

文章编号:0253-2697(2000)02-0078-05

钻柱扭转振动模型的建立及求解

刘清友 马德坤 钟青

(西南石油学院 四川南充 637001)

摘要:在建立了牙轮钻头与井底岩石互作用模型的基础之上,将钻头与井底岩石互作用力矩作为钻柱的下端边界条件。在适当简化的条件下,利用弹性杆理论和单元法,建立了在钻井过程中由于钻头与岩石互作用和钻柱弹性变形而导致钻柱产生扭转振动的动力学模型。在给定初始条件和边界条件的情况下,采用数值计算方法求解了钻柱扭转模型。为进一步弄清钻头、钻柱在井底的实际运动规律和动力学性能,控制井眼轨迹,预防钻杆早期失效奠定了理论基础。

主题词:钻柱;岩石;钻头;动力学;扭振;模型

中图分类号:TE821 **文献标识码:**A

1 前言

钻柱是钻井过程中的主要钻井工具之一。在钻井过程中,钻柱处在内、外充满钻井液的狭长井眼里工作,通常承受着拉、压、弯、扭及液力等荷载,其运动的动态过程十分复杂。随着石油资源钻探难度的不断加大,特别是一些新的钻井技术和钻井工艺的采用,有效地预测和控制井下钻头、钻柱的动力学性能和运动规律,合理有效地提高钻头、钻柱的强度,实现对井眼轨迹的精确控制是目前钻井工程中的关键技术问题。而解决这些问题的基础工作之一就是要建立合理可靠的钻头、钻柱的动力学模型,找到钻头、钻柱在钻井过程中在井下的实际运动规律和力学性能。

2 钻柱扭转振动模型的建立

钻头、钻柱扭转振动经常导致钻头牙齿断裂和钻柱扭断,对钻井过程的影响较大。扭转振动是造成PDC钻头破坏的主要因素。由于PDC钻头的结构简单,因此,国内外在PDC钻头动力学的研究方面作了大量工作,并取得了一些成果^[1,2]。

2.1 基本假设

为了能够对钻柱的扭转振动进行有效的分析研究,在建立振动模型时对一些次要因素进行简化是十分必要的,在建立钻柱扭转振动模型时作如下假设(见图1):

- (1) 每一根钻柱都被认为是均质弹性直杆;
- (2) 井眼轴线与钻柱轴线重合,忽略钻柱的弯曲变形和与井壁的摩擦作用;

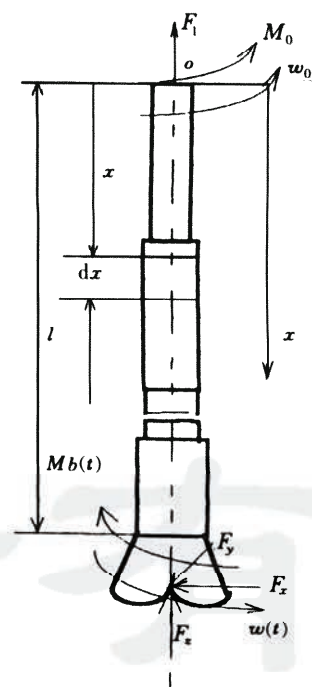


图1 钻柱扭转振动模型
Fig. 1 The torsional vibration model of drill string

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59804009)和石油科技中青年创新基金项目。

作者简介:刘清友,男,1965年10月生。1997年6月毕业于西南石油学院机械工程专业,获博士学位。现为重庆大学博士后,西南石油学院机械系教授。通讯处:四川省南充市。

- (3) 假定转盘的转速为常量;
- (4) 钻头切削岩石所产生的扭矩是时间的函数,用 $T_1(t)$ 表示。

2.2 钻柱扭转方程

假设钻柱扭转时,每一横截面绕通过截面形心的轴线转动一个角度 θ ,横截面仍保持为平面。振动时,扭转角 θ 不但依赖于空间坐标 x ,而且依赖于时间 t 。横截面上每一点的位移由该截面的扭转角唯一确定。扭转角 θ 可以作为截面的广义坐标。在坐标为 x 的截面处,取一长度为 dx 的微段,如图 2 所示。

