文章编号: 1003- 207(2007) 01- 0021- 06

重随机泊松违约概率下库存商品融资业务贷款价值比率研究

李毅学, 徐　渝, 冯耕中, 王　非

(西安交通大学管理学院, 陕西 西安　710049)

摘　要: 确定合适的质押商品贷款价值比率能够使银行有效缓释库存商品融资业务的信用风险。沿着简化式思路, 本文假定借款企业违约事件外生并服从重随机泊松过程, 建立了一个有关贷款价值比率的模型。在模型中, 本文综合考虑了银行的风险偏好, 质押商品的预期收益率和价格波动率, 贷款周期和盯市频率等因素的影响, 为银行在保持风险容忍水平一致的情况下确定特定库存商品融资业务的相应贷款价值比率提供了科学依据。

关键词: 关键词: 库存商品融资; 贷款价值比率; 质押商品; 信用风险

中图分类号: F830. 56　　　文献标识码: A

1　引言

中小企业既没有足够的信用评级, 也没有足够的不动产或第三方保证提供担保, 这在很大程度上造成了中小企业的融资困难。针对这一问题, 2005 年 11 月, 中国人民银行研究局发布了《中国信贷人权利保护》的总报告, 明确指出给中小企业提供动产质押贷款是一条有效解决途径[1]。其中, 本文所关注的库存商品融资业务就属于物流金融创新下的一类动产质押贷款业务。在这类业务中, 中小企业将其所拥有的生产原料、存贷或商品等动产, 交由具有合法资格的物流仓储企业保管, 向银行提供质押以获得银行短期贷款, 并由银行、企业和专业物流公司三方来签订相关协议[2]。这类业务利用质押的商品, 将企业的信用风险转移成了质押商品的价格风险和流动性风险, 从而通过保持足够数量的质押物而有效减少了企业违约时的损失, 缓释了信用风险。近几年, 中国的商业银行迫于竞争的压力和规避信用风险的需要, 已和一些想进一步扩展业务的物流仓储企业合作, 逐渐开展了库存商品融资的实践。而其它国家在库存商品融资业务的实践方面较为成熟, 许多银行已制订了规范全面的库存商品融资手册[3]。这些手册对商品质押如何影响信用风险评级以及如何评估借款企业和如何评估质押物等诸多情况都给予了细致的分析, 它们还针对不同的质押业务为银行提供了相应策略, 从而有效促进了库存商品融资业务在实践中的发展。不过总的来说, 库存商品融资业务在许多方面还停留在定性阶段, 尤其是本文所关注的质押物的贷款价值比率——贷款额与质押物价值的比率(俗称质押率), 这在业务中非常重要, 但银行在实践中却基本依靠经验估值。这种估值方式使银行无法定量分析质押物的价格波动率、企业违约概率、贷款到期时间、银行监控的严密程度(以盯市频率表示) 等与贷款价值比率的相关关系, 从而无法准确地根据银行的风险容忍水平确定不同库存商品融资业务的贷款价值比率。因此, 分析有关贷款价值比率的定量模型, 为银行的相关决策提供科学依据将具有重大的研究和实践价值。

有关库存商品融资业务贷款价值比率的分析在理论上属于"质押物对信用风险暴露的影响"和"质押物贷款价值比率确定"的研究范畴。这方面的研究已有一些学者从两种不同的思路进行了探讨。一类是遵循 Merton[4] 的结构式方法, 由 Stulz 和 Johnson[5] 首先研究了质押物对质押担保债务定价的影响, 而 Jokivuolle 和 Peura[6] 沿着这一结构化的思路研究了质押贷款的贷款价值比率, 随后, Cossin 和 Hricko[7] 在定价质押支持信用风险工具时, 用结构化方法确定了质押物的折扣率 h(与贷款价值比率 ω 相似, $1- h= \omega$)。但基于结构式的模型由于假定违约的内生性, 所以它们暗含着只有特定的债务

收稿日期: 2006- 01- 23; 修订日期: 2007- 01- 08
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70472036)
作者简介: 李毅学(1974-) , 男(汉族) , 江西萍乡人, 西安交通大学管理学院博士生, 研究方向: 物流金融

