文章编号:1001-506X(2013)07-1375-05 网址:www.sys-ele.com

一种融合 UKF 和 EKF 的粒子滤波状态估计算法

于洪波[1],王国宏[1],孙 芸[1],曹 倩[2]

(1. 海军航空工程学院信息融合技术研究所,山东 烟台 264001;
2. 海军航空工程学院图书馆,山东 烟台 264001)

摘 要:在扩展卡尔曼滤波算法(extended Kalman filter, EKF)和不敏卡尔曼滤波算法(unscented Kalman filter, UKF)的基础上,提出一种基于融合的粒子滤波算法(fusion based particle filter, FPF)。该算法首先利用 EKF 与 UKF 分别预测粒子状态,然后通过融合算法得到粒子的重要性建议分布,实现粒子状态更新。因为充分利用了量测信息,因而能有效提高状态估计精度。仿真中通过实例将该算法与已有的粒子滤波(particle filter, PF)算法进行比较,结果表明该算法各方面性能都有较大改进。

关键词:状态估计;粒子滤波算法;融合算法;扩展卡尔曼滤波;不敏卡尔曼滤波

中图分类号:TN 957 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.07.04

Particle filtering algorithm of state estimation on fusion of UKF and EKF

YU Hong-bo[1], WANG Guo-hong[1], Sun Yun[1], Cao Qian[2]

(*1. Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;*
2. Library of Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: Based on the extended Kalman filter (EKF) algorithm and unscented Kalman filter (UKF) algorithm, a new fusion based particle filtering algorithm (FPF) is presented, in which the importance density function is generated by means of a fusion algorithm. To derive the importance density of samples, the state of each particle is predicted separately according to EKF and UKF. An application example is given to draw a comparison between this new algorithm and the existing particle filter (PF) algorithm. The results show that new algorithm outperforms the existing particle filter algorithm in all aspects.

Keywords: state estimation; particle filtering (PF) algorithm; fusion algorithm; extended Kalman filter (EKF); unscented Kalman filter (UKF)

0 引 言

卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)是线性高斯系统中利用最小均方根误差准则进行目标状态估计的最优滤波方法[1],但是在实际中,往往遇到非线性非高斯系统,这就需要采用非线性滤波方法。

粒子滤波(particle filter, PF)是近几年新兴起的一种非线性滤波方法[2],其突出优点在于摆脱了解决非线性滤波问题时随机量必须满足高斯分布的制约条件,因此近年来该算法在许多领域得到成功应用[3-5]。经过几年的发展,现在已经出现多种 PF 算法,例如扩展卡尔曼粒子滤波(extended Kalman particle filter, EPF)[6-7]、不敏粒子滤波(unscented Kalman particle filter, UPF)[8-9]、辅助粒子滤波(auxiliary particle filter, APF)[10-12]等。

以 EKF 作为 PF 的建议分布就得到了 EPF。EPF 方法在系统非线性强度不太高的环境下具有方法简单,容易实现的优点。但是 EPF 用泰勒展开式将系统进行线性化近似,忽略了高阶项,这样在滤波过程中不可避免地要引入线性化误差从而降低了算法精度,因此该算法一般只能达到二阶的精度。以 UKF 作为 PF 的建议分布,就得到了 UPF。UPF 方法由于不需要对非线性系统进行线性化近似,所以可以很容易的处理强非线性问题。但是 UPF 方法只适用于高斯环境,而不能应用于更复杂的非高斯环境。

在分析 EKF 和 UKF 的基础上,本文提出一种新的融合粒子滤波算法(fusion based particle filter, FPF)。该算法通过融合的 EKF 和 UKF 更新来获得状态的重要性建议

收稿日期:2012-01-17; **修回日期**:2013-03-22; **网络优先出版日期**:2013-06-05。
网络优先出版地址:http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20130605.1341.008.html
基金项目:国家自然科学基金(61179018,61102165,61102167)资助课题

