

基于马田系统和 ϕ_s 转换的模糊积分多属性决策方法

常志朋^{1,2}, 程龙生¹

(1. 南京理工大学经济管理学院, 江苏 南京 210094;
2. 安徽工业大学经济学院, 安徽 马鞍山 243002)

摘要: 在实际决策问题中, 决策属性间往往存在一定的交互作用, 而传统决策方法并不能有效处理。针对这种情况提出了一种基于马田系统(Mahalanobis-Taguchi system, MTS)和 ϕ_s 转换的模糊积分多属性决策方法。该方法针对 ϕ_s 转换法利用属性权重确定 λ 模糊测度存在的问题, 提出利用 Shapley 值代替属性权重来确定 λ 模糊测度, 同时提出了一种基于马田系统的 Shapley 值测度方法, 并给出了合理性分析。最后通过实例分析了不同交互度对决策结果的敏感性, 并验证了利用 Shapley 值确定的 λ 模糊测度更有利于决策。

关键词: 多属性决策; 马田系统; 模糊测度; Choquet 积分

中图分类号: C 934

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.08.20

Fuzzy integral multi-attribute decision making method based on Mahalanobis-Taguchi system and ϕ_s transformation

CHANG Zhi-peng^{1,2}, CHENG Long-sheng¹

(1. School of Economics & Management, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;
2. School of Economics, Anhui University of Technology, Maanshan 243002, China)

Abstract: For actual decision making problems, the traditional decision making methods can not effectively deal with the interaction between attributes. To solve this problem, a fuzzy integral multi-attribute decision making method based on Mahalanobis-Taguchi system (MTS) and ϕ_s transformation is proposed. In this method, to overcome the problem of the λ fuzzy measure identification method based on ϕ_s transformation and the weights of attributes, this paper uses the Shapley value instead of weight to determine λ fuzzy measure. At the same time, this paper uses the Shapley value identification method based on Mahalanobis-Taguchi system, and the rationality of the identification method is analyzed. An illustrative example is given to analyze the sensitivity of the decision results based on different interaction degrees and verify the inference that the Shapley value is better than weight for decision making.

Keywords: multi-attribute decision making; Mahalanobis-Taguchi system; fuzzy measure; Choquet integral

0 引言

对于军事、经济及社会领域里的很多决策问题, 由于影响因素复杂, 属性间往往存在一定的交互作用。Choquet 积分^[1-7]和 λ 模糊测度^[8]是解决这类多属性决策问题的有效工具。关于 λ 模糊测度的确定方法, 一些学者做了

大量研究, 如最小分割法^[9]、优化法^[10]等。但是这些方法都是基于最优化的思想, 原理较复杂。Takahagi^[11]提出了一种简单、实用的 ϕ_s 转换法来确定 λ 模糊测度, 该方法通过 ϕ_s 函数将属性的权重和属性间的交互度转换为 λ 模糊测度。但是通过分析 ϕ_s 函数的反函数曲线发现, 属性权重是属性间交互度的减函数, 而实际应用中

属性的权重是在属性间相互独立的基础上确定出来的，即属性权重和属性间交互度不应该存在函数关系，因此文献[11]用属性权重转换 λ 模糊测度并不十分合理。针对文献[11] ϕ_s 转换法的不足，本文提出利用单个属性的 Shapley 值代替属性权重来转换 λ 模糊测度，并给出了合理性分析。对于 Shapley 值的计算，本文提出了一种基于马田系统^[12-13]的 Shapley 值测度方法。最后，通过实例分析了不同交互度对决策结果的敏感性，结果表明本文提出的决策方法更有利于决策。

1 马田系统

马田系统(Mahalanobis-Taguchi system, MTS)是由日本著名质量工程学家 Taguchi 在质量工程学基础上发展起来的一种模式识别技术^[13]。该方法的一个重要功能是可以利用基于马氏距离的信噪比测度任意子属性集在分类过程中的重要程度，即子属性集对 MTS 能够正确判断类别的贡献。由于马氏距离是一种协方差距离，当属性间存在相关性时，MTS 能够很好地测度属性集的重要程度。MTS 的分类理论参见文献[12-13]，本文将详细介绍 MTS 测度属性集重要程度的方法，具体步骤如下：

设 $X = \{x_i | i = 1, 2, \dots, n\}$ 为用于分类的属性集， $P(X)$ 为 X 的幂集， $A \in P(X)$ 且 $|A| \geq 2$ ；有 2 类区别明显的样本集分别为

$$G = \{y_k | k = 1, 2, \dots, m\}$$

$$\hat{G} = \{\hat{y}_k | k = 1, 2, \dots, p\}$$

它们构成的样本数据矩阵分别为 $Y = [y_k(x_i)]_{m \times n}$ 和 $\hat{Y} = [\hat{y}_k(x_i)]_{p \times n}$ 。

步骤 1 确定基准空间。

选取某类样本，将其在各属性下的均值、标准差和相关系数矩阵作为测度的基准空间，本文选取样本集 G 作为参考样本，计算基准空间。

(1)根据样本数据矩阵 $Y = [y_k(x_i)]_{m \times n}$ ，计算属性 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的均值和标准差

$$\mu(x_i) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_k(x_i) \tag{1}$$

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m [y_k(x_i) - \mu(x_i)]^2} \tag{2}$$

(2)利用 $\mu(x_i)$ 和 $s(x_i)$ 对样本数据矩阵 Y 进行标准化

$$z_k(x_i) = \frac{y_k(x_i) - \mu(x_i)}{s(x_i)} \tag{3}$$

得标准化样本数据矩阵 $Z = [z_k(x_i)]_{m \times n}$ 。同时，记 $z_A^{(k)}$ 为用属性集 A 表示的第 k 个样品数据。例如，当 $A = \{x_2, x_4, x_5\}$ 时

$$z_A^{(k)} = (z_k(x_2), z_k(x_4), z_k(x_5))$$

(3)计算属性间的相关系数矩阵

$$R_A = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (z_A^{(k)})^T z_A^{(k)} \tag{4}$$

式中， $A \in P(X)$ ， $|A| \geq 2$ ， $|A|$ 为属性集 A 中属性的个数； R_A 为 $|A| \times |A|$ 的矩阵。