合约和质押物价值波动才能促使交易对手违约。而实际上,和特定债务不相关的其它因素,例如公司的流动性问题等,都可能促使企业违约,而且便特定合约的质押物价值低于贷款额度,企业也有可能不违约。正因为这些原因,Cossin 和 Huang[8] 外生给定了企业违约的概率,并沿着 Jarrow 和 Turnbull[9],Jarrow 等[10] 和 Duffie 和 Singleton[11] 提出的简化式思路分析得出了一个与银行风险承受能力相一致的质押物折扣率。本文的研究和 Cossin 和 Huang[8] 的研究最为接近,但 Cossin 和 Huang[8] 给出的模型是针对固定收益的金融商品的,而本文研究的则是如铜、石油一类的可在期货市场上交易的基本商品。这两类商品的价格显然具有不同的运动规律,因此其模型的构建和分析也有很大不同。而且,他们的模型没有考虑贷款利率,本文则给予了分析。此外,本文还证明了借款企业违约概率服从重随机泊松过程时质押商品的价格波动率、银行风险偏好和企业违约强度等因素与贷款价值比率的相关关系,从而为库存商品融资业务提供了一个可以在实践中应用的框架。

2 模型假设和问题描述

假定融资质押的库存商品是如同铜、石油等一类基本商品,在初始时刻,借款企业将单位 a_0 现价为 B_0 的基本库存商品作为质押物交由具有合法资格的物流仓储企业保管,并向银行申请短期贷款。

对每一单位的质押物,银行将给予 ω 比率的贷款额。这时,库存商品融资业务的模型假设列举如下:

1) 按照 Smith, McCardle[12] 和 Brennan, Schwartz[13] 所分析的,可假定如铜一类的基本商品的短期价格运动遵循几何布朗运动规律,这样,质押的基本库存商品的价格变化就遵循对数正态分布的随机过程,包括以下条件: i) 商品价格连续变化, ii) 在贷款周期内,商品的预期收益率 μ_B 和收益方差 σ_B 保持不变, iii) 商品收益在任何时间段互相独立, iv) 任何时间段商品的复利收益率服从正态分布,即有:

$$\ln\left(\frac{B(t_2)}{B(t_1)}\right) \sim N\left[\left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)(t_2 - t_1), \sigma_B^2(t_2 - t_1)\right]$$

2) 贷款利率为常数 R,则 t 时的标的贷款本息和为 $v_t = v_0 e^{Rt}$

3) 银行委托物流仓储企业保存的库存商品在贷款期间将发生持有成本,银行将持有成本记入贷款利率 R 中,最后向借款企业统一收取。

4) 假定合约期限为 T,在这期间,补仓的频率为 K,每一次补仓的时间间隔为 $\tau(\tau \cdot K = T)$,并设补仓的触发水平为 0,即在补仓时刻,只要质押商品的可贷价值(可贷价值= 当前市场价值 × 贷款价值比率)偏离了贷款本息和,就要有一次补仓以重建平衡。

5) 为简化企业违约的经济学背景,本文按照 Jarrow 和 Turnbull[9],Cossin 和 Huang[8] 和 Jarrow 等[10] 提出的简化式思路假定企业违约外生,并独立于这一特定贷款(以后可扩展考虑企业违约和特定贷款的相关性,这将更加符合现实,本文限于篇幅和研究侧重假定这一相关性为零)。进一步,本文假定企业外生的违约概率服从重随机泊松过程,即违约强度也是随机过程的泊松过程,其中,违约强度可假定服从均值回归扩散过程: $d\lambda = a_\lambda(b_\lambda - \lambda)dt + \sigma_\lambda dZ_\lambda$。这种违约的假定比较符合现实,因为实际中企业的经营状况和外部环境常常是随机变化的,企业违约的强度不会是常量,而往往会围绕着某个值随机波动。在这种假定下,企业违约就是这一泊松跳跃过程的第一次跳跃。

在 k 期初($k = 1, 2, 3\cdots, K$),由于贷款利率 R 的影响,贷款本息和为 $v_0 \cdot e^{R\tau(k-1)}$,且此时质押物数量为 a_{k-1},单位数量市场价值为 B_{k-1},则有 $v_0 e^{R\tau(k-1)} = a_{k-1} \cdot B_{k-1} \cdot \omega$。

那么,当合约延续到 k 期末时,将出现以下三种情况:

1) 当 $v_0 e^{Rk\tau} = a_{k-1} \cdot B_k \cdot \omega$ 时,即 k 期末贷款本息和等于 k 期末质押商品的可贷价值时,借款企业既不抽取也不补充质押商品,合约继续;