分布,从而实现粒子状态的估计。因为充分利用了观测值,所以该建议分布更接近真实分布的近似表达方式。

1 PF 算法

PF 是一种基于蒙特卡罗仿真的最优回归贝叶斯滤波算法[13-14]。这种滤波方法基本思想是将所关心的状态矢量表示为一组带有相应权值的随机样本,并且通过这些样本和权值可以计算出状态估计值。与其他非线性滤波算法(如 EKF、UKF)相比,这种方法不受线性化误差或高斯噪声假定的限制,适用于任何环境下的任何系统模型或量测模型。假设非线性系统的状态方程和量测方程分别为

$$\begin{cases} \boldsymbol{X}_{k+1} = \boldsymbol{f}(k, \boldsymbol{X}_k) + \boldsymbol{V}_k \\ \boldsymbol{Z}_k = \boldsymbol{h}(k, \boldsymbol{X}_k) + \boldsymbol{W}_k \end{cases} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{X}_k$ 表示 k 时刻目标的状态;$\boldsymbol{Z}_k$ 表示 k 时刻对目标的量测,$\boldsymbol{Z}_{1:k}=\{\boldsymbol{Z}_1, \boldsymbol{Z}_2, \cdots, \boldsymbol{Z}_k\}$;$\boldsymbol{V}_k$、$\boldsymbol{W}_k$ 分别为系统过程噪声和量测噪声,它们的分布特性已知且相互独立。则状态的后验密度函数可表述为

$$p(\boldsymbol{X}_{0:k} \mid \boldsymbol{Z}^{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N} q_k^{(i)} \delta(\boldsymbol{X}_{0:k} - \boldsymbol{X}_{0:k}^i) \tag{2}$$

式中,N 为样本数;$\boldsymbol{X}_{0:k}=\{\boldsymbol{X}_0, \boldsymbol{X}_1, \cdots, \boldsymbol{X}_k\}$为时刻 k 所有状态组成的向量集合;$\{\boldsymbol{X}_{0:k}^i\}_{i=1}^N$ 是从重要性概率密度函数 $\pi(\boldsymbol{X}_k^i \mid \boldsymbol{X}_{0:k-1}^i, \boldsymbol{Z}_{1:k})$中获得的采样;$q_k^{(i)}$ 为第 i 个样本对应的权值。

$$q_k^{(i)} \approx q_{k-1}^{(i)} \frac{p(\boldsymbol{z}_k \mid \boldsymbol{x}_k^i) p(\boldsymbol{x}_k^i \mid \boldsymbol{x}_{k-1})}{\pi(\boldsymbol{x}_k^i \mid \boldsymbol{x}_{k-1}^i, \boldsymbol{z}_k)} \tag{3}$$

PF 的一个主要问题是退化问题。减少退化现象影响的方法一般有 2 种,一是选择好的重要密度函数,另一种是使用重采样技术。重采样方法的基本思想是消减权值较小的粒子,集中权值较大的粒子。

2 FPF 算法

PF 是针对非线性系统的一种随机抽样算法,因而其性能在很大程度上取决于重要性概率密度的设计。选择最优重要性概率密度可以使采样点权值的协方差最小,根据文献[15],最优的重要性概率密度为

$$\pi(\boldsymbol{X}_k^i \mid \boldsymbol{X}_{k-1}^i, \boldsymbol{Z}_k) = p(\boldsymbol{X}_k^i \mid \boldsymbol{X}_{k-1}^i, \boldsymbol{Z}_k) \tag{4}$$

但是,对于大多数系统来说,最优重要性概率密度很难实现,因此经常对最优重要性概率密度进行次优近似。我们采用一种新的重要性建议分布,即将 EKF 与 UKF 相结合来对粒子进行预测更新,这就是 FPF。算法流程如图 1 所示。