当 R_A 奇异时， R_A 的逆 R_A^{-1} 可用 R_A^+ 表示， $R_A^+ = Q^T \Sigma^{-1} Q$ 为 R_A 的伪逆； Σ 为 $r \times r$ 的对角矩阵，由 R_A 的非 0 特征值构成， r 为 R_A 的秩； Q 为 $r \times |A|$ 的矩阵，由 Σ 中特征值所对应的特征向量构成，且 QQ^T 为 $r \times r$ 的单位矩阵。

步骤 2 计算样本集 \hat{G} 中各样品的马氏距离。

(1)利用样本集 G 的 $\mu(x_i)$ 和 $s(x_i)$ ，对 \hat{Y} 进行标准化

$$v_k(x_i) = \frac{\hat{y}_k(x_i) - \mu(x_i)}{s(x_i)} \tag{5}$$

式中， $k = 1, 2, \dots, p, i = 1, 2, \dots, n$ 。得标准化的样本数据矩阵 $V = [v_k(x_i)]_{p \times n}$ ，记 $v_A^{(k)}$ 为用属性集 A 表示的第 k 个样品数据。

(2)利用属性集 A ，计算 \hat{G} 中各样品的马氏距离(这里的马氏距离为尺度化的马氏距离)。

当 R_A 非奇异时，有

$$d_A^{(k)} = \frac{1}{n} v_A^{(k)} R_A^{-1} (v_A^{(k)})^T, k = 1, 2, \dots, p \tag{6}$$

当 R_A 奇异时，有

$$d_A^{(k)} = \frac{1}{n} v_A^{(k)} R_A^+ (v_A^{(k)})^T, k = 1, 2, \dots, p \tag{7}$$

步骤 3 计算属性集 A 在分类过程中的重要程度^[14]

$$\eta_A = -10 \lg \left[\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{d_A^{(k)}} \right] \tag{8}$$

在 MTS 中， η_A 越大属性集 A 在分类过程中的重要程度越大。

2 决策方法

设有 m 个决策方案 $O = \{O_1, O_2, \dots, O_m\}$ ， n 个决策属性 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，决策方案 O_k 在决策属性 x_i 下的评分值用函数 $y_k : X \rightarrow [0, 1]$ 表示，由此得到 m 个决策方案在 n 个决策属性下的决策矩阵 $Y = [y_k(x_i)]_{m \times n}$ 。根据决策矩阵 Y 对 m 个候选方案由优到劣进行排序。

为了消除决策矩阵 Y 中决策属性间不同物理量纲对决策结果的影响，需要对决策属性值进行无量纲处理。在进行属性值无量纲处理时，需要根据不同属性类型，选取不同的处理方法。常见的决策属性类型有 2 类：①效益型，该类型的决策属性值越大越好；②成本型，该类型的决策属性值越小越好。2 种类型的决策属性值处理方法如下：

(1)效益型决策属性

$$f_k(x_i) = \frac{y_k(x_i) - \min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i)}{\max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i) - \min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i)} \tag{9}$$

(2)成本型决策属性

$$f_k(x_i) = \frac{\max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i) - y_k(x_i)}{\max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i) - \min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_i)} \quad (10)$$

利用式(9)和式(10)对决策矩阵 Y 进行无量纲处理,得范化的决策矩阵 $F = [f_k(x_i)]_{m \times n}$ 。

当用传统的多属性决策方法解决上述问题时,要求各决策属性间要相互独立,但是在现实中,这些属性之间并不相互独立,而是存在一定的交互作用,如果交互作用不予以考虑将在一定程度上导致决策结果失真。为了表示属性间的交互作用,Sugeno^[8]提出了 λ 模糊测度的概念。

定义 1 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为有限集, $(X, P(X))$ 是一可测空间, $g: P(X) \rightarrow [0, 1]$ 是一组函数,具有如下性质:

- (1) $g(\emptyset) = 0, g(X) = 1$;
- (2) $\forall A, B \in P(X)$, 若 $A \subseteq B$, 则有 $g(A) \leq g(B)$;

函数 g 称为模糊测度,如果还满足以下条件:对于 $\forall A, B \in P(X), A \cap B = \emptyset$, 存在 $\lambda > -1$ 使得

$$g_\lambda(A \cup B) = g_\lambda(A) + g_\lambda(B) + \lambda g_\lambda(A) g_\lambda(B) \quad (11)$$

则称 g 为 λ 模糊测度。

λ 表示属性间的交互程度,当 $\lambda = 0$ 时,所有属性之间是相互独立的;当 $-1 < \lambda < 0$ 时,所有属性之间存在着消极合作;当 $\lambda > 0$ 时,所有属性之间存在着积极合作。

决策信息的集成本文采用具有较强表示能力的 Choquet 模糊积分算子^[5]。

定义 2 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为离散的属性集, g 为定义在 $(X, P(X))$ 上的模糊测度, $f: X \rightarrow R^+$ 关于模糊测度 g 的离散 Choquet 积分为

$$C(f) = \sum_{i=1}^n (f(x_{(i)}) - f(x_{(i-1)})) g(X_{(i)}) \quad (12)$$

式中, (i) 指的是按照 $f(x_{(1)}) \leq f(x_{(2)}) \leq \dots \leq f(x_{(n)})$ 进行排序后的下标,令 $f(x_{(0)}) = 0, X_{(i)} = \{x_{(i)}, x_{(i+1)}, \dots, x_{(n)}\}$ 。

定义 3^[15] 称 $\phi_s: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ 为 ϕ_s 转换函数,如果

$$\phi_s(\xi, u) = \begin{cases} 1, \xi = 1; u > 0 \\ 0, \xi = 1; u = 0 \\ 1, \xi = 0; u = 1 \\ 0, \xi = 0; u < 1 \\ \frac{((1-\xi)^2/\xi^2)^u - 1}{((1-\xi)^2/\xi^2) - 1}, \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