2) 当 $v_0 e^{Rk\tau} < a_{k-1} \cdot B_k \cdot \omega$ 时,借款企业可抽回一定数量的质押商品,使 $v_0 e^{Rk\tau} = a_k \cdot B_k \cdot \omega$,合约继续;

3) 当 $v_0 e^{Rk\tau} > a_{k-1} \cdot B_k \cdot \omega$ 时,借款企业只有补充一定数量的质押商品,使 $v_0 e^{Rk\tau} = a_k \cdot B_k \cdot \omega$,合约才得以继续。而如果此时,借款企业违约,它将不会补充所须的质押商品,合约将终止进入清算程序,银行所遭受的最大损失将是 $v_0 e^{Rk\tau} - a_{k-1} \cdot B_k$。

3 基本模型

已知 k 期初,$v_0 e^{R\tau(k-1)} = a_{k-1} \cdot B_{k-1} \cdot \omega$,所以可以推导出 $a_{k-1} = v_0 e^{R\tau(k-1)} / B_{k-1} \cdot \omega$。考虑到以上分析的第三种情况,当借款企业违约时,银行遭受的损失折现值为 $loss_k = (v_0 e^{Rk\tau} - a_{k-1} \cdot B_k) \cdot e^{-rk\tau} =$

$\left(\nu_0 e^{R k\tau} - \frac{\nu_0 e^{R\tau(k-1)}}{\omega} \cdot \frac{B_k}{B_{k-1}}\right) \cdot e^{-rk\tau}$, 设 L 为银行愿意承受的最大损失水平, 并设了 L 为标的资产 ν_0 的函数, 有 $L = l\nu_0$。

则第 k 期质押物价格波动造成的损失 $loss_k$ 不小于 $L = l\nu_0$ 的概率可以表示为:

$$P(loss_k \geqslant L)$$
$$= P\left\{\nu_0 e^{R k\tau} - \frac{\nu_0 e^{R\tau(k-1)}}{\omega} \cdot \frac{B_k}{B_{k-1}} \geqslant l \cdot \nu_0 e^{rk\tau}\right\}$$
$$= P\left\{0 \leqslant \frac{B_k}{B_{k-1}} \leqslant (e^{R\tau} - l e^{(rk\tau - R(k-1)\tau)}) \cdot \omega\right\}$$
$$= P\left\{-\infty < \ln \frac{B_k}{B_{k-1}} \leqslant \ln((e^{R\tau} - l e^{(rk\tau - R(k-1)\tau)}) \cdot \omega)\right\} \tag{1}$$

为表示的方便, 令 $D(\omega) = \ln((e^{R\tau} - l e^{(rk\tau - R(k-1)\tau)}) \cdot \omega)$。根据模型假设 1, 知 $\ln\left(\frac{B_k}{B_{k-1}}\right) \sim N\left(\left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\tau, \sigma_B^2\tau\right)$, 代入(1) 式得:

$$P(loss_k \geqslant L) = N\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right) \cdot \tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right) \tag{2}$$

因本文采取的是简化式的思路, 企业违约发生的概率是外生且独立于这一特定贷款的。这样, 银行在第 k 期关注的将是质押商品波动造成的损失 $loss_k$ 不小于 L 的事件 X_k 和企业违约事件 Y_k 同时发生的概率。根据模型假设 5, 知企业违约概率服从重随机泊松过程, 因此, 可得这两个事件发生的联合概率为:

$$P(k) = P(X_k \cap Y_k) = P(X_k)P(Y_k) \tag{3}$$

其中, $X_k = \{loss_k \geqslant L\} = \left\{0 \leqslant \frac{B_k}{B_{k-1}} \leqslant (e^{R\tau} - l e^{(rk\tau - R(k-1)\tau)}) \cdot \omega\right\}$

$Y_k = \{(k-1)\tau < t \leqslant k\tau\}$

$P(X_k)$ 的值已经得出。而

$$P(Y_k) = P\{(k-1)\tau < t \leqslant k\tau\}$$
$$= P(t > (k-1)\tau) - P(t > k\tau)$$
$$= E(e^{-\int_0^{(k-1)\tau}\lambda(s)ds}) - E(e^{-\int_0^{k\tau}\lambda(s)ds}) \tag{4}$$

因违约强度 $\lambda(t)$ 服从均值回归的扩散过程:

$$d\lambda = a_\lambda(b_\lambda - \lambda)dt + \sigma_\lambda dZ_\lambda \tag{5}$$