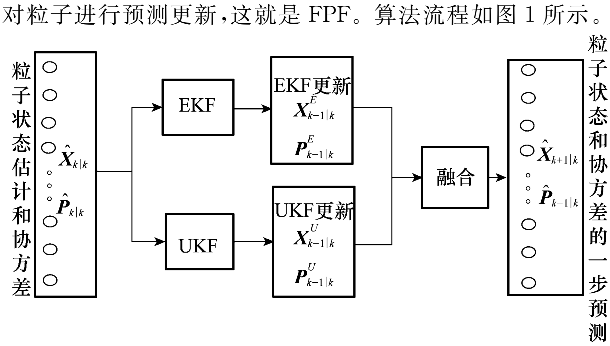

图 1 FPF 算法流程

2.1 EKF 更新

在 EKF 更新过程中,首先利用线性化技巧将非线性滤波问题转化为一个近似的线性滤波问题,然后套用线性滤波理论得到原非线性滤波问题的次优估计。具体实现方法是将系统的非线性方程用泰勒级数展开,取其一阶或者二阶项,从而求得状态转移矩阵和量测矩阵的雅可比矩阵,实现系统的线性化近似。

采用式(1)给出的系统状态方程和量测方程。假设 k 时刻,第 i 个粒子的状态估计 $\hat{\boldsymbol{X}}_k^i$,相应协方差阵为 $\boldsymbol{P}_k^i$。k 时刻系统状态估计为 $\hat{\boldsymbol{X}}(k|k)$,协方差估计为 $\boldsymbol{P}(k|k)$。在 $\hat{\boldsymbol{X}}(k|k)$附近对系统状态方程进行泰勒级数展开,取二阶项展开式,得到系统状态向量 $\boldsymbol{f}(k, \boldsymbol{X}_k)$ 的雅可比矩阵 $\boldsymbol{f}_X(k)$。然后,在状态预测 $\boldsymbol{X}(k+1|k)$附近,对系统量测方程进行泰勒级数展开,可得到系统量测向量 $\boldsymbol{h}(k, \boldsymbol{X}_k)$ 的雅可比矩阵 $\boldsymbol{h}_X(k+1)$,最后进行 EKF 递推:

粒子状态的一步预测

$$\boldsymbol{X}_E^i(k+1 \mid k) = \boldsymbol{f}(k, \hat{\boldsymbol{X}}_k^i) \tag{5}$$

协方差的一步预测

$$\boldsymbol{P}_E^i(k+1 \mid k) = \boldsymbol{f}_X(k) \boldsymbol{P}_k^i(k \mid k) \boldsymbol{f}_X^{\mathrm{T}}(k) + \boldsymbol{Q}(k) \tag{6}$$

量测预测

$$\boldsymbol{z}_E^i(k+1 \mid k) = \boldsymbol{h}(k+1, \boldsymbol{X}_E^i(k+1 \mid k)) \tag{7}$$

量测协方差

$$\boldsymbol{S}_E^i(k+1) = \boldsymbol{h}_X(k+1) \boldsymbol{P}_E^i(k+1 \mid k) \boldsymbol{h}_X^{\mathrm{T}}(k+1) + \boldsymbol{R}(k+1) \tag{8}$$

卡尔曼增益

$$\boldsymbol{K}_E^i(k+1) = \boldsymbol{P}_E^i(k+1 \mid k) \boldsymbol{h}_X^{\mathrm{T}}(k+1) (\boldsymbol{S}_E^i(k+1))^{-1} \tag{9}$$

第 i 个粒子的 EKF 状态更新为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_E^i(k+1) = {} & \boldsymbol{X}_E^i(k+1 \mid k) + \boldsymbol{K}_E^i(k+1) \cdot \\ & [\boldsymbol{z}(k+1) - \boldsymbol{z}_E^i(k+1 \mid k)] \end{aligned} \tag{10}$$

相应状态协方差更新为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_E^i(K+1) = {} & [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_E^i(k+1) \boldsymbol{h}_X(k+1)] \cdot \\ & \boldsymbol{P}_E^i(k+1 \mid k) \cdot [\boldsymbol{I} + \boldsymbol{K}_E^i(k+1) \boldsymbol{h}_X(k+1)]^{\mathrm{T}} - \\ & \boldsymbol{K}_E^i(k+1) \boldsymbol{R}(k+1) \boldsymbol{K}_E^i(k+1)^{\mathrm{T}} \end{aligned} \tag{11}$$

