为计算 VaR 值中的置信度。若初始对 LR 统计量的假设成立,近似服从自由度 1 的卡方分布。卡方分布的 95% 的分位数为 3.841,当 LR 统计量>3.841 时,拒绝初始假设。在上述估计结果的基础上计算 LR 值并进行检验,检验样本为指数组合收益序列的前 500 个交易日后的天数,总体检验结果如表 4 所示。

在固定数据窗口宽度的条件下,检验结果显示,窗宽为 100 时,在道琼斯工业指数与标准普尔指数

组合中，由 ρ_t 演化方程和 ν_t 演化方程不同组合所估计的 VaR 均没有出现风险的低估，采用不同的参数演化方程所得的结果中，其中采用 ρ_t 方程一的两类参数组合的溢出天数均少于采用 ρ_t 方程二的参数组合预测结果，显示时变相关系数参数演化方程一的 VaR 估计值较高。同时，在窗口宽度分别为 200，300 的条件下，这种现象也同时存在；

而当 Copula 参数演化方程确定时，不同窗宽的影响，以 ρt 方程一；νt 方程一构成的参数组合为例，95％置信度的 VaR 预测结果一致，97％置信度的 VaR 预测结果 100 窗宽与 300 窗宽一致，这两种状况下均出现了较 200 窗宽的风险低估，在其他几类参数组合条件下，同样窗宽因素没有形成对 VaR 预测结果的线性关系；

最后，考虑不同置信度下的预测准确性，给定参数演化方程组合，以及相同的窗宽下，95％置信度的 VaR 预测准确性最高，97％置信度次之，99％最差，并且，这里均出现了对风险的明显高估。

表 4 道琼斯工业指数与标准普尔指数组合时变 VaR 检验结果

窗宽	置信水平	时变 t-copula 参数组合类型											
		ρ_t 方程一；ν_t 方程一			ρ_t 方程一；ν_t 方程二			ρ_t 方程二；ν_t 方程一			ρ_t 方程二；ν_t 方程二		
		N	N/T	LR	N	N/T	LR	N	N/T	LR	N	N/T	LR
100	99.00％	9	0.0048	7.6787	10	0.0057	5.0788	10	0.0044	9.2455	11	0.0048	7.6787
	97.00％	48	0.0210	7.0792	47	0.0206	7.8318	51	0.0223	5.0733	49	0.0214	6.3691
	95.00％	88	0.0385	6.8710	88	0.0385	6.8710	89	0.0389	6.3366	89	0.0389	6.3366
200	99.00％	12	0.0053	6.2949	11	0.0048	7.6787	11	0.0048	7.6787	10	0.0044	9.2455
	97.00％	45	0.0197	9.4683	47	0.0214	6.3691	48	0.0210	7.0792	47	0.0206	7.8318
	95.00％	88	0.0385	6.8710	89	0.0389	6.3366	89	0.0389	6.3366	89	0.0389	6.3366
300	99.00％	10	0.0048	7.6787	11	0.0057	5.0788	10	0.0044	9.2455	11	0.0048	7.6787
	97.00％	48	0.0210	7.0792	47	0.0206	7.8318	51	0.0223	5.0733	49	0.0214	6.3691
	95.00％	88	0.0385	6.8710	88	0.0385	6.8710	89	0.0389	6.3366	89	0.0389	6.3366

注：样本天数为 2285，N 为实际溢出天数，N/T 为实际失败率，LR 为检验统计量。

综合上述结果，可以得出以下结论：时变 t-copula 方法估计的 VaR 可以在各置信水平下完全覆盖最大损失风险，但是出现了某些高估风险的情形，这主要出现在较低的置信水平上；时变参数演化方程的选择直接影响对 VaR 估计值的检验结果，这种差异在时变 ρ_t 方程和 ν_t 方程均有体现，并且，检验结果显示采用时变演化方程一所得 ρ_t 与时变演化方程二得到的 ν_t 作为参数计算的 VaR 值效果最好，同时，预测所用的时间序列长度并不直接影响预测结果的准确性。