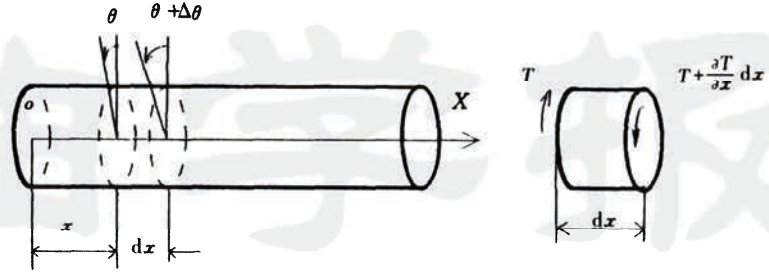


图 2 弹性杆扭转振动模型示意图
Fig.2 Diagram of the bar torsional vibration model

图中 $T(t)$ 表示横截面上的扭矩,正方向如图所示,其中 $J(x)$ 表示单位长度的扭转惯量。根据牛顿第二定律列出钻柱扭转振动方程,见式(1),扭矩 $T(t)$ 与扭转角 $\theta(t)$ 之间的关系可从材料力学中得到,见式(2)

$$\frac{\partial T(t)}{\partial x} - \text{damp} \cdot \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = J(x) dx \frac{\partial^2 \theta(t)}{\partial x^2} \quad (1) \quad T(t) = GJ_p(x) \frac{\partial \theta(t)}{\partial x} \quad (2)$$

由以上两式得式(3)

$$GJ_p(x) \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} - \text{damp} \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = J(x) \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} \quad 0 < x < L \quad (3)$$

令: $c = \sqrt{\frac{GJ_p}{J}}$, 则式(3)可简化为

$$\frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} - \text{damp} \frac{\partial \theta(t)}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < L \quad (4)$$

式中 G 为钻柱材料的剪切弹性模量,MPa; J_p 为钻柱各横截面对扭转中心的极惯性矩, cm^4 ; c 为扭转波沿 x 轴的传播速度, m/s ; damp 为泥浆阻力系数比; L 为钻柱的长度, m 。

假设边界条件为

(1) 在钻柱顶部(转盘)的转速为常数 $\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x_{x=0}} = \omega_0 \quad (5)$

(2) 钻柱下部的扭转等于岩石作用在钻头上的扭转与钻头的惯性扭转之差,写成表达式

$$T_s(l,t) = T_b(t) - dT_b(t) \quad (6)$$

式中 ω_0 为转盘转速, r/min ; $T_b(t)$ 为钻头钻进时岩石对钻头产生的反扭矩,由钻头与岩石动力学仿真模型计算, $\text{N} \cdot \text{m}$; $dT_b(t)$ 为钻头的惯性扭矩, $\text{N} \cdot \text{m}$; $T_s(l,t)$ 为各个瞬间作用在钻柱下端的扭矩, $\text{N} \cdot \text{m}$ 。

初始条件假设为:开始时刻整个钻柱的转角和角速度均为零,有

$$\theta(x,t)_{t=0} = 0 \quad (7) \quad \frac{\partial \theta(x,t)_{t=0}}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

将式(4)、(5)、(6)、(7)、(8)合并起来就是钻柱扭转振动的力学模型,写在一起为式(9)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} + \text{damp} \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} \\ \theta(0,t) = \omega_0, T_s(l,t) = T_b(t) - dT_b(t) \\ \theta(x,0) = 0, \frac{\partial \theta(x,0)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

3 钻柱扭转振动模型的求解

由于钻柱振动模型中的激振力来自钻头与岩石互作用产生的扭矩 $T_s(l,t)$,而该激振力是一个难以用确定

的数学函数关系式表达的复杂函数^[4],所以要解钻柱振动方程式(9),采用一般的解析法是很困难的。因而本文采用了数值解法中的差分法求解钻柱扭转振动方程。

3.1 差分法求解钻柱振动模型

对钻柱扭转振动方程(4),利用差分的基本定义有

$$Lu = \frac{\partial^2 \theta_i(x, t)}{\partial t^2} - \alpha_i^2 \frac{\partial^2 \theta_i(x, t)}{\partial x^2} + \text{damp} \frac{\partial \theta_i(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

采用二阶中心差分格式

$$\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} \right)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(x_j, t_{k+1}) - 2\theta_i(x_j, t_k) + \theta_i(x_j, t_{k-1}))}{\tau^2} - \frac{\tau^2}{12} \theta_{i,t}^{(4)}(x_j, \bar{t}_k) \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} \right)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(x_{j+1}, t_k) - 2\theta_i(x_j, t_k) + \theta_i(x_{j-1}, t_k))}{h^2} - \frac{h^2}{12} \theta_{i,x}^{(4)}(\bar{x}, t_k) \quad (12)$$