则求解 $P(0, (k-1)\tau) = E(e^{-\int_0^{(k-1)\tau}\lambda(s)ds})$ 和 $P(0, k\tau) = E(e^{-\int_0^{k\tau}\lambda(s)ds})$ 就类似于 Vasicek[14] 模型中在时刻 t_{k-1} 和 t_k 的零息债券的定价。根据 Feynman – Kac 定理, 令 $\varphi = T - t$, 则 $P(t, T) = P(\varphi) = E(e^{-\int_t^T\lambda(s)ds})$ 是以下偏微分方程的解:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 P}{\partial\lambda^2} \cdot \sigma_\lambda^2 + \frac{\partial P}{\partial\lambda}(a_\lambda(b_\lambda - \lambda) - \pi\sigma_\lambda) + \frac{\partial P}{\partial t} - \lambda P = 0 \tag{6}$$

其中, 边界条件是 $P(t, T) = 1$, π 为风险的市场价格。

根据 Duffie[15] 研究, 式(6) 的解采取指数仿射形式如下:

$$P(t, T) = e^{A(t, T) + C(t, T)\lambda_t} \tag{7}$$

对式(7) 求导得:

$$\frac{\partial P}{\partial\lambda} = C(t, T) \cdot P(t, T) = C(t, T) \cdot e^{A(t, T) + C(t, T)\lambda_t} \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial\lambda^2} = C(t, T)^2 \cdot P(t, T) = C(t, T)^2 \cdot e^{A(t, T) + C(t, T)\lambda_t} \tag{9}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial\varphi} = -\left(\frac{dA(t, T)}{d\varphi} + \frac{dC(t, T)}{d\varphi}\lambda\right) \cdot P(t, T) \tag{10}$$

将(8)、(9)、(10) 三式代入式(6) 中, 并经过变形得:

$$\left(\frac{1}{2}C^2(t, T)\sigma_\lambda^2 + C(t, T)(a_\lambda b_\lambda - \pi\sigma_\lambda) - \frac{dA(t, T)}{d\varphi}\right) - \left(a_\lambda C(t, T) + 1 + \frac{dC(t, T)}{d\varphi}\right) \cdot \lambda = 0 \tag{11}$$

要使式(11) 对所有的 λ 值都成立, 必须有:

$$\frac{1}{2}C^2(t, T)\sigma_\lambda^2 + C(t, T)(a_\lambda b_\lambda - \pi\sigma_\lambda) - \frac{dA(t, T)}{d\varphi} = 0 \tag{12}$$

$$a_\lambda C(t, T) + 1 + \frac{dC(t, T)}{d\varphi} = 0 \tag{13}$$

从式(6) 的边界条件 $P(T, T) = 1$, 可得式(12) 和式(13) 的边界条件是:

$$A(T, T) = 0, C(T, T) = 0 \tag{14}$$

先解式(13), 在式(13) 两边同乘 $e^{a_\lambda\varphi}$, 有:

$$a_\lambda C(t, T)e^{a_\lambda\varphi} + e^{a_\lambda\varphi} + \frac{dC(t, T)}{d\varphi}e^{a_\lambda\varphi} = 0 \tag{15}$$

所以有: $\frac{d}{d\varphi}(e^{a_\lambda\varphi} \cdot C(t, T)) = -e^{a_\lambda\varphi}$

结合边界条件 $C(T, T) = 0$, 所以有

$$e^{a_\lambda\varphi}C(t, T) = C(T, T) + \int_0^\varphi \frac{d}{ds}(e^{a_\lambda s}C(s))ds$$
$$= -\int_0^\varphi e^{a_\lambda s}ds \tag{16}$$

得: $C(t, T) = -e^{-a_\lambda \varphi}\int_0^{\varphi} e^{a_\lambda s} ds$

$$= -\int_0^{\varphi} e^{a_\lambda(\varphi - s)} ds$$

$$= \frac{e^{-a_\lambda \varphi} - 1}{a_\lambda} \tag{17}$$

根据式(12)和边界条件 $A(T, T) = 0$, 求解得:

$$A(t, T) = A(T, T) + \int_0^{\varphi} \frac{dA(s)}{ds} ds$$

$$= \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \int^{\varphi_0} C^2(s) ds + (a_\lambda b_\lambda - \pi\sigma_\lambda)\int_0^{\varphi} C(s) ds$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\sigma_\lambda^2}{a_\lambda^2}\left(\frac{1 - e^{-2a_\lambda \varphi} - 4(1 - e^{-a_\lambda \varphi})}{2a_\lambda} + \varphi\right) - \left(b_\lambda - \frac{\pi\sigma_\lambda}{a_\lambda}\right)\left(\varphi + \frac{e^{-a_\lambda \varphi} - 1}{a_\lambda}\right)$$

$$= \left(-b_\lambda + \frac{\pi\sigma_\lambda}{a_\lambda} + \frac{1}{2}\frac{\sigma_\lambda^2}{a_\lambda^2}\right)(\varphi + C(t, T)) - \frac{\sigma_\lambda^2}{4a_\lambda}C^2(t, T) \tag{18}$$

根据以上的讨论, 我们有以下的定理:

定理 1: 假定质押商品价格服从几何布朗运动, 而且借款企业的违约概率外生且独立于这一特定库存商品融资业务。如果企业违约的强度遵循均值回归的扩散过程:

$d\lambda_t = a_\lambda(b_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda dZ_\lambda$, 那么, 这一库存商品融资业务贷款价值比率可以通过以下的公式获得:

$$P(loss \geqslant L) = \sum_{k=1}^{K} P(k) = \sum_{k=1}^{K} P(X_k) \cdot P(Y_k)$$
$$= \sum_{k=1}^{K} P(X_k)\left(e^{A(0,(k-1)\tau) + C(0,(k-1)\tau)\lambda_0} - e^{A(0,k\tau) + C(0,k\tau)\lambda_0}\right) \tag{19}$$

其中 $P(X_k) = N\left(\frac{D(\omega) - (\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)$,

而 $A(0, (k-1)\tau)$, $C(0, (k-1)\tau)$, $A(0, k\tau)$ 和 $C(0, k\tau)$ 可由式(17) 和式(18) 确定。

$P(loss \geqslant L)$ 反映了银行对这一特定库存商品质押贷款的风险偏好。如果银行确定了 $P(loss \geqslant L)$, 并同时相应确定质押商品的价格波动率 σ_B 和预期收益率 μ_B, 借款企业的违约概率 $P(Y_k)$, 盯市频率 K, 贷款时间 $T(\tau = T/K)$, 贷款利率 R 和无风险利率 r 等参数, 就能确定这一库存商品融资业务贷款价值比率 ω 的数值解。也就是说, 银行既可以保持与其他贷款业务的风险水平内部一致性, 对特定的库存商品融资业务确定合适的质押商品贷款价值比, 也可以就某一贷款业务, 对不同的质押商品确定相应的贷款价值比率, 以保持这一贷款业务的风险水平的不变。

4 模型分析

为更好地说明贷款价值比率 ω 与其他参数的关系, 为银行决策提供理论依据, 本文证明了以下的一些命题。

命题 1: 对某一库存商品融资业务, 当银行的风险容忍水平越高, 即银行允许损失不小于 L 的概率 $P(loss \geqslant L)$ 越大, 银行可确定的质押商品的贷款价值比率 ω 越高。

命题的证明见附录:

这个命题表明, 如果一个银行有较高的贷款组合风险管理水平, 它对单个库存商品融资业务的风险容忍水平就会越高, 其所确定的贷款价值比率就会越高, 这个银行也因此能够吸引更多的企业将它们的库存商品进行质押借款。

命题 2: 对某一库存商品融资业务, 银行风险容忍水平不变时, 质押商品的预期收益率 μ_B 越高, 则银行可确定的质押商品的贷款价值比率 ω 越高。

命题的证明见附录。

这个命题表明, 在库存商品融资业务中准确地估计贷款期间内商品价格的漂移率, 即预期收益率, 非常的重要。这一漂移率与宏观经济发展趋势和质押商品所从属行业的发展趋势正相关。因此, 银行如果比较看好宏观经济和质押商品所从属行业在贷款期限内的走向, 它就能够确定更高的贷款价值比率。

命题 3: 对某一库存商品融资业务, 当银行风险容忍水平较低且保持不变时, 借款企业质押的商品价格波动率 σ_B 越高, 则银行可确定的质押商品的贷款价值比率 ω 越低。

命题的证明见附录。

这个命题表明, 质押商品的波动率特征对库存商品融资业务贷款价值比率的确定影响较大。如果借款企业将价格变化较稳定的商品作为质押进行融资, 这些企业就应该获得更高的贷款价值比率。