图 1 为 $\phi_s(\xi, u)$ 的曲线图。文献[11, 16-17]利用 ϕ_s 转换函数来确定 λ 模糊测度,即

$$g(A) = \phi_s(\xi, \sum_{x_i \in A} u_i), \forall A \subseteq X \quad (14)$$

式中, u_i 为属性 x_i 的权重; ξ 为属性间的交互度。 ξ 和式(11)中 λ 的取值范围如表 1 所示。

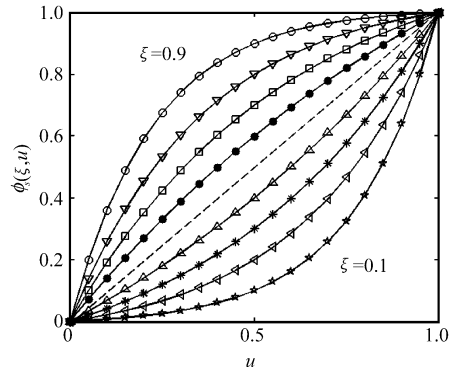


图 1 $\phi_s(\xi, u)$ 函数曲线

表 1 ξ 和 λ 取值对照表

参数	取值范围				
ξ	0	...	0.5	...	1
λ	$+\infty$...	0	...	-1

并且,利用式(14)确定的模糊测度满足 λ 模糊测度约束,即

$$g_\xi(A \cup B) = g_\xi(A) + g_\xi(B) + \lambda g_\xi(A) g_\xi(B) \quad (15)$$

式中, $\lambda = [(1-\xi)^2/\xi^2] - 1$ 。

对式(13)求关于 u 的反函数得

$$\phi_s^{-1}(\xi, \phi_s) = \frac{\lg\left\{\left[\frac{(1-\xi)^2}{\xi^2}\right]\phi_s + 1\right\}}{\lg\left[\frac{(1-\xi)^2}{\xi^2}\right]} \quad (16)$$

式中, $\xi \in (0, 1)$ 。

从图 2 可以看出 $u = \phi_s^{-1}(\xi, \phi_s)$ 是交互度 ξ 的减函数。可以进一步将 $g(A) = \phi_s(\xi, \sum_{x_i \in A} u_i)$ 改写成如下形式:

$$g(A) = g(x_i \cup K) = \phi_s(\xi, \sum_{x_i \in (x_i \cup K)} u_i) \quad (17)$$

式中, $\forall A \subseteq X, \{x_i\} \notin K$ 。

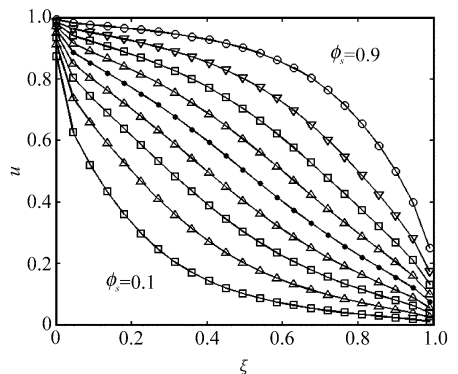


图 2 $\phi_s^{-1}(\xi, \phi_s)$ 函数曲线

由于本文利用 ϕ_s 函数确定的是 λ 模糊测度,故 ξ 为 A 中所有属性间的交互度,同样 ξ 也为属性 $\{x_i\}$ 和属性集 K

之间的交互度。通过以上的分析可知,如果利用式(14)来确定 λ 模糊测度,那么 u_i 至少应该是属性 $\{x_i\}$ 和属性集 K 之间交互度 ξ 的减函数。故文献[11]利用属性的权重 w 代替 $\phi_s(\xi, u)$ 中的 u 并不利于转换 λ 模糊测度,因为属性的权重 w 是假设属性之间彼此独立,即不存在交互作用的基础之上确定出来的,故 ξ 和 w 不存在函数关系。

定义 4^[18] g 是定义在有限集 X 上的模糊测度,属性 $\{x_i\}$ 关于模糊测度 g 的 Shapley 值(重要性指标)定义为

$$I_i = \sum_{k=0}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g(K \cup \{x_i\}) - g(K)] \quad (18)$$

式中, $\gamma_k = [(n-k-1)! k!]/n!$, I_i 表示属性 $\{x_i\}$ 在 X 中的全局重要性指标, $0 \leq I_i \leq 1$ 且 $\sum_{i=1}^n I_i = 1$ 。

下面对式(18)进行分析

$$\begin{aligned} I_i &= \sum_{k=0}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g(x_i \cup K) - g(K)] = \\ \gamma_0 g(x_i) &+ \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g(x_i \cup K) - g(K)] = \\ \gamma_0 g_\lambda(x_i) &+ \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g_\lambda(x_i) + g_\lambda(K) + \\ \lambda g_\lambda(x_i) g_\lambda(K) &- g_\lambda(K)] = \gamma_0 g_\xi(x_i) + \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} \left\{ g_\xi(x_i) + g_\xi(x_i) \left[\frac{(1-\xi)^2}{\xi^2} - 1 \right] g_\xi(K) \right\}$$

对交互度 ξ 求导

$$\frac{dI_i}{d\xi} = \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} \left\{ -2 \frac{1}{\xi^2} \left[\frac{1}{\xi} - 1 \right] g_\xi(x_i) g_\xi(K) \right\}$$

由于 $0 < \xi < 1$, 故 $-\frac{1}{\xi^2} \left[\frac{1}{\xi} - 1 \right] \leq 0$, 因此 $dI_i/d\xi \leq 0$, 故属性 $\{x_i\}$ 和属性集 K 之间的交互度 ξ 同属性 $\{x_i\}$ 的 Shapley 值 I_i 存在减函数关系, 即 I_i 随着 ξ 的增大而减小。

综合以上分析, 利用单个属性 $\{x_i\}$ 的 Shapley 值 I_i 代替 u 更有利于确定 λ 模糊测度。即

$$g(A) = \phi_s(\xi, \sum_{x_i \in A} I_i), \forall A \subseteq X \quad (19)$$

对于 Shapley 值 I_i 的计算, 首先可以将式(18)写成如下形式:

$$\begin{aligned} I_i &= \sum_{k=0}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g(x_i \cup K) - g(K)] = \\ \gamma_0 g(x_i) &+ \sum_{k=1}^{n-1} \gamma_k \sum_{\substack{K \subseteq X \setminus \{x_i\} \\ |K|=k}} [g(x_i \cup K) - g(K)] \end{aligned}$$

通过分析上式可知, 计算 Shapley 值 I_i 应主要考虑以下 3 方面因素:

(1) 单个属性 $\{x_i\}$ 的 λ 模糊测度 $g(x_i)$ 。根据文献[11]知属性 $\{x_i\}$ 的 λ 模糊测度 $g(x_i)$ 和属性 $\{x_i\}$ 的权重 w_i 应该存在一定的比例关系, 即 $g(x_i)/g(x_j) = w_i/w_j$, 因此 $g(x_i)$

可以用属性的相对重要程度权重来代替。

(2) 属性集 $\{x_i \cup K\}$ 和 $\{K\}$ 中各属性之间的交互关系。属性集 $\{x_i \cup K\}$ 和 $\{K\}$ 中各属性之间的交互关系可能存在三种类型^[18]:

- ① 消极合作。属性集中所有属性联合在一起的重要性不大于所有属性单独使用时的重要性之和;
- ② 积极合作。属性集中所有属性联合在一起的重要性不小于所有属性单独使用时的重要性之和;
- ③ 独立性。属性集中所有属性联合在一起的重要性等于所有属性单独使用时的重要性之和。

(3) 属性集 $\{x_i \cup K\}$ 和 $\{K\}$ 的 λ 模糊测度之差 $g(x_i \cup K) - g(K)$, 即包含属性 $\{x_i\}$ 后, 子属性集 λ 模糊测度值的变化。对于 $g(x_i \cup K) - g(K)$ 的计算, 同样根据文献[11]的思想, 即属性集的模糊测度值用属性集的重要程度来代替, 因此根据 $g(x_i \cup K) - g(K)$ 可以定义单个属性 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的重要程度

$$\eta_i \triangleq \eta(x_i \cup K) - \eta(K) \quad (20)$$

分析式(20)可知, 计算 η_i 的大小既要考虑属性 $\{x_i\}$ 参与的所有子集的重要程度又要考虑属性 $\{x_i\}$ 没有参与的所有子集的重要程度。

综合因素(2)和因素(3)的分析, 设 $A \in P(X)$ 且 $|A| \geq 2$, 对于一个多属性决策问题为了使决策效果达到最优, 应该使属性集 A 中各属性都表现出积极的合作关系, 即在决策过程中属性集 A 的重要性不小于 A 中所有属性单独使用时的重要性之和, 即

$$\eta_A \geq \sum_{i \in A} \eta_i, \forall A \in P(X); |A| \geq 2 \quad (21)$$

式中, η_A 表示属性集 A 的重要程度。

对于属性 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 来说, 其重要程度 η_i 可以通过如下优化模型来求解:

$$\begin{cases} \max \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{2^n - n - 1} \\ \text{s. t.} \\ \eta_A - \sum_{i \in A} \eta_i \geq \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, 2^n - n - 1 \\ -1 \leq \varepsilon_t \leq 1, t = 1, 2, \dots, 2^n - n - 1 \\ 0 \leq \eta_i \leq 1, \sum_{i=1}^n \eta_i = 1; i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (22)$$

式(22)中, 当 $|X| = n$ 时, 由于 $|A| \geq 2$ 且 $A \neq \emptyset$, 故有 $2^n - n - 1$ 个属性集 A 。

如果通过式(22)求解的 $\eta_i (i=1, 2, \dots, n)$ 使得 $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_{2^n - n - 1}$ 达到最大, 那么 $2^n - n - 1$ 个属性集 A 在决策过程中的综合作用达到了最大, 同时 η_i 的最优值既考虑到了 $\{x_i\}$ 参与的所有属性集的重要程度, 又考虑到了 $\{x_i\}$ 所有没有参与的属性集的重要程度。

例如: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $|X| = 3$, 则 $2^3 - 3 - 1$ 个属性集 A , 分别为

$$A_1 = \{x_1, x_2\}, A_2 = \{x_1, x_3\},$$

$$A_3 = \{x_2, x_3\}, A_4 = \{x_1, x_2, x_3\}$$

对于属性 $\{x_1\}$ 来说,参与的所有属性集为 $A_1 = \{x_1, x_2\}, A_2 = \{x_1, x_3\}, A_4 = \{x_1, x_2, x_3\}$ 。没有参与的属性集为 $A_3 = \{x_2, x_3\}$ 。因此对于给定的单个属性 $\{x_i\}$,式(22)的构建考虑了 $\{x_i\}$ 参与的所有属性集的重要程度和所有没有参与的重要程度。

对于式(22)中属性集 A 的重要程度 η_A ,本文利用 MTS 计算,其合理性主要体现在以下 3 个方面:

(1)MTS 可以利用两类区别明显的样本集来测度属性集 A 在分类过程中的重要程度。对于多属性决策问题,可以从分类的角度,利用决策方案集构造两类区别明显的样本集来测度 A 的重要程度。两类区别明显的样本集可以采用如下方法来构造:

设 \hat{G} 和 G 为区别明显的两类样本集,将决策矩阵 Y 中 m 个行向量记为样本集 $G = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$,样本集 \hat{G} 中的样品构建方法如下:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = (\max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_1), \max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_2), \dots, \max_{1 \leq k \leq m} y_k(x_n)) \\ \hat{y}_2 = (\min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_1), \min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_2), \dots, \min_{1 \leq k \leq m} y_k(x_n)) \end{cases} \quad (23)$$

图 3 为样本集 $G = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ 和 $\hat{G} = \{\hat{y}_1, \hat{y}_2\}$ 在二维平面上的分布图。

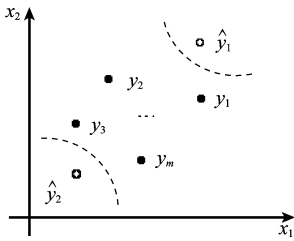


图 3 二维平面两类样本分布

(2)由于马氏距离是一种协方差距离,因此用基于马氏距离的信噪比测度属性集 A 在分类过程中的重要程度 η_A ,能够很好地考虑 A 中所有属性间的交互作用。

(3)用 MTS 计算的 η_A 满足单调性。设 $A \in P(X), B \in P(X)$,根据定义 1 可知 $A \subseteq B \Rightarrow g_A \leq g_B$,而模糊测度 g_A, g_B 应该同重要程度 η_A, η_B 保持一定的比例关系,即 $g_A/g_B = \eta_A/\eta_B$,因此 η_A 和 η_B 也应该满足单调性,即 $A \subseteq B \Rightarrow \eta_A \leq \eta_B$ 。

