

文章编号:1003 - 207(2007)02 - 0092 - 05

# 两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型

毕功兵,梁 樑,杨 锋

(中国科学技术大学管理学院,安徽 合肥 230026)

**摘要:**数据包络分析(DEA)作为一种数学规划方法,已经被广泛用来评价一个决策单元相对于其它决策单元的效率。经典的 DEA 模型把决策单元看作一个“黑箱”,对决策单元的内部运行机制不作深入的研究。本文以一个两阶段生产系统为例,从生产系统的内部过程出发,提出一个基于 DEA 的模型以合理评估该决策单元的相对效率。本文提出的模型实质上是一类特殊的网络 DEA 模型,其评价原理有别于已有的研究成果,但确实有助于管理者确定生产过程(如供应链)的非有效来源及其效率改进方向。

**关键词:**数据包络分析;效率评价;两阶段生产系统

**中图分类号:**N94;F224.3 **文献标识码:**A

## 1 引言

数据包络分析(Data Envelopment Analysis,简称 DEA),是一种用来评价一组具有多输入和多输出的决策单元(Decision Making Units,简称 DMUs)之间的相对效率的数学规划方法。Charnes 等人于 1978 年建立了第一个 DEA 模型,即 CCR 模型<sup>[1]</sup>,自此以后,DEA 就吸引了众多的研究者和管理者开展研究。在过去的二十多年中,在运作管理研究中,DEA 是最有活力和富有成果的领域之一<sup>[2,3]</sup>。DEA 方法之所以受到人们广泛的关注,是因为它具有不可比拟的优势<sup>[2-4]</sup>,例如,评价结果与量纲的选取无关;它的研究对象可以是多投入和多产出的生产过程;它不要求推导出明确的生产函数;每个 DMU 直接与相对最优的 DMU(可能是虚拟的)相比较;不同生产规模的 DMU 具有可比性;等等。同时,DEA 也具有相当的局限性,例如,权重的主观选择可能导致效率高估,也可能导致有效的 DMU 偏多;每个 DMU 分别评估,导致计算强度偏大;多输入、多输出的指标要求彼此非相关,并且在众多指标中有所选取,指标选取的工作量大;等等。但是,这些局限性不仅不会影响,反而会推动 DEA 研究的不断发展。

在经典 DEA 模型中,每个 DMU 都被看作是一个“黑箱”,即人们并不清楚输入是如何转化为输出的、运作过程本身是不是影响整体效率等等。研究者已经开始关注这一问题,代表性的成就是不同的网络 DEA 模型的提出。Färe 和 Grosskopf 首次提出网络 DEA 的概念<sup>[5]</sup>,其实质是将 DMU 的“黑箱”打开,将复杂的业务流程进行分解,从而考察每一业务环节可能存在的对生产系统整体效率的影响。于是,业务过程之间的联系变量——中间产品就显得格外重要,它既是前一阶段的输出,又是后一阶段的输入。Färe 和 Grosskopf 提出了基于网络生产过程的 DEA 模型架构(简称 FG 模型)<sup>[6]</sup>,而基于两阶段生产过程的 DEA 模型是其特例。仅仅针对两阶段生产过程的 DEA 模型研究分为两类:一类是资源约束型,即系统的总输入同时为两个阶段所消费,Chen 等人于 2006 年研究了这类 DEA 模型<sup>[7]</sup>,该方法是各阶段效率均值最大化为目标函数构建模型的;一类是序列型,即系统的总输入只为第一阶段所消费,后一阶段的输入完全来自前一阶段的输出。本文将主要研究序列型两阶段生产系统的 DEA 效率评价模型。

序列型两阶段生产过程是网络结构生产过程的基本形式之一。从不同角度对序列型两阶段生产系统 DEA 展开研究,有助于人们深入地认识其本质属性,推动网络 DEA 研究的发展。Wang、Gopal 和 Zionts 于 1997 年提出了序列型两阶段生产过程 DEA 效率评价模型<sup>[8]</sup>;Chen 和 Zhu 于 1999 年在 Wang 等人的基础上作了进一步研究<sup>[9]</sup>,他们

收稿日期:2006 - 05 - 09;修订日期:2007 - 03 - 15

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(70525001)