以下命题 4 的证明思路和命题 2 类似。

命题 4: 对某一库存商品融资业务, 银行风险容忍水平保持不变时, 银行的贷款利率 R 越高, 则银行可确定贷款价值比率 ω 越低。

这个命题表明, 如果银行通过内部管理水平的提高减少了库存商品融资业务的运营成本, 它就能够对借款企业确定更低的贷款利率或更高的贷款价值比率。例如, 银行通过与专门的物流仓储企业合

作, 能够有效降低质押商品的持有成本, 这使得银行可以对借款企业确定更低的贷款利率或更高的贷款价值比率, 从而吸引了更多的企业借贷, 这些银行也因此在竞争中获得了比较优势。

此外, 我们还可以证明和讨论其它因素, 例如企业的初始违约强度、贷款周期和盯市频率等对贷款价值比率的影响。

5　结论

针对如铜一类基本商品的质押融资业务, 本文为银行提供了确定其贷款价值比率的研究框架。这一框架假定借款企业的违约事件外生, 且服从违约强度是均值回归扩散过程的重随机泊松过程, 因而简化了企业违约的经济学背景并使模型更加贴近现实。此外, 本文在模型中还综合考虑了银行的风险偏好, 质押商品的预期收益率和价格波动率, 贷款的周期和盯市频率等因素的影响, 阐明了库存商品融资业务的动态特征和复杂本质, 为银行在保持内部风险容忍水平一致的情况下确定特定库存商品融资业务的相应贷款价值比率提供了科学依据。

本文没有考虑企业违约和质押商品价格波动的相关性以及质押商品流动性风险的影响, 这些需要进一步的理论和实证研究。

参考文献:

[1] 中国人民银行, 世界银行集团, 国际金融公司中国项目开发部编. 中国动产担保物权与信贷市场发展[M]. 北京: 中信出版社, 2006.

[2] 冯耕中, 李鹏. 库存商品融资业务诠释[J]. 中国物流与采购, 2005, 2: 24- 26.

[3] Comptroller of the Currency, Administrator of National Banks. Accounts Receivable and Inventory Financing [J]. Controller's Handbook, 2000: 1- 75.

[4] Merton, R. C.. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates[J]. The Journal of Finance, 1974, 49: 449- 470.

[5] Stulz R., Johnson H.. An Analysis of Secured Debt[J]. Journal of Financial Economics, 1985, 14: 501- 521.

[6] Jokivuolle E., Peura S.. Incorporating Collateral Value Uncertainty in Loss Given Default Estimates and Loan-to- value Ratios[J]. European Financial Management, 2003, 9(3): 299- 314.

[7] Cossin D., Hricko T.. A Structural Analysis of Credit Risk With Risky Collateral: A Methodology for Haircut Determination[J]. Ecomomic Notes, 2003, 32(2): 243- 282.

[8] Cossin D., Huang Z. J., Aunon- Nerin D.. A Framework for Collateral Risk Control Determination [Z]. working paper, European central bank working paper series, 2003, 1: 1- 47.

[9] Jarrow R. A., Turnbull S. M.. Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk[J]. Journal of Finance, 1995, 50(1): 53- 85.

[10] Jarrow R. A., Lando D., Turnbull, S. M.. Markov Model for the Term Structure of Credit Risk Spreads [J]. Review of Financial Studies, 1997, 10(2): 481- 523.

[11] Duffie D., Singleton K.. Modeling Term Structure of Defaultable Bonds [J]. Review of Financial Studies, 1999, 12: 687- 720.

[12] Smith J. E., McCardle K. F.. Valuing Oil Properties: Intergrating Option Pricing and Decision Analysis Approaches[J]. Operations Research, 1998, 46(2): 198- 217.

[13] Brennan M. J., Schwartz E. S.. Evaluating natural resource investment[J]. Journal of Business, 1985, 58(2): 135- 157.

[14] Vasicek O.. An Equilibrium Characterization of the Term Structure[J]. Journal of Finacial Economics, 1977, 5: 177- 188.

[15] Duffie D.. Credit Risk Modeling with Affine Processes [Z]. Working paper, Graduate School of Business, Stanford University, 2004: 1- 69.