采用差分误差为 $O(\tau^2)$ 求导公式

$$\left(\frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(x_j, t_{k+1}) - \theta_i(x_j, t_k)}{\tau} \quad (13)$$

为书写方便,将 (x_j, t_k) 简记为 (j, k) , 将 $\theta_i(x_j, t_k)$ 简记为 $\theta_i(j, k)$, 故

$$(L\theta)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(j, k+1) - 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j, k-1))}{\tau^2} - \alpha_i^2 \frac{\theta_i(j+1, k) - 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j-1, k))}{h^2} + \text{damp}_i \frac{\theta_i(j, k+1) - \theta_i(j, k)}{\tau} - \frac{\tau^2}{6} t_{i3}^{(3)}(j, \bar{t}) - \frac{\tau^2}{12} \theta_{i,t}^{(4)}(j, \bar{t}) + \frac{h^2}{12} \theta_{i,x}^{(4)}(\bar{x}, k) = 0 \quad (14)$$

如忽略截断误差,则得差分方程为

$$\frac{\theta_i(j, k+1) - 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j, k-1))}{\tau^2} - \alpha_i^2 \frac{\theta_i(j+1, k) - 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j-1, k))}{h^2} + \text{damp}_i \frac{\theta_i(j, k+1) - \theta_i(j, k)}{\tau} = 0 \quad (15)$$

设 $s = \tau/s$, 则差分方程可改写为

$$\theta_i(j, k+1) = \frac{1}{1 + \text{damp}_i \cdot \tau} \{ \alpha_i^2 s^2 [\theta_i(j+1, k) + 2\theta_i(j, k) - \theta_i(j-1, k)] + (2 + d\tau)\theta_i(j, k) - \theta_i(j, k-1) \} \quad (16)$$

初始条件的差分近似

由于钻柱定解问题的第一个初始条件可用直接转移的方法,即为式(17),对第二个初始条件,见式(18)

$$\theta_i(j, 0) = \varphi(j, h) = 0 \quad (17) \quad \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right)_{(j, 0)} = \frac{\theta_i(j, k+1) - \theta_i(j, k-1))}{2\tau} - \frac{\tau^2}{6} \theta_{i,t}^{(3)}(j, t) = 0 \quad (18)$$

忽略截断误差,则得第二个初始条件的差分近似

$$\theta_i(j, k-1) = \theta_i(j, k+1) \quad (19)$$

将式(12)代入差分方程式(8)得到第二个初始条件差分方程

$$\theta_i(j, k+1)_{t=0} = \frac{1}{2 + \text{damp}_i \cdot \tau} \{ \alpha_i^2 s^2 [\theta_i(j+1, k) + 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j-1, k)] + (2 + d\tau)\theta_i(j, k) \} \quad (20)$$

边界条件的差分近似

钻柱振动方程的边界条件—

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_i(x, t)_{x=0}}{\partial t} = \frac{\theta_i(j, k+1) - \theta_i(j, k-1))}{2\tau} = \omega_0 \\ \theta_i(j, k-1)_{x=0} = \theta_i(j, k+1) - \omega_0 \end{cases} \quad (21)$$

将式(21)代入差分方程式(16)得到第一个条件差分方程

$$\theta_i(j, k + 1)_{x=0} = \frac{1}{2 + \text{damp}_i \cdot \tau} \{ \alpha_i^2 s^2 [\theta_i(j + 1, j) + 2\theta_i(j, k) - \theta_i(j - 1, k)] + (2 + d\tau)\theta_i(j, k) \} \quad (22)$$

钻柱扭转振动方程的边界条件二

$$\begin{cases} M(l, k) = G \cdot J_{pi} \frac{\partial \theta_i(x, t)_{x=l}}{\partial x} = dm_i \\ \frac{\theta_i(j + 1, k) - \theta_i(j - 1, k)}{2h} = \frac{dm_i}{G \cdot J_{pi}} \\ \theta_i(j + 1, k)_{x=l} = \theta_i(j - 1, k) - 2h \frac{dm_i}{G \cdot J_p} \end{cases} \quad (23)$$