2.2 UKF 更新

UKF 更新与 EKF 更新同时进行。UKF 通过选取一系列 δ 采样点来实现对状态向量重要性概率密度的近似化。由于不需要对非线性系统进行线性化近似,所以可以很容易地应用于强非线性系统的状态估计。

对于 k 时刻的第 i 个粒子,首先通过不敏变换得到 δ 采样点 $\boldsymbol{\chi}_j^i$。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_0^i = \hat{\boldsymbol{X}}_k^i, \ j = 0 \\ \boldsymbol{\chi}_j^i = \hat{\boldsymbol{X}}_k^i + (\sqrt{(n_x + \kappa) \boldsymbol{P}_k^i})_j, \ j = 1, \cdots, n_x \\ \boldsymbol{\chi}_{j+n_x^i}^i = \hat{\boldsymbol{X}}_k^i - (\sqrt{(n_x + \kappa) \boldsymbol{P}_k^i})_j, \ j = 1, \cdots, n_x \end{cases} \tag{12}$$

采样点对应的权值 $\boldsymbol{W}_i$ 为

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}_0^i = \kappa / (n_x + \kappa), \ j = 0 \\ \boldsymbol{W}_j^i = 1/[2(n_x + \kappa)], \ j = 1, \cdots, n_x \\ \boldsymbol{W}_{j+n_x}^i = 1/[2(n_x + \kappa)], \ j = 1, \cdots, n_x \end{cases} \tag{13}$$

式中，κ 是一个尺度参数，可以为任何数值，只要 $(n_x+\kappa)\neq 0$；$(\sqrt{(n_x+\kappa)\boldsymbol{P}_k^i})_i$ 是 $(n_x+\kappa)\boldsymbol{P}_k^i$ 均方根矩阵的第 i 行或第 i 列；n_x 为状态向量的维数；$\hat{\boldsymbol{X}}_k^i$ 是 k 时刻第 i 个粒子的状态，其相应协方差阵为 $\boldsymbol{P}_k^i$。最后进行 UKF 递推：

δ 采样点的一步预测

$$\boldsymbol{\chi}_j^i(k+1\mid k)=\boldsymbol{f}(k,\boldsymbol{\chi}_j^i) \tag{14}$$

状态的一步预测

$$\boldsymbol{X}_U^i(k+1\mid k)=\sum_{j=0}^{2n_x}W_j^i\boldsymbol{\chi}_j^i(k+1\mid k) \tag{15}$$

状态的误差

$$\Delta\boldsymbol{X}_j^i=\boldsymbol{\chi}_j^i(k+1\mid k)-\boldsymbol{X}_U^i(k+1\mid k) \tag{16}$$

协方差的一步预测

$$\boldsymbol{P}_U^i(k+1\mid k)=\sum_{j=0}^{2n_x}\Delta\boldsymbol{X}_j^iW_j^i(\Delta\boldsymbol{X}_j^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}(k) \tag{17}$$

δ 量测的一步预测

$$\psi_j^i(k+1\mid k)=\boldsymbol{h}(k+1,\boldsymbol{\chi}_j^i(k+1\mid k)) \tag{18}$$

量测的一步预测

$$\boldsymbol{Z}_U^i(k+1\mid k)=\sum_{j=0}^{2n_x}W_j^i\,\psi_j^i(k+1\mid k) \tag{19}$$

量测的误差

$$\Delta\boldsymbol{Z}_j^i=\psi_j^i(k+1\mid k)-\boldsymbol{Z}_U^i(k+1\mid k) \tag{20}$$

量测的协方差为

$$\boldsymbol{P}_{ZZ}^i=\sum_{j=0}^{2n_x}\Delta\boldsymbol{Z}_j^iW_j^i(\Delta\boldsymbol{Z}_j^i)^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}(k+1) \tag{21}$$

量测与状态的互协方差为

$$\boldsymbol{P}_{ZZ}^i=\sum_{j=0}^{2n_x}\Delta\boldsymbol{X}_j^iW^j(\Delta\boldsymbol{Z}_j^i)^{\mathrm{T}} \tag{22}$$