作者简介:毕功兵(1966 - ),男(汉族),安徽无为,中国科学技术大学管理学院博士生,副教授,研究方向:数据包络分析。

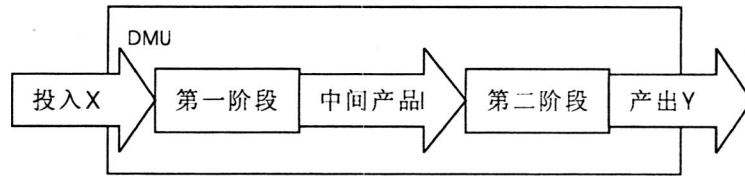
提出的模型同时考虑各个子系统的效率;Lewis 和 Sexton 提出了另一个评价模型<sup>[10,11]</sup>,他们的建模思路是:依赖传统 DEA 方法决定第一阶段在输入不变情况下的中间产品的前沿产出;在中间产出实现前沿产出的条件下,研究其第二阶段的前沿产出,此即整个系统的整体前沿产出,以此为基础来计算整个生产系统层次的相对效率。

我国学者对于 DEA 的研究起源于二十世纪八十年代中期,第一篇公开发表的论文为周泽昆、陈珽完成的<sup>[12]</sup>。此后,以魏权龄、朱乔等为主要代表的专家学者,相继在国内外发表了一些有影响的论文<sup>[2,4]</sup>,为我国在国际 DEA 研究领域占据了一席之地。然而,针对复杂生产系统效率评价的 DEA 研究,特别是关于两阶段生产过程的 DEA 效率评价

方法研究,尚未见诸于国内研究文献中。本文拟在 Lewis 和 Sexton 的研究基础上,对两阶段生产过程的效率评价进行拓展性研究,以一种不同于文献 [10,11] 的建模思路,提出一个新的针对两阶段生产过程的 DEA 效率评价模型,并将其应用于我国某商业银行某一级分行下属的 17 个二级分行的效率评价实践中。

## 2 问题描述

考虑如图 1 所示的两阶段生产系统。为了简要描述问题,输入和输出均设为一维变量。表示 DMU 的输入变量,也是第一阶段的输入变量;表示中间变量,它是第一阶段的输出,同时是第二阶段的输入;表示第二阶段的输出变量,同时是 DMU 的输出。



对于图 1 所示的生产系统,假设有  $n(j = 1, \dots, n)$  个 DMU,如果不考虑其业务运作过程,直接用输入和输出评价第  $k$  个生产系统的效率,就有以下两种效率评价的 CCR 模型(输出型):一是不考虑中间产品,如模型(1);一是把中间产品作为输出的一部分,如模型(2)。

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \lambda_k \\
 & \text{s. t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j \leq X_k \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j \leq \lambda_k Y_k \\
 & \quad \lambda_j \geq 0; j = 1, \dots, n \\
 & \quad \lambda_k \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

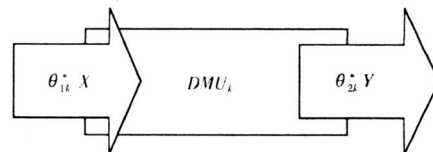
或

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } \lambda_k \\
 & \text{s. t. } \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j \leq X_k \\
 & \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j (Y_j + I_j) \leq \lambda_k (Y_k + I_k) \\
 & \quad \lambda_j \geq 0; j = 1, \dots, n \\
 & \quad \lambda_k \geq 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

其中:  $\lambda_j$  是第  $DMU_j$  赋予  $DMU_k$  的权变量,  $\lambda_k$  是  $DMU_k$  的效率值。

显然,模型(1)或(2)无法真正反映该类生产系统的业务运作特征,因为没有考虑生产系统内部各子系统效率及其对生产系统整体效率的影响程度。为了真实地反映基于内部结构的 DMU 运作效率,本文对图 1 所示的生产过程用一个基于内部结构而形成的理想生产过程作一等价替代,形成理想生产前沿面,然后用 CCR 模型来评价 DMU 的相对效率。

假设生产系统以及每个子生产系统均满足规模收益不变,并假定中间变量  $I$  恒定。对图 1 所示的生产系统,评价第  $k$  个生产系统的效率,首先构造理想的生产前沿面,这可以从两个角度来审视:从第一阶段来看,运用输入型 CCR 模型计算第一阶段的效率值,记为  $\lambda_{1k}^*$ ,故第一阶段的理想输入为  $\lambda_{1k}^* X$ ;从第二阶段来看,运用输出型 CCR 模型计算效率值,记为  $\lambda_{2k}^*$ ,故第二阶段的理想输出为  $\lambda_{2k}^* Y$ 。因此,该两阶段生产系统的理想输入为  $\lambda_{1k}^* X$ ,理想输出为  $\lambda_{2k}^* Y$ ,据此,本文可以构造一个新的理想两阶段生产系统,如图 2 所示。