附录

命题 1 证明: 令 $F(\omega) = P(X_k) = N\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)$,

对 ω 求导有: $\frac{dF}{d\omega} = n\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)\cdot\frac{1}{\omega}\cdot\frac{1}{\sigma_B\sqrt{\tau}}$ 其中 $n\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)$ 是标准正态分布的密度函数, 肯定大于零, 所以 $\frac{dF}{d\omega} > 0$, 即 $P(X_k)$ 随 ω 的增大而增大;

又根据(19) 式知: $P(loss \geqslant L) = \sum_{k=1}^{K} P(k) = \sum_{k=1}^{K} P(X_k)\cdot P(Y_k)$, 在其它参数不变的情况下, $P(loss > L)$ 是 $P(X_k)$ 的单调递增函数, 所以可知

$P(loss > L)$ 越大,银行可确定的质押物贷款价值比率 ω越高, 命题得证。

命题 2 证明: 令 $F(\omega, \mu_B) = P(X_k) = N\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)$

则 $\frac{\partial F}{\partial \mu_B} = n\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{\tau}}{\sigma_B}\right) < 0$, 因银行的风险容忍水平, 即允许损失不小于$L$ 的概率$P(loss \geqslant L)$ 保持不变, 根据(20) 式知第 k 期损失不小于L 的概率$P(X_k)$ 也须保持不变, 所以有:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \mu_B}\cdot d\mu_B + \frac{\partial F}{\partial \omega}\cdot d\omega = 0 \Leftrightarrow \frac{d\omega}{d\mu_B} = -\frac{\partial F}{\partial \mu_B}\Big/\frac{\partial F}{\partial \omega}$$

因$\frac{\partial F}{\partial \mu_B} < 0$, 并由命题 1 知$\frac{\partial F}{\partial \omega} > 0$, 所以有: $\frac{d\omega}{d\mu_B} > 0$, 即预期收益率 μ_B 越高, 贷款价值比率 ω越高, 命题得证。

命题 3 证明: 令 $F(\omega, \sigma_B) = P(X_k) = N\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)$ 有

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_B} = n\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)\cdot\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B + \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{-\sigma_B^2\sqrt{\tau}}\right)$$

$$= n\left(\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}}\right)\cdot\left(\left(-\frac{1}{\sigma_B}\right)\cdot\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}} + \sqrt{\tau}\right)$$

根据库存商品融资及标准正态分布的特点, 因讨论的是下侧风险, 可知银行的风险容忍水平较低, 即银行允许发生极端损失的概率不会很大(一般小于 5%), 所以完全可以设定 L 使$P(X_k)$ 较小, 以至于$\frac{D(\omega) - \left(\mu_B - \frac{1}{2}\sigma_B^2\right)\cdot\tau}{\sigma_B\sqrt{\tau}} < 0$, 于是可得$\frac{\partial F}{\partial \sigma_B} > 0$。因已知银行的风险容忍水平, 即允许损失大于 L 的概率$P(loss \geqslant L)$ 保持不变, 根据(19) 式知第k 期损失大于 L 的概率$P(X_k)$ 也须保持不变, 所以, 根据全微分公式有:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_B}\cdot d\sigma_B + \frac{\partial F}{\partial \omega}\cdot d\omega = 0 \Rightarrow \frac{d\omega}{d\sigma_B} = -\frac{\partial F}{\partial \sigma_B}\Big/\frac{\partial F}{\partial \omega}$$

因$\frac{\partial F}{\partial \sigma_B} > 0$, 并由命题 1 知$\frac{\partial F}{\partial \omega} > 0$, 所以有: $\frac{d\omega}{d\sigma_B} < 0$, 即质押商品价格波动率 σ_B 越高, 所须贷款价值比率 ω就越低, 命题得证。

On Loan-to-Value Ratios of Inventory Financing with Doubly Stochastic Poisson Default Processes

LI Yi-xue, XU Yu, FENG Geng-zhong, WANG Fei

(School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Determining appropriate loan-to-value ratios of commodity collateral can make banks mitigate credit risk of inventory financing effectively. Based on reduced-form approaches, this paper assumes that the default of the enterprise is exogenous and follows a doubly stochastic Poisson process, and then provides a model on loan-to-value ratios. In this model, some factors, such as risk appetite of banks, expected rate of return and price volatility of commodity collateral, frequency of marking to market and maturity time of loan, are considered synthetically, so banks may determine appropriate loan-to-value ratios of particular inventory financing operation to keep the level of taken risk consistent.

Key words: inventory financing; loan-to-value ratios; commodity collateral; credit risk