增益为

$$\boldsymbol{K}_U^i(k+1)=\boldsymbol{P}_{XZ}^i(\boldsymbol{P}_{ZZ}^i)^{-1} \tag{23}$$

第 i 个粒子的 UKF 状态更新为

$$\boldsymbol{X}_U^i(k+1)=\boldsymbol{X}_U^i(k+1\mid k)+\boldsymbol{K}_U^i(k+1)\cdot[\boldsymbol{z}(k+1)-\boldsymbol{z}_U^i(k+1\mid k)] \tag{24}$$

相应状态协方差更新为

$$\boldsymbol{P}_U^i(k+1)=\boldsymbol{P}_U^i(k+1\mid k)-\boldsymbol{K}_U^i(k+1)\boldsymbol{P}_{ZZ}^i(\boldsymbol{K}_U^i(k+1))^{\mathrm{T}} \tag{25}$$

2.3　状态融合

得到每个粒子 EKF 和 UKF 的状态及协方差更新后，再进行状态融合得到粒子的建议分布。本文采用次优融合算法，算法如下。

设第 i 个粒子通过 EKF 和 UKF 的状态和协方差一步预测为

$$\boldsymbol{X}_j^i(k+1)=\begin{cases}\boldsymbol{X}_E^i(k+1),\ j=1\\ \boldsymbol{X}_U^i(k+1),\ j=2\end{cases} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{P}_j^i(k+1)=\begin{cases}\boldsymbol{P}_E^i(k+1),\ j=1\\ \boldsymbol{P}_U^i(k+1),\ j=2\end{cases} \tag{27}$$

由文献[16]可得状态的次优融合解为

$$\boldsymbol{X}_F^i(k+1|)=\boldsymbol{P}_F^i(k+1)\sum_{j=1}^{2}[\boldsymbol{P}_j^i(k+1)^{-1}\boldsymbol{X}_j^i(k+1)\boldsymbol{P}_j^i(k+1)] \tag{28}$$

式中

$$\boldsymbol{P}_F^i(k+1)=[\sum_{j=1}^{2}\boldsymbol{P}_j^i(k+1)^{-1}]^{-1} \tag{29}$$

$\hat{\boldsymbol{X}}_F^i(k+1)$ 和 $\hat{\boldsymbol{P}}_F^i(k+1)$ 就是 k 时刻粒子的融合状态和融合协方差，由 EKF 和 UKF 融合更新得到重要性建议分布为

$$\pi(\boldsymbol{X}_{k+1}^i\mid\boldsymbol{X}_{0:k}^i,\boldsymbol{Z}_{1:k+1})=\boldsymbol{N}(\boldsymbol{X}_F^i(k+1),\boldsymbol{P}_F^i(k+1)) \tag{30}$$

从重要性建议分布中采样得到 $k+1$ 时刻粒子预测如下：

$$\boldsymbol{x}_{k+1}^i\sim\pi(\boldsymbol{X}_{k+1}^i\mid\boldsymbol{X}_{0:k}^i,\boldsymbol{Z}_{1:k+1}) \tag{31}$$

相应的粒子权重为

$$\tilde{q}_{k+1}^i\approx q_k^i\frac{p(\boldsymbol{z}_k\mid\boldsymbol{x}_k^i)p(\boldsymbol{x}_k^i\mid\boldsymbol{x}_{k-1}^i)}{\pi(\boldsymbol{x}_k^i\mid\boldsymbol{x}_{k-1}^i,\boldsymbol{z}_k)} \tag{32}$$

最后实现系统状态和协方差估计

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\sum_{i=1}^{N}q_{k+1}^i\cdot\boldsymbol{x}_{k+1}^i\\ \hat{\boldsymbol{P}}_{k+1}=\sum_{i=1}^{N}q_{k+1}^i\cdot(\boldsymbol{x}_{k+1}^i-\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1})(\boldsymbol{x}_{k+1}^i-\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1})^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{33}$$