同理,如果存在个两阶段生产系统,我们可以构造  $n$  个理想的生产系统。于是,第  $k$  个生产系统的效率,就可以用该生产系统的实际生产能力与  $n$  个理想生产系统的生产能力的相对效率来表示。

### 3 模型

假设有  $n(j = 1, \dots, n)$  个  $DMU$ , 令  $X_{di}$  表示  $DMU_d (d = 1, L, n)$  耗费的投入  $i (i = 1, L, m)$  的水平;  $I_{dr}$  表示  $DMU_d (d = 1, L, n)$  的中间产品  $r (r = 1, \dots, n)$  的水平;  $Y_{dp}$  表示  $DMU_d (d = 1, \dots, n)$  生产的最终产品  $p (p = 1, \dots, l)$  的水平;  $_{dsk}$  表示  $DMU_d (d = 1, \dots, n)$  中子单元  $s (s = 1, 2)$  赋予  $DMU_k$  中子单元  $s (s = 1, 2)$  的权重。假设规模收益不变。本文评价  $DMU_k$  的 DEA 相对效率可分三步:

第一步:评价第一阶段子单元的效率。记  $_{1k}^*$  为第一阶段子单元的效率值。 $_{1k}^*$  为模型(3)的最优解值。

$$\begin{aligned} \text{Min } &_{1k} \\ \text{s. t. } & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} X_{di} - \lambda_{1k} X_{ki}; i = 1, L, m \\ & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} I_{dr} = \lambda_{1k} I_{kr}; r = 1, \dots, q \\ & \lambda_{dk} \geq 0; d = 1, \dots, n \\ & \lambda_{1k} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

第二步:评价第二阶段子单元的效率。记  $_{2k}^*$  为第二阶段子单元的效率值。 $_{2k}^*$  为模型(4)的最优解值:

$$\begin{aligned} \text{Max } &_{2k} \\ \text{s. t. } & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} X_{dr} = \lambda_{2k} X_{kr}; r = 1, \dots, q \\ & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} Y_{dp} - \lambda_{2k} Y_{kp}; p = 1, \dots, l \\ & \lambda_{dk} \geq 0; d = 1, \dots, n \\ & \lambda_{2k} = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

第三步:评价  $DMU$  的效率。将第  $k$  个生产系统与  $n$  个理想的生产系统比较,评价  $DMU_k$  的相对效率。记  $_{k}^*$  为  $DMU_k$  的效率值。 $_{k}^*$  是模型(5)的最优解值。

$$\begin{aligned} \text{Min } &_{k} \\ \text{s. t. } & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} X_{ki} - \lambda_{k} X_{ki}; i = 1, \dots, m \\ & \sum_{d=1}^n \lambda_{dk} Y_{kp} - \lambda_{k} Y_{kp}; p = 1, \dots, l \\ & \lambda_{dk} \geq 0; d = 1, \dots, n \\ & \lambda_{k} = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

其中,  $X_{ki}^* = \lambda_{1k} X_{ki}, Y_{kp}^* = \lambda_{2k} Y_{kp}$ 。

模型(3)的第二约束项和模型(4)的第一约束项均取等号,目的是严格保持中间变量在第一阶段的输出和第二阶段的输入相等。显然,模型(5)的效率评价思路与 Lewis 和 Sexton 的建模思路不同<sup>[10,11]</sup>, 不仅如此,模型(5)的最终输出可以是多维的,而 Lewis 和 Sexton 的模型(下文简称 LS 模型)仅仅适用于最终输出仅为—维变量的情形。

表 1 数据

DMU	固定资产净值(亿元)	员工人数(千人)	营业费用(亿元)	一般存款(亿元)	同业存放(亿元)	各项贷款(亿元)	账面利润(亿元)
1	1.0168	1.221	1.2215	166.9755	8.3098	122.1954	3.7569
2	0.5915	0.611	0.4758	50.1164	1.7634	19.4829	0.6600
3	0.7237	0.645	0.6061	48.2831	3.4098	34.4120	0.7713
4	0.5150	0.486	0.3763	35.0704	2.3480	15.2804	0.3203
5	0.4775	0.526	0.3848	49.9174	5.4613	34.9897	0.8430
6	0.6125	0.407	0.3407	23.1052	1.2413	32.5778	0.4616
7	0.7911	0.708	0.4407	39.4590	1.1485	30.2331	0.6732
8	1.2363	0.713	0.5547	37.4954	4.0825	20.6013	0.4864
9	0.4460	0.443	0.3419	20.9846	0.6897	8.6332	0.1288
10	1.2481	0.638	0.4574	45.0508	1.7237	9.2354	0.3019
11	0.7050	0.575	0.4036	38.1625	2.2492	12.0171	0.3138
12	0.6446	0.432	0.4012	30.1676	2.3354	13.8130	0.3772
13	0.7239	0.510	0.3709	26.5391	1.3416	5.0961	0.1453
14	0.5538	0.442	0.3555	22.2093	0.9886	13.6085	0.3614
15	0.3363	0.322	0.2334	16.1235	0.4889	5.9803	0.0928
16	0.6678	0.423	0.3471	22.1848	1.1767	9.2348	0.2002
17	0.3418	0.256	0.1594	13.4364	0.4064	2.5326	0.0057