5 结语

本文应用时变条件 t-copula 函数来描述股指收益序列之间的时变相依结构。通过建立了用于描述包含时变自由度在内的所有相依参数的演化方程，并且对不同演化方程的估计结果进行比较，进而采用蒙特卡洛方法计算了各种指数组合的 VaR，研究结果表明：

（1）时变条件 t-copula 函数仿真 VaR 序列可以完全覆盖相应置信水平下的最大损失风险，没有出现任何风险的低估，并且在相对较低的置信度上 97％、95％风险估计结果比较准确，而较高 99％置信度下则出现溢出（失败）天数过少的情况，风险明显高估。

（2）在比较了两类所选时变参数演化方程的估计结果后，就本文的数据而言，在对时变 t-copula 相关系数 ρ_t 宜使用时变演化方程为包含相关参数一、二阶自回归项及包含 10 个历史项累积概率分布函数平均值。

（3）在对时变自由度 ν_t 建模时，宜使用时变演化方程为包含相关参数一、二阶自回归项及包含前一阶累积概率分布函数值之差的绝对值，当然，这也存在自回归阶数任意选择的问题。

（4）用于预测参数的收益率历史数据窗宽的对 VaR 估计结果的准确性影响不强，在 100/200/300 三类窗宽情形下，没有发现 VaR 预测结果准确性产生明显的差异。

本文所揭示的条件尾部相关性对资产组合的风险管理具有参考价值，即在进行跨市场股票组合风险的管理时，需要考虑股票资产之间收益分布的联动性，特别是在极端风险状况下的联动性大小。

参考文献：

[1] Patton，A. J.. Modelling asymmetric exchange rate de-

pendence[J]. International Economic Review, 2006, 47:527－556.

[2] Patton, A. J.. Estimation of multivariate models for time series of possibly different lengths[J]. Journal of Applied Econometrics, 2006, 21:147－173.

[3] Jondeau. E., Rockinger. M.. The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock market application[J]. Journal of International Money and Finance, 2007, 25:827－853.

[4] Bartram. S/M., Taylor, S. J., Wang, Y. H.. The Euro and European financial market dependence[J]. Journal of Banking and Finance, 2007, 31: 1461－1481.

[5] 罗付岩,邓光明. 基于时变条件 copula 的 VaR 估计[J]. 系统工程, 2007,(8):28－33.

[6] 龚朴,黄荣兵. 外汇资产的时变相关性分析[J]. 系统工程理论与实践,2008,(8):26－37.

[7] 戴晓凤,梁巨方. 基于时变 Copula 函数的下偏矩最优套期保值效率测度方法研究[J]. 中国管理科学,2010,12(6):26－32.

[8] Nelsen, R.. An introduction to copulas[M]. New York: Springer, 1999.

[9] Newey, W. K., McFadden, D.. Large sample estimation and hypothesis testing[K], In: Engle R F, McFadden (Eds.), In: Handbook of Econometrics, vo1. 4. North-Holland, Amsterdam, 1994.

[10] White, H.. Estimation, Inference and Specification Analysis[M]. New York: Cambridge University Press, 1994.

[11] Paul, K.. Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models[J]. Journal of Derivatives, 1995,(2):73－84.

Estimation on Portfolio Risk via Time-varying T-copula and Monte-carlo Method

GAO Yue, WANG Jia-hua

(School of Finance, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China)

Abstract: A time-varying t-copula model is used to investigate the dependence between return series of Dow Jones Industrial Average Index and S&P 500 INDEX. The difficulty of time-varying t-copula model is how to specify evolution equation of time-varying dependence parameters. A new evolution equation have been established to describe time-varying parameters including time-varying related correlation coefficient and degree of freedom. Moreover, stimulated portfolio return series is generated by monte-carlo method in order to get VaR of different portfolios. Next, a simple analysis on the risk trend of these portfolios is given here. The VaR results are tested by backtesting method, the result of these tests shows that VaR series calculated by time-varying copula model have a good coverage rate to factual lost.

Key words: time-varying; Copula; VaR