定理 1 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为属性集, $A \in P(X), B \in P(X)$,若 $A \subseteq B$,则 $\eta_A \leq \eta_B$ 。

证明 设 $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{mi})^T$ 为属性 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的 m 维随机变量, R 为 n 个随机变量的相关系数矩阵, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为 R^{-1} 的特征值,则对于 $\forall v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \neq 0$,非尺度化的马氏距离为 $d'_X = vR^{-1}v^T$,由于 $d'_X = vR^{-1}v^T$ 为实二次型,故可以通过正交变换 $v = CY$ 将其变换为标准型

$$d'_X = \lambda_1 y_1^2 + \lambda_2 y_2^2 + \dots + \lambda_n y_n^2 \quad (24)$$

由相关系数矩阵 R 为半正定矩阵可知, R^{-1} 也为半正定矩阵,故 $\lambda_i \geq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$,根据式(24)得, $A \subseteq B \Rightarrow d'_A \leq d'_B \Rightarrow d_A \leq d_B$ 。因此,如果有 p 个样品,对于任意一个样品的马氏距离有

$$d_A^{(k)} \leq d_B^{(k)}, k = 1, 2, \dots, p$$

进一步有 $\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{d_A^{(k)}} \geq \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{d_B^{(k)}}$,再由对数函数的性质得

$$\begin{aligned} \eta_A &= -10 \lg \left[\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{d_A^{(k)}} \right] \leq \\ \eta_B &= -10 \lg \left[\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \frac{1}{d_B^{(k)}} \right] \end{aligned}$$

故 $\eta_A \leq \eta_B$ 。证毕

综合以上分析, w_i 反映的是单个属性 $\{x_i\}$ 的相对重要程度, η_i 反映的是属性 $\{x_i\}$ 的全局重要程度。因此,单个属性 $\{x_i\}$ 的 Shapley 值 I_i 应将两者的信息融合在一起,本文采用线性加权的方式进行信息融合,其计算公式为

$$I_i = \theta w_i + (1 - \theta) \eta_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

式中, θ 为主观偏好系数。

综上所述,本文提出的决策方法步骤如下:

步骤 1 利用层次分析法计算决策属性 x_i 的相对重要程度 $w_i (i = 1, 2, \dots, n)$;

步骤 2 利用 MTS 计算属性集 A 的重要程度 $\eta_A (A \in P(X), |A| \geq 2)$;

步骤 3 利用式(22)计算单个决策属性的全局重要程度 $\eta_i (i = 1, 2, \dots, n)$;

步骤 4 利用式(25)计算单个决策属性的 Shapley 值 $I_i (i = 1, 2, \dots, n)$;

步骤 5 利用式(19)计算决策属性集 A 的 λ 模糊测度 $g(A) (A \in P(X))$;

步骤 6 利用式(9)和式(10)对决策矩阵 Y 进行规范化,得规范化决策矩阵 F ;

步骤 7 利用式(12)计算各决策方案的模糊积分综合属性值 $C(f_k) (k = 1, 2, \dots, m)$ 。

3 算例分析

在武器装备系统引进过程中,为了从 6 种不同型号 $\{O_1, O_2, \dots, O_6\}$ 的武器系统中选出综合效能最佳的武器装备系统,选取目标容量 (x_1) 、单发杀伤概率 (x_2) 、反映时间 (x_3) 、可靠性 (x_4) 和杀伤因子 (x_5) 为决策属性,决策属性集为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_5\}$,其中 x_1, x_2, x_4, x_5 为效益型决策属性, x_3 为成本型决策属性。决策矩阵为

$$Y = \begin{bmatrix} 8 & 0.75 & 32 & 42 & 30 \\ 6 & 0.81 & 35 & 60 & 46 \\ 8 & 0.70 & 51 & 58 & 49 \\ 7 & 0.78 & 38 & 66 & 28 \\ 9 & 0.66 & 46 & 45 & 36 \\ 5 & 0.80 & 37 & 62 & 42 \end{bmatrix}$$

步骤 1 利用层次分析法确定各决策属性的权重。

根据 1~9 标度法构建判断矩阵：

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ 3 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 4 & 2 & 1 & 4 & \frac{1}{2} \\ 2 & 3 & \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{2} \\ 5 & 4 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

由判断矩阵 P 计算各决策属性的权重得

$$\omega_1 = 0.0626, \omega_2 = 0.1076, \omega_3 = 0.2840, \\ \omega_4 = 0.1540, \omega_5 = 0.3918$$

判断矩阵 P 的最大特征根 $\lambda_{\max} = 5.3830$ ，一致性指标 $CI = (5.3830 - 5) / (5 - 1) = 0.0958$ ，随机一致性比率 $CR = CI/RI = 0.0855 < 0.1$ ，故判断矩阵 P 满足一致性要求。

步骤 2 利用 MTS 计算决策属性集 X 中子属性集 $A (A \in P(X), |A| \geq 2)$ 的重要程度。

(1) 根据决策矩阵 Y ，利用式(1)和式(2)计算各决策属性的均值和标准差如下：

$$\mu(x_1) = 7.1667, \mu(x_2) = 0.7500, \mu(x_3) = 39.8333, \\ \mu(x_4) = 55.5000, \mu(x_5) = 38.5000 \\ s(x_1) = 1.4720, s(x_2) = 0.0593, s(x_3) = 7.1949, \\ s(x_4) = 9.7108, s(x_5) = 8.5732$$

(2) 利用式(3)对决策矩阵 Y 进行标准化，得标准化矩阵 Z ：

$$Z = \begin{bmatrix} 1.3363 & 0.1998 & -1.2566 & 0.7209 & -0.1050 \\ 0.2673 & 0.9175 & -0.6283 & 0.6167 & 1.3355 \\ -0.8018 & -0.9964 & 0.4189 & -1.2074 & -0.9153 \\ 0.8018 & 0.5586 & 0 & 0.5125 & -0.1050 \\ -1.3363 & -1.4749 & 1.6754 & -1.3637 & -1.1854 \\ -0.2673 & 0.7978 & -0.2094 & 0.7209 & 0.9753 \end{bmatrix}$$