### 4 算例

银行业是 DEA 应用的重要领域,商业银行业务运作过程是典型的两阶段生产过程。而国内现有的用 DEA 评价商业银行效率的研究<sup>[13,14]</sup>还没有打开 DMU 的“黑箱”,分析 DMU 的内部结构。本文通过一个商业银行运作实例来演示模型(5)。实例选取了中国某商业银行某一级分行下属的 17 个二级分行某年度的有关资料(见表 1)。客观和公正的商业银行 DEA 效率评价要求对指标选取展开分析,考虑本文篇幅,况且本文重点在演算新模型,本文不进行指标选取分析,而引用已有文献[7 - 9]选取的指标并结合中国银行业实际,选取了下列代表性指标:输入指标包括固定资产净值、员工人数和营业费用;输出指标包括各项贷款和账面利润;中间产品指标包括一般存款和同业存放。

表 2 显示中国某商业银行 17 家二级分行某年的效率值和各业务子单元的效率值。其中,第二列是各 DMU 的效率值,由模型(5)解得;第三列是各 DMU 的第一阶段子单元的效率值,是模型(3)的解值;第四列是每个 DMU 的第二阶段子单元的效率值,取模型(4)的最优解值的倒数。

表 3 显示模型(5)、模型(1)、模型(2)、LS 模型的最优解值,可供比较。从表 3 中可以看出,除了 DMU<sub>1</sub> 的四个模型的最优解值相等外,其余 DMU 的模型(5)的最优解值比模型(1)、(2)、LS 模型的最优解值都要低。这说明,相对于传统方法和 LS 模型而言,模型(5)更能够甄别无效的生产系统,尤其是在模型(1)、(2)、LS 模型显示 DMU 有效而模型(5)显示其非有效的情形。这也明确显示了本方法拥有的优点。

### 5 结语

传统 DEA 只考虑 DMU 的外部输入和输出,不考虑 DMU 的内部结构,不考虑输入是如何转化为输出的,从而评价的效率只是 DMU 的外部效率。因此,传统 DEA 无法解释 DMU 内部结构的各部分对 DMU 效率的影响,也就无法真正找到 DMU 非有效的根源,这不利于非有效的 DMU 的效率改善。网络 DEA 的出现可以很好地解决这一类问题。两阶段生产过程是网络结构生产过程的基本形式之一。两阶段生产过程包含序列型和资源约束型两类。本文描述了序列型两阶段生产过程,并建立了与之对应的 DEA 效率评价模型。对序列型两阶段

DEA 展开各种思路的研究有助于人们深入地认识两阶段生产过程的本质属性,有助于网络 DEA 研究的进一步发展。

表 2 计算结果

DMU	模型(5)	模型(3)	模型(4)
1	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.4510	1.0000	0.7057
3	0.4320	0.6318	0.6382
4	0.2911	0.6923	0.4537
5	0.7342	1.0000	1.0000
6	0.4979	0.4979	1.0000
7	0.5177	1.0000	1.0000
8	0.2947	0.5526	0.7764
9	0.1741	0.7033	0.2265
10	0.2146	0.8898	0.1185
11	0.2578	0.6974	0.3851
12	0.3100	0.6150	0.6294
13	0.1285	0.5238	0.2459
14	0.3363	0.5061	0.6074
15	0.1621	0.8821	0.2160
16	0.1963	0.4689	0.1781
17	0.0827	0.9150	0.0133