式中，q_{k+1}^i 为归一化权重

$$q_{k+1}^i=\frac{\tilde{q}_{k+1}^i}{\sum_{i=1}^{N}\tilde{q}_{k+1}^i} \tag{34}$$

3　仿真实验

在简单目标跟踪问题中，目标的空间位置一般包括在目标状态中，所以对目标进行跟踪即是对目标状态的估计。将 FPF 用于目标跟踪，并与其他 PF 方法进行比较。

采用一个广泛应用的标量模型[17]对算法进行验证，其状态模型和观测模型分别为

$$x_k=0.5x_{k-1}+\frac{2.5x_{k-1}}{1+2.5x_{k-1}^2}+8\cos(1.2k)+v_k \tag{35}$$

$$z_k=\frac{x_k^2}{20}+w_k \tag{36}$$

式中，$v_k\sim N(0,1)$，$w_k\sim N(0,1)$，$x_0=10$，观测时间为 $K=60$，粒子数用 N 表示，共进行 50 次蒙特卡罗实验。不敏变换参数设置为 $\alpha=1$，$\beta=0$，$\kappa=2$。设第 m 次蒙特卡罗实验 k 时刻模型真实状态为 x_k^m，算法估计状态为 $\hat{x}_k^m$，则 50 次蒙特卡罗实验的均方根误差（root mean square error，RMSE）为

$$E_{\mathrm{rmse}}(k)=\left(\frac{1}{50}\sum_{m=1}^{50}(\hat{x}_k^m-x_k^m)^2\right)^{1/2} \tag{37}$$

仿真中采用的滤波算法为：FPF，UPF 和 EPF；仿真平台如下：

处理器：Intel(R) Core(TM) Quad；

内存：3072MB RAM；

CPU：Q8200 2.33GHz (4 CPUs)；

仿真软件：Matlab 7.0。

图 2 和图 3 给出了一次仿真得到的跟踪效果比较结果，可以看出使用 FPF 跟踪效果与真实的状态最接近，其次

是 UPF，最差是 EPF。在采样粒子数为 $N=50$ 时，对 3 种滤波算法进行 50 次蒙特卡罗仿真实验，FPF 算法与其他算法的 RMSE 比较如图 4 所示。可以看出，RMSE 从 EPF、UPF 到 FPF 依次降低，RMSE 越小，说明跟踪效果越好。