(3) 计算子属性集 A 的相关系数矩阵；

以 $A = \{x_2, x_4, x_5\}$ 为例说明计算过程，其他同理。根据决策属性集 A ，在 Z 中选取子矩阵：

$$Z_A = \begin{bmatrix} 0.1998 & 0.7209 & -1.0500 \\ 0.9175 & 0.6167 & 1.3355 \\ -0.9964 & -1.2074 & -0.9153 \\ 0.5586 & 0.5125 & -0.1050 \\ -1.4749 & -0.2094 & -1.1854 \\ 0.7978 & 1.6754 & 0.9753 \end{bmatrix}$$

利用式(4)计算可得

$$R_A = \begin{bmatrix} 1 & 0.6009 & 0.0039 \\ 0.6009 & 1 & 0.2727 \\ 0.0039 & 0.2727 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 利用式(23)构建如下 2 个样品：

$$\hat{y}_1 = (9, 0.81, 51, 66, 49) \\ \hat{y}_2 = (5, 0.66, 32, 42, 28)$$

(5) 利用式(3)对 \hat{y}_1 和 \hat{y}_2 进行标准化得 V ：

$$V =$$

$$\begin{bmatrix} 1.3363 & 0.9175 & 1.6754 & 0.7209 & 1.3355 \\ -1.3363 & -1.4749 & -1.2566 & -1.3637 & -1.1854 \end{bmatrix}$$

(6) 根据子属性集 A ，利用式(6)或式(7)计算 \hat{y}_1 和 \hat{y}_2 的马氏距离，见表 2。

表 2 两样品的马氏距离

A	$d_A^{(1)}$	$d_A^{(2)}$
{1,2}	4.7715	8.3635
{1,3}	0.5424	0.4679
{1,4}	1.7631	2.6655
{1,5}	0.8445	1.0111
{2,3}	2.6413	2.7225
{2,4}	0.2748	0.5320
{2,5}	0.5026	0.7573
{3,4}	0.6979	0.6076
{3,5}	0.5483	0.3703
{4,5}	0.4207	0.5410
{1,2,3}	16.9608	23.6729
{1,2,4}	6.5275	11.0979
{1,2,5}	10.1953	16.4598
{1,3,4}	1.8430	3.4040
{1,3,5}	0.8477	1.2697
{1,4,5}	2.1169	3.0141
{2,3,4}	9.6582	9.0889
{2,3,5}	3.2161	3.2180
{2,4,5}	0.5099	0.7652
{3,4,5}	0.7141	0.6457
{1,2,3,4}	31.8371	39.325
{1,2,3,5}	17.2848	24.5106
{1,2,4,5}	11.3863	18.3316
{1,3,4,5}	3.7496	8.0347
{2,3,4,5}	104.0244	93.7042
{1,2,3,4,5}	109.7718	104.8746

(7) 计算子属性集 A 的重要程度;

为保证子属性集 A 的重要程度非负, 利用式(26)对表 2 中的马氏距离规范化, 见表 3。

$$\bar{d}_A^{(k)} = d_A^{(k)} / \min_A \min_k d_A^{(k)} \quad (26)$$

式中, $k=1, 2; A \in P(X); |A| \geq 2$ 。

表 3 规范化后的两样品马氏距离

A	$\bar{d}_A^{(1)}$	$\bar{d}_A^{(2)}$
{1,2}	20.955 2	36.730 3
{1,3}	2.382 1	2.054 9
{1,4}	7.743 1	11.706 2
{1,5}	3.708 8	4.440 5
{2,3}	11.599 9	11.956 5
{2,4}	1.206 9	2.336 4
{2,5}	2.207 3	3.325 9
{3,4}	3.065 0	2.668 4
{3,5}	2.408 0	1.626 3
{4,5}	1.847 6	2.375 9
{1,2,3}	74.487 5	103.965 3
{1,2,4}	28.667 1	48.739 1
{1,2,5}	44.775 1	72.287 2
{1,3,4}	8.094 0	14.949 5
{1,3,5}	3.722 9	5.576 2
{1,4,5}	9.296 9	13.237 2
{2,3,4}	42.416 3	39.916 1
{2,3,5}	14.124 3	14.132 6
{2,4,5}	2.239 4	3.360 6
{3,4,5}	3.136 1	2.835 7
{1,2,3,4}	139.820 4	172.705 3
{1,2,3,5}	75.910 4	107.644 3
{1,2,4,5}	50.005 7	80.507 7
{1,3,4,5}	16.467 3	35.286 3
{2,3,4,5}	456.848 5	411.524 8
{1,2,3,4,5}	482.089 6	460.582 3

利用式(8), 根据表 3 的数据计算子属性集 A 的重要程度, 见表 4。

表 4 A 的重要程度

A	η_A	A	η_A
{1,2}	14.262 8	{1,3,4}	10.212 7
{1,3}	3.436 9	{1,3,5}	6.498 1
{1,4}	9.694 6	{1,4,5}	10.383 2
{1,5}	6.065 8	{2,3,4}	16.141 4
{2,3}	10.709 8	{2,3,5}	11.500 9
{2,4}	2.018 3	{2,4,5}	4.293 8
{2,5}	4.238 2	{3,4,5}	4.739 8
{3,4}	4.553 0	{1,2,3,4}	21.890 2
{3,5}	2.881 1	{1,2,3,5}	19.495 6
{4,5}	3.178 0	{1,2,4,5}	17.902 3
{1,2,3}	19.384 8	{1,3,4,5}	13.513 2
{1,2,4}	15.575 2	{2,3,4,5}	26.364 9
{1,2,5}	17.427 1	{1,2,3,4,5}	26.731 0

由于 A 的重要程度具有单调性, 为此利用 $\bar{\eta}_A = \eta_A / \eta_X$, $A \in P(X), |A| \geq 2$ 对表 4 的数据进行规范化, 见表 5。

表 5 规范化后 A 的重要程度

A	$\bar{\eta}_A$	A	$\bar{\eta}_A$
{1,2}	0.533 6	{1,3,4}	0.382 1
{1,3}	0.128 6	{1,3,5}	0.243 1
{1,4}	0.362 7	{1,4,5}	0.388 4
{1,5}	0.226 9	{2,3,4}	0.603 8
{2,3}	0.400 7	{2,3,5}	0.430 2
{2,4}	0.075 5	{2,4,5}	0.160 6
{2,5}	0.158 6	{3,4,5}	0.177 3
{3,4}	0.170 3	{1,2,3,4}	0.818 9
{3,5}	0.107 8	{1,2,3,5}	0.729 3
{4,5}	0.118 9	{1,2,4,5}	0.669 7
{1,2,3}	0.725 2	{1,3,4,5}	0.505 5
{1,2,4}	0.582 7	{2,3,4,5}	0.986 3
{1,2,5}	0.651 9	{1,2,3,4,5}	1.000 0