表 3 效率比较

DMU	模型(5)	模型(1)	模型(2)	LS 模型
1	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
2	0.4510	0.4510	0.7705	0.6379
3	0.4320	0.5676	0.6318	0.6153
4	0.2911	0.4059	0.6923	0.4122
5	0.7342	0.9090	1.0000	0.9579
6	0.4979	0.9558	0.9558	0.9592
7	0.5177	0.6858	0.6858	1.0000
8	0.2947	0.3713	0.5526	0.4149
9	0.1741	0.2524	0.4490	0.3397
10	0.2146	0.2146	0.7205	0.2791
11	0.2578	0.2976	0.6974	0.3001
12	0.3100	0.3442	0.6150	0.3848
13	0.1285	0.1373	0.5238	0.1374
14	0.3363	0.3827	0.4570	0.4159
15	0.1621	0.2561	0.5054	0.3637
16	0.1963	0.2660	0.4689	0.2667
17	0.0827	0.1588	0.6166	0.2259

本文的两阶段生产系统的 DEA 效率评价的思路不同于 Lewis 和 Sexton 的建模思路。本文假定中间产品不变,对第一阶段而言,在输出一定的情况下最小化输入;对第二阶段而言,在输入一定的情况下最大化输出;对一个 DMU 而言,用第一阶段的最小输入和第二阶段的最大输出,来构造前沿生产面。这样,一个生产系统的效率,用该系统的实际生产能力与理想生产能力的相对效率来表示。

通过中国某商业银行的两阶段业务过程的效率

评价的实例,本文所提模型的优点得到了展示,同时为金融供应链的效率评价提供可借鉴的方法。

### 参考文献:

- [1] Charnes A. , Cooper W. W. , Rhodes E. . Measuring the Efficiency of Decision Making Units [J]. European Journal of Operation researches , 1978 , 2 : 429 - 444 .
- [2] Cooper W. W. , Seiford L. M. , Joe Zhu. Handbook on Data Envelopment Analysis [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers , 2004 .
- [3] Cooper W. W. , Seiford L. M. , Tone K. Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models , Applications , References and DEA-Solver Software [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers , 2000 .
- [4] 魏权龄. 数据包络分析[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [5] Färe R. , Grosskopf S. . Productivity and intermediate products: A frontier approach[J]. Economics Letters , 1996 , 50 : 65 - 70 .
- [6] Färe R. , Grosskopf S. . Network DEA [J]. Socio-Economic Planning Sciences , 2000 , 34 : 35 - 49 .
- [7] Yao Chen , Liang Liang , Feng Yang , Joe Zhu. Evaluation of information technology investment : a data envelopment analysis approach [J]. Computers & Operations Research , 2006 , 33 : 1368 - 1379 .
- [8] Wang C. H. , Gopal R. , Zions S. . Use of data envelopment analysis in assessing information technology impact on firm performance [J]. Annals of Operations Research , 1997 , 73 : 1991 - 213 .
- [9] Yao Chen , Joe Zhu. Measuring Information Technology's Indirect Impact on Firm Performance [J]. Information Technology and Management , 2004 , 5 : 9 - 22 .
- [10] Lewis H. F. , Sexton T. R. . Network DEA : efficiency analysis of organizations with complex internal structure [J]. Computers & Operations Research , 2004 , 31 : 1365 - 1410 .
- [11] Sexton T. R , Lewis H. F. . Two-stage DEA : an application to Major League Baseball [J]. Journal of Productivity Analysis , 2003 , 19 (2/3) : 227 - 49 .
- [12] 周泽昆,陈挺. 评价管理效率的一种新方法[J]. 系统工程,1986,4(4):42-49.
- [13] 谢朝华,段军山. 基于 DEA 方法的我国商业银行 X - 效率研究[J]. 中国管理科学,2005,13(4):120-128.
- [14] 吴晓勇,池宏. 商业银行分理处效率对效益的影响程度分析[J]. 中国管理科学,2003,11(3):18-22.

## A DEA-based Efficiency-Measuring Model for a Two-Stage Production System

BI Gong-bing, LIANGLiang, YANG Feng

(School of Management , University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China)

**Abstract :** Data Envelopment Analysis (DEA) is a mathematical programming approach , which has been widely accepted as an effective tool to evaluate the efficiency of a Decision Making Unit (DMU) relative to other DMUs. Traditional DEA approaches usually treat the evaluated DMU as a 'BLACK BOX' and ignore its internal mechanism. This paper will advance a DEA-based method to evaluate the performance of a two-stage serial production system with consideration of its internal mechanism. Actually the advanced method in the paper is a special form of a Network DEA model , different from the pervious works but indeed helpful for managers to find out the reason and improvement of inefficiency for any two-stage serial production system , such as a supply chain.

**Key words :** data envelopment analysis ; efficiency evaluation ; two-stage production system