由此可以得到钻柱振动方程相应的差分方程

$$\begin{cases} \theta_i(k, j + 1) - \frac{\alpha_i^2 s^2 [\theta_i(k + 1, j) + 2\theta_i(k, j) - \theta_i(k - 1, j)] + (2 + d\tau)\theta_i(k, j)}{1 + \text{damp}_i \cdot \tau} \\ - \frac{\theta_i(k, j - 1)}{1 + \text{damp}_i \cdot \tau} \\ \theta_i(k, j + 1)_{t=0} = \frac{\alpha_i^2 s^2 [\theta_i(k + 1, j) + 2\theta_i(k, j) - \theta_i(k - 1, j)] + (2 + d\tau)\theta_i(k, j)}{2 + \text{damp}_i \cdot \tau} \\ \theta_i(k, 0) = 0, \theta_i(0, j) = \omega_0 \\ \theta_i(j + 1, k) = \theta_i(j - 1, k) - 2h \frac{dm_i}{G J_p} \\ k = 1, 2, \dots, n - 1, j = 1, 2, \dots, m_0 - 1 \end{cases} \quad (24)$$

由差分方程式(24)可以求得任一时刻钻柱上各节点振动的角位移。角速度和角加速度可利用误差为 $o(\tau^2)$ 的向后差分求导公式求出(忽略截断误差)

$$\left(\frac{\partial \theta_i}{\partial t} \right)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(j, k + 1) - \theta_i(j, k - 1)}{2\tau} \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} \right)_{(j, k)} = \frac{\theta_i(j, k + 1) - 2\theta_i(j, k) + \theta_i(j, k - 1)}{\tau^2} \quad (26)$$

3.2 收敛条件

差分计算的一个重要问题是其收敛性,如果所采用的差分格式不收敛,其计算结果是不可靠的。钻柱纵向振动的差分格式是否收敛,是我们进行差分计算之前必须研究的问题。由于钻柱的纵振模型的形式就是常见的波动方程的形式。下面对式(16)的有限差分解进行分析。

令式(16)中 $d=0$ 得

$$\theta_i(k, j + 1) = \alpha_i^2 s^2 [\theta_i(k + 1, j) + \theta_i(k - 1, j)] + 2(1 - \alpha_i^2 s^2)\theta_i(k, j) - \theta_i(k, j - 1) \quad (27)$$

R. W. 亨别克^[3]指出,有限差分解的 $u(k, j)$ 项的系数如果是负值的话,则其解是不稳定的,所以式(16)有限差分解的收敛条件是

$$1 - \alpha^2 \frac{\tau^2}{h^2} \geq 0 \quad (28)$$

满足式(28)条件的差分解是收敛的。

4 钻柱波动扭矩计算

由方程(26)可计算出任一时刻钻柱上各点的角加速度,根据刚体定轴转动定律

$M = I_{pi} \cdot \frac{\partial^2 \theta_i(j, k)}{\partial t^2}$, 可计算出整个钻柱上各时刻各节点的动扭矩

$$dm = \int_0^l I_{pi} \frac{\partial^2 \theta_i(j, k)}{\partial t^2} dx \quad \text{或} \quad dm = \sum_{k=1}^n I_{pi} \frac{\partial^2 \theta_i(j, k)}{\partial t^2} h, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

5 结束语

本文建立在钻井过程中由于牙轮钻头与井底岩石互作用及钻杆的弹性变形而导致钻柱在钻井中产生扭转振动的模型,在给定初始条件和边界条件下,并利用差分法成功地求解了钻柱扭转振动模型。为进一步弄清牙轮钻头和钻柱实际运动规律和动力学性能、控制井眼轨迹、预防钻柱的早期失效,为实现对钻井系统的动力学分析研究奠定了理论基础和方法,对石油钻井技术的理论研究具有重要的指导意义和应用价值。

参 考 文 献

- [1] Wolf S F, Zacksents M and Arian A. Field measurements of downhole drillstring vibrations [C], paper SPE 14330 presented at the 1985 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Las Vegas, NV, September 22~25.
- [2] Langeveld C J. PDC Bit Dynamics (Supplement to IADC/SPE 23867) [C], IADC/SPE 23873 Presented at the IADC/SPE Drilling Conference, New Orleans, LA. February, 1992.
- [3] 赵国珍, 龚伟安. 钻井力学基础 [M], 北京: 石油工业出版社, 1990: 58~105.
- [4] 刘清友, 马德坤. 钻柱纵向振动模型的建立及求解方法 [J]. 西南石油学院学报, 1998, (4): 55~58.