步骤 3 利用式(22)构建优化模型, 计算单个决策属性的全局重要程度:

$$\begin{cases} \max \epsilon_1 + \epsilon_2 + \dots + \epsilon_{26} \\ \text{s. t.} \\ \eta_{12} - \eta_1 - \eta_2 \geq \epsilon_1 \\ \eta_{13} - \eta_1 - \eta_3 \geq \epsilon_2 \\ \vdots \\ \eta_{2345} - \eta_2 - \eta_3 - \eta_4 - \eta_5 \geq \epsilon_{25} \\ \eta_{12345} - \eta_1 - \eta_2 - \eta_3 - \eta_4 - \eta_5 \geq \epsilon_{26} \\ -1 \leq \epsilon_t \leq 1, t = 1, 2, \dots, 26 \\ 0 \leq \eta_i \leq 1, \sum_{i=1}^5 \eta_i = 1; i = 1, 2, 3, 4, 5 \end{cases}$$

$\eta_1 = 0.257 5, \eta_2 = 0.329 8, \eta_3 = 0.190 1,$
 $\eta_4 = 0.131 5, \eta_5 = 0.091 1$

步骤 4 令主观偏好系数 $\theta = 0.5$, 利用式(25)计算单个属性的 Shapley 值:

$$I_1 = 0.160 0, I_2 = 0.218 6, I_3 = 0.237 1,$$

$$I_4 = 0.142 8, I_5 = 0.241 5$$

步骤 5 利用式(19)计算属性集 A 的 λ 模糊测度。

为了便于分析不同交互度 λ 对决策结果的影响, 本文选取交互度为 $-0.99, -0.50, 1, 10$ 计算属性集 A 的 λ 模糊测度, 表 6 为 $\lambda = -0.99$ 时属性集 A 的 λ 模糊测度, 其他同理。

步骤 6 利用式(9)和式(10)对决策矩阵 Y 进行规范化:

$$F = \begin{bmatrix} 0.750 0 & 0.600 0 & 1.000 0 & 0 & 0.095 2 \\ 0.250 0 & 1.000 0 & 0.842 1 & 0.750 0 & 0.857 1 \\ 0.750 0 & 0.266 7 & 0 & 0.666 7 & 1.000 0 \\ 0.500 0 & 0.800 0 & 0.684 2 & 1.000 0 & 0 \\ 1.000 0 & 0 & 0.263 2 & 0.125 0 & 0.381 0 \\ 0 & 0.933 3 & 0.736 8 & 0.833 3 & 0.666 7 \end{bmatrix}$$

步骤 7 利用式(12)计算各决策方案在不同交互度 λ 下的 Choquet 积分综合评价, 见表 7, 各决策方案的排序见表 8。

表 6 $\lambda = -0.99$ 时 A 的模糊测度值

A	g_A	A	g_A
$\{\phi\}$	0	$\{1,2,3\}$	0.950 8
$\{1\}$	0.526 6	$\{1,2,4\}$	0.918 6
$\{2\}$	0.641 0	$\{1,2,5\}$	0.952 0
$\{3\}$	0.671 1	$\{1,3,4\}$	0.926 0
$\{4\}$	0.486 8	$\{1,3,5\}$	0.956 7
$\{5\}$	0.677 9	$\{1,4,5\}$	0.927 7
$\{1,2\}$	0.833 4	$\{2,3,4\}$	0.945 9
$\{1,3\}$	0.847 9	$\{2,3,5\}$	0.969 4
$\{1,4\}$	0.759 6	$\{2,4,5\}$	0.947 2
$\{1,5\}$	0.851 1	$\{3,4,5\}$	0.952 3
$\{2,3\}$	0.886 2	$\{1,2,3,4\}$	0.979 4
$\{2,4\}$	0.818 9	$\{1,2,3,5\}$	0.990 6
$\{2,5\}$	0.888 7	$\{1,2,4,5\}$	0.980 0
$\{3,4\}$	0.834 5	$\{1,3,4,5\}$	0.982 5
$\{3,5\}$	0.898 6	$\{2,3,4,5\}$	0.989 0
$\{4,5\}$	0.838 0	$\{1,2,3,4,5\}$	1.000 0

表 7 Shapley 值法计算的综合评价

λ	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6
-0.99	0.265 2	0.938 7	0.872 8	0.856 1	0.681 3	0.522 5
-0.50	0.311 2	0.810 3	0.588 1	0.623 0	0.390 6	0.549 8
0	0.511 3	0.772 4	0.515 0	0.559 9	0.332 3	0.661 6
1	0.277 4	0.731 3	0.441 5	0.494 3	0.277 2	0.556 2
10	0.209 4	0.627 4	0.280 1	0.341 3	0.167 0	0.555 4

表 8 Shapley 值法计算的各决策方案排序

λ	各决策方案排序
-0.99	$O_2 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_5 \succ O_6 \succ O_1$
-0.50	$O_2 \succ O_4 \succ O_3 \succ O_6 \succ O_5 \succ O_1$
0	$O_2 \succ O_6 \succ O_4 \succ O_3 \succ O_1 \succ O_5$
1	$O_2 \succ O_6 \succ O_4 \succ O_3 \succ O_1 \succ O_5$
10	$O_2 \succ O_6 \succ O_4 \succ O_3 \succ O_1 \succ O_5$