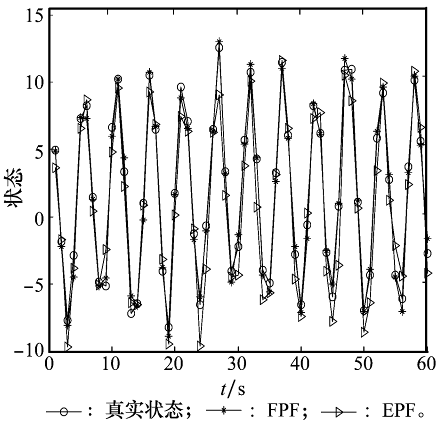

图 2 FPF 与 EPF 跟踪效果比较图

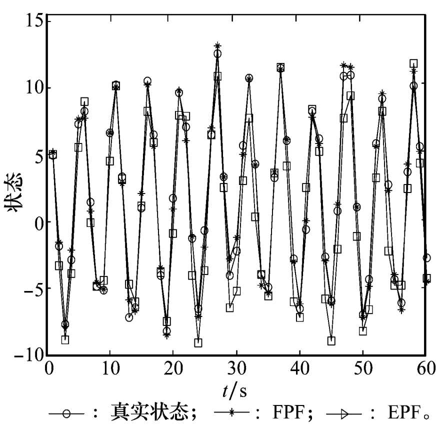

图 3 FPF 与 UPF 跟踪效果比较图

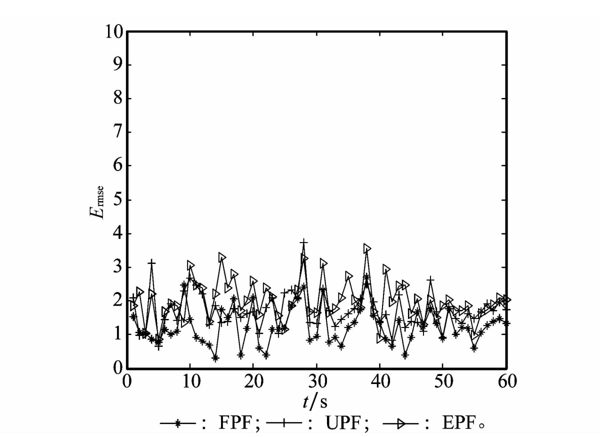

图 4 不同算法状态估计均方根误差

表 1 给出了粒子数 $N=50$ 时，不同 PF 算法进行 50 次蒙特卡罗实验所产生的状态 RMSE 的均值、方差和平均单次运行时间。可以非常明显地看出：FPF 状态估计精度最高，EPF 估计精度最差，同时 FPF 的数值稳定性也优于 EPF 和 UPF；不足之处是 FPF 算法仿真时间较长，这是由于 FPF 采用了 EKF 和 UKF 融合作为重要性建议分布，计算复杂度较高。

表 1 不同算法状态估计结果

不同滤波算法	均方误差		单次平均运行时间/s
	全时刻均值	全时刻方差	
UPF	1.807 8	0.518 1	3.281
EPF	1.715 7	0.493 0	2.712
FPF	1.622 2	0.466 1	3.953

粒子数 $N=50$ 时通过不同 PF 算法对模型的概率分布进行拟合。图 5 和图 6 分别是时刻 22 和时刻 35 时，不同 PF 算法对模型概率分布的拟合。从图中可以看出 FPF 算法能更好的拟合模型的概率分布，这与前面对 RMSE 性能的分析一致。

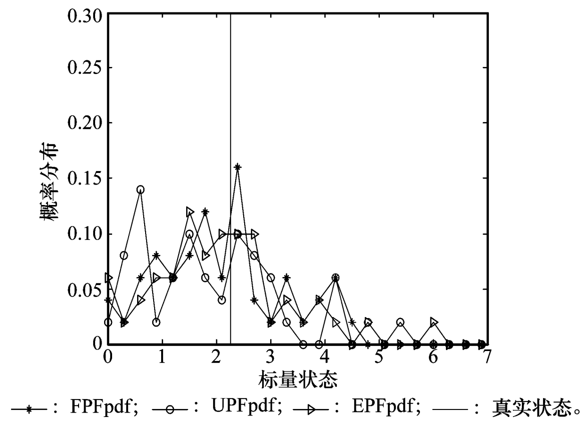

图 5 $k=22$ 时不同 PF 对模型概率分布的拟合

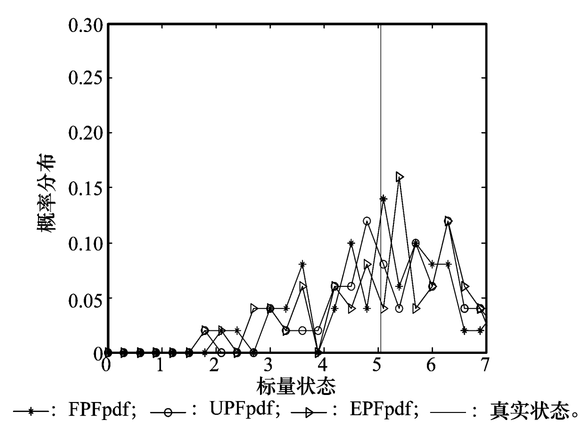

图 6 $k=35$ 时不同 PF 对模型概率分布的拟合

4 结 论

分析 EPF 和 UPF 的优缺点，提出了 FPF 算法，其基本思想是通过融合的 EKF 和 UKF 更新获得状态的重要性建议分布。因为充分利用了观测值，所以该重要性建议分布更接近系统状态的真实分布。仿真实验结果表明，新算法在非线性系统状态估计中具有较高的估计精度，性能优于已有的 UPF 和 EPF 算法。

参考文献：

[1] Andreas S, Hans A. Bridging the ensemble Kalman filter and particle filters: the adaptive Gaussian mixture filter[J]. *Computational Geosciences*, 2011,15(2): 293 - 305.