(收稿日期 1998-09-21 修订日期 1999-01-25 编辑 张君娥)

全液压钻修两用顶部驱动装置通过样机评审

在集团公司和石油勘探开发科学研究院的领导和支持下,石油机械研究所、中石公司和大港油田新世纪机械制造有限公司联合研制开发的国产首台 DQ-20Y 全液压钻修两用顶部驱动装置已完成样机研制和厂内试验,并通过了由集团公司中油技术服务公司、石油物资装备总公司等十几个部门、油田及院校的 40 多位专家参加的样机评审。

该装置由石油机械研究所负责整体方案和机、电、液系统设计及制造电控、液压系统的制造,大港油田新世纪机械制造有限公司负责机械制造和现场试验。

DQ-20Y 全液压钻修两用顶部驱动装置在充分吸收了国内外顶驱装置经验的基础上,采取全液压驱动、橇装式,具有相对独立性和完整性。优选主要参数、扭矩范围宽,技术先进,而且功能齐全。装置采用了双泵、双马达、增扭器、蓄能器配置;简化了回转头结构,取消旋转密封;倾斜机构可以回中位等,技术有所创析,具有自己的特色。

经厂内台架试验表明:主轴正反转、无级调速及管子处理装置各项功能动作灵活、准确,操作方便。该装置能满足小井眼钻井、定向井、侧钻及修井等作业的需要。可配备于 3000m 钻机及 120~150t 井架高 35m 修井机上应用。该产品填补了国内全液压轻便顶部驱动装置的空白。

(李成岗 供稿)

APPLICATION OF RESISTIVITY TO EVALUATE DIFFUSION-ABSORPTION ABILITY OF SHALE FORMATION ACTA 2000,21(2):66~69.

LIU Xiang-jun et al. (*Southwest Petroleum Institute*)

On the basis of present methods to determine diffusion-absorption property of shale formation, long-core resistivity experimental apparatus has been introduced to study the diffusion-absorption ability of shale formation when exposed to various aqueous solutions. The computer program has been established for using radial resistivity distribution to determine the diffusion-absorption coefficient and the distribution of water content. Theoretical analysis indicates that this method not only reflects the diffusion-absorption performance of formation perfectly, but also provides a fundamental idea to evaluate the hydration ability and hydration state of watersensitive formation in the field.

Key words: resistivity; diffusion-absorption; shale; diffusion-absorption coefficient; filtrate invasion

PETROLEUM ENGINEERING

FRACTURE RELIABILITY FOR PRODUCTION PLATFORMS UNDER EXTREME ICE LOADING IN BOHAI GULF ACTA 2000,21(2):70~77.

FANG Hua-can (*Petroleum University, Beijing*)

Offshore production platforms in Bohai Gulf experience ice loading for more than three months each year. The ice load on a platform is much larger than any other environmental loads such as those from waves, current, wind or even earthquake. Therefore, reliability analysis, especially fracture reliability analysis, for the design of fixed production platforms in ice environment or under extreme ice-loads is required to be conducted. This paper develops a reliability model to calculate the residual strength concerned with temperatures. It gives a probability distribution of fracture toughness CTOD value δ_c , which accounts for the residual strength of the components at different temperatures. The probability distribution of the maximum stress in the component which depends on the ice thickness and ice compression strength is also given. According to this reliability model, a calculation method for the reliability of platform components is presented and a computation example is given to show the assessment process.

Key words: offshore; production; platform; fracture; reliability; assessment; ice load

A DRILLING STRING TORSIONAL VIBRATION MODEL AND ITS SOLUTION ACTA 2000,21(2):78~82.

LIU Qing-you et al. (*Southwest Petroleum Institute*)

Based on the interaction of bit and formation, the force from the rock and bit is used for the boundary condition of the end of the drill string. As simplified by the elastic bar theory and FE method, a torsional vibration model for the drill string simulates the bit/formation interaction and elastic deformation of the drill string is established. The torsional model is solved by numerical method by considering the boundary condition and initial condition. The theoretical work in this paper is the basis for the dynamic behavior and kinetics of drilling string and rock bit and for well orbit control early failure prevention.

Key words: string; rock; bit; dynamics; torsional vibration; model

STATIC AND DYNAMIC FE ANALYSIS OF DRILLING PUMP FRAMEWORK ACTA 2000,21(2):83~87.

ZHANG Qing-yuan (*Beijing University*)

FEM analyses are carried out to calculate the strength, stiffness and inherent vibration property of model F 1300 triplex drilling pump framework by using SAP5/LISA software. The stress and deformation distribution in every part of the framework under rate load, and the model frequencies of several minimum orders as well as the vibration modes are obtained. The results