根据表 7 和表 8 可知,方案 O_2 为最优决策方案,因为当决策属性间分别表现为消极合作、相互独立、积极合作时,方案 O_2 的 Choquet 积分综合评价值都可以达到最大,表明方案 O_2 的适应性强,且稳定;方案 O_5 为最劣决策方案,因为随着交互度的增加,方案 O_5 的排序逐渐降到最低,说明方案 O_5 各决策属性互补性较差;方案 O_6 为次优决策方案,随着交互度的增大,方案 O_6 的排序逐渐升高,表明方案 O_6 各决策属性互补性较强,但是随着交互度的增大各决策属性间的交互性达到饱和;对于方案 O_3 和 O_4 ,方案 O_4 的各决策属性间互补性更强,因此方案 O_4 优于方案 O_3 。综合以上分析,各决策方案的排序如下:

$$O_2 \succ O_6 \succ O_4 \succ O_3 \succ O_1 \succ O_5$$

为进行比较,本文用步骤 1 所计算的权重来计算 λ 模糊测度,并计算各决策方案的 Choquet 积分综合评价值和排序,具体见表 9 和表 10。

表 9 权重法计算的综合评价

λ	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6
-0.99	0.182 9	0.908 8	0.923 7	0.829 8	0.520 0	0.538 7
-0.50	0.188 9	0.834 3	0.647 9	0.538 9	0.342 3	0.576 8
0	0.432 8	0.813 7	0.570 1	0.465 7	0.305 9	0.702 3
1	0.162 6	0.791 2	0.490 1	0.392 4	0.270 4	0.591 7
10	0.118 4	0.732 1	0.309 3	0.233 7	0.194 4	0.602 5

表 10 权重法计算的各决策方案排序

λ	各决策方案排序
-0.99	$O_3 \succ O_2 \succ O_4 \succ O_6 \succ O_5 \succ O_1$
-0.50	$O_2 \succ O_3 \succ O_6 \succ O_4 \succ O_5 \succ O_1$
0	$O_2 \succ O_6 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_1 \succ O_5$
1	$O_2 \succ O_6 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_5 \succ O_1$
10	$O_2 \succ O_6 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_5 \succ O_1$

根据表 9 和表 10,依照上面的分析方法,权重法得到各决策方案排序为

$$O_2 \succ O_6 \succ O_3 \succ O_4 \succ O_5 \succ O_1$$

对比 Shapley 值法和权重法,两种方法均能选出最优方案,但是 Shapley 值法得到的最优方案更加稳定,适应性更强。特别是利用权重法,方案 O_1 和 O_5 对交互作用并不敏感,即无论让决策属性间表现为消极的合作关系还是积极的合作关系,两方案的排序都不发生变化,这也表明由权重法确定的 λ 模糊测度不利于分析各决策方案对交互度的敏感性。

4 结 论

分析了 ϕ_s 转换法利用属性权重确定 λ 模糊测度存在的不足,提出利用 Shapley 值代替权重确定 λ 模糊测度,并分析了其合理性;为了计算 Shapley 值,本文将质量工程学领域中的马田系统引入到模糊积分多属性决策领域中,提出了一种基于马田系统的决策属性集重要程度测度方法,并从决策属性集中各属性在决策过程中应发挥积极的合作关系出发,构建了全局优化模型来求解单个属性的重要程度,利用层次分析法确定单个属性的相对重要程度,通过线性加权将单个属性的相对重要程度和全局重要程度进行信息融合,从而得到单个属性的 Shapley 值;最后通过算例证明了 Shapley 值法比权重法更有利于决策。

参考文献:

[1] Sugeno M. Theory of fuzzy integral and its applications [D]. Tokyo: Tokyo Institute of Technology, 1974.

[2] Modave F, Dubois D, Grabisch M, et al. A Choquet integral representation in multicriteria decision making [C] // Working Notes of the AAAI Workshop Frontiers in Soft Computing and Decision Systems, 1997: 22-29.

[3] Grabisch M. A graphical interpretation of the Choquet integral [J]. IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 2000, 8(5): 627-631.

[4] Marichal J L, Roubens M. About the Choquet integral as an aggregator in the framework of MCDA with interacting criteria [C] //

- Proc. of the 4th Meeting of the EURO Working Group on Fuzzy Sets*, 1999: 1–8.
- [5] Grabisch M, Roubens M. Application of the Choquet integral in multicriteria decision making[M]//Grabisch M, Murofushi T, Sugeno M. *Fuzzy measures and integrals: theory and applications*. Heidelberg: Physica-Verlag, 2000:348–374.
- [6] Grabisch M. Fuzzy integral in multicriteria decision making [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995, 69(3): 279–298.
- [7] Grabisch M, Labreuche C. Fuzzy measures and integrals in MCDA[M]//Figueira J, Greco S, Ehrgott M. *Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys*. New York: Springer, 2005: 563–604.
- [8] Sugeno M. *Fuzzy measure and fuzzy integrals, a survey, fuzzy automata and decision processes*[M]. New York: North-Holland, 1997: 89–102.
- [9] Grabisch M, Kojadinovic I, Meyer P. A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: applications of the Kappalab R package [J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 186(2): 766–785.
- [10] Lee K M, Leekwang H. Identification of fuzzy measure by genetic algorithms [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1995, 75(3): 301–309.
- [11] Takahagi E. On identification methods of λ -fuzzy measures using weights and λ [J]. *Japanese Journal of Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 12(5): 665–676.
- [12] Taguchi G, Chowdhury S, Wu Y. *The Mahalanobis Taguchi system*[M]. New York: McGraw-Hill, 2000.
- [13] Taguchi G, Jugulum R. *The Mahalanobis Taguchi strategy: a pattern technology system*[M]. New York: Wiley, 2002.
- [14] Taguchi G, Elsayed E, Hsiang T. *Quality engineering in production systems*[M]. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [15] Takamoto Y. A measure theoretic approach to evaluation of fuzzy set defined on probability space [J]. *Journal of Fuzzy Mathematics*, 1982, 2(3): 89–98.
- [16] Takahagi E. A fuzzy measure identification method by diamond pair wise comparisons and Φ transformation [J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2008, 7(3): 219–232.
- [17] Takahagi E. Choquet-integral – based evaluations by fuzzy rules; methods for developing fuzzy rule tables on the basis of weights and interaction degrees [C]// *Proc. of the Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Theory and Methods*, 2010: 515–524.
- [18] Grabisch M. The representation of importance and interaction of features by fuzzy measures [J]. *Pattern Recognition*, 1996, 17(6): 567–575.

作者简介:

常志朋(1978-),男,讲师,博士研究生,主要研究方向为模式识别、优化算法、多准则决策、管理综合评价。

E-mail:changzp@126.com

程龙生(1964-),男,教授,博士,主要研究方向为多准则决策、管理综合评价。

E-mail:cheng_longsheng@163.com