[2] Olivier C, Simon J G, Eric M. An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007,95(5): 899 - 924.

[3] Gong Y X, Yang H W, Hu W D, et al. Particle filter based track-before-detect algorithm for weak targets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(12): 2143 - 2148.(龚亚信，杨宏文，胡卫东，等. 基于粒子滤波的弱目标检测前跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术，2007，29 (12)：2143 - 2148.)

[4] Su H T, Shui P L, Liu H W, et al. Particle filter based track-before-detect algorithm for over-the-horizon radar target detection and tracking [J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2009, 18 (1):59 - 64.

[5] Bocquel M, Driessen H, Bagchi A. A particle filter for TBD which deals with ambiguous data[C]// *Proc. of the IEEE Radar Conference*, 2012: 575 - 580.

[6] Melzi M, Ouldali A. Multiple target tracking using the extended Kalman particle probability hypothesis density filter[C]// *Proc. of the 18th European Signal Processing Conference*, 2010: 1821 - 1826.

[7] Zhang J G, Ji H B. IMM iterated extended Kalman particle filter based target tracking[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(5): 1116 - 1120.(张俊根，姬红兵. IMM 迭代扩展卡尔曼粒子滤波跟踪算法[J]. 电子与信息学报，2010, 32(5):1116 - 1120.)

[8] Merwe R, Doucet A. The unscented particle filte[R]. Cambridge: Cambridge University Engineering Department, 2000.

[9] Gao S, Bi D Y, Wei N. Small target track before detect algorithm based on unscented particle filtering[J]. *Journal of Computer Applications*, 2009,29(8): 2060 - 2064.(高山，毕笃彦，魏娜. 基于 UPF 的小目标检测前跟踪算法[J]. 计算机应用，2009, 29(8):2060 - 2064.)

[10] Liu Y L, Gu X H. Current statistical model tracking algorithm based on improved auxiliary particle filter[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010,32(6): 1206 - 1209.(刘亚雷，顾晓辉. 改进的辅助粒子滤波当前统计模型跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术，2010, 32(6):1206 - 1209.)

[11] Doucet A, Jolsson M. Optimality of the auxiliary particle filter [J]. *Probability and Mathematical Statistics*, 2009,29 (1): 1 - 28.

[12] Johansen A, Doucet A. A note on the auxiliary particle filter[J]. *Statistics and Probability Letters*, 2008,78(12): 1498 - 1504.

[13] Zhao L L, Ma P J, Su X H, et al. Spatial size of sample set control based multire solutional particle filter[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(11):2664 - 2668.(赵玲玲，马培军，苏小红，等. 空间域容量控制多分辨率粒子滤波算法[J]. 电子学报，2010，38(11)：2664 - 2668.)

[14] Hong L, Wicker D. A spatial domain multire solutional particle filter with thresholded wavelets[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(6): 1384 - 1404.

[15] Simon R M, Neil E G, Tim C C. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002,50(2):174 - 188.

[16] He Y, Wang G H. *Multisensors information fusion with application*[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007: 269 - 270.(何友，王国宏. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京：电子工业出版社，2007：269 - 270.)

[17] Gordon N L, Salmond D J, Smith A F. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. *Radar Signal Processing*, 1993,140(2):107 - 113.

作者简介：

于洪波(1983 -)，男，博士研究生，主要研究方向为信息融合技术、信号与信息处理。

E-mail：bluefishseasky@yahoo.com.cn

王国宏(1963 -)，男，教授，博士研究生导师，主要研究方向为信息融合技术、雷达数据处理。

E-mail：wangguohong@vip.sina.com

孙　芸(1987 -)，女，硕士研究生，主要研究方向为信息融合技术。

E-mail：281861081@qq.com

曹　倩(1984 -)，女，讲师，硕士，主要研究方向为云计算技术。

E-mail：Caoqian_1984@163.com