上海大学学报(自然科学版)
JOURNAL OF SHANGHAI UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE)

DOI: 10.3969/j. issn. 1007-2861. 2012. 06. 020

基于风险偏好的零售商买入期权订购模型

叶　亮，　宋国防，　王　建

(上海大学 管理学院,上海 200444)

摘要: 传统供应链研究以假设双方为风险中性为主,但实践中不同管理者对风险有不同需求. 以嵌入式期权为基础,应用条件风险值(Conditional Value at Risk, CVaR)的方法反映风险偏好,构建随机需求下的单个零售商和单个供应商组成的两级供应链期权契约模型,分析推导出零售商的最优期权购买量,反映了零售商的风险偏好对买入期权的最优购买量和收益都有重要影响. 风险规避程度越高,购买量和收益就越小. 最后,通过算例进一步验证研究结果.

关键词: 供应链;期权;风险偏好;条件风险值(Conditional Value at Risk, CVaR)

中图分类号: F 273.1　　　**文献标志码**: A　　　**文章编号**: 1007-2861(2012)06-0656-05

Order Models for Call Option of Retailers Based on Risk Appetite

YE Liang,　SONG Guo-fang,　WANG Jian

(School of Management, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: Option tools create a new model of supply chain collaboration which enables suppliers and retailers jointly to be liable for the risks of market uncertainty. Traditional supply chain researches assume that both parties are mainly risk neutral. However, different managers have different needs for risk in practice. Application of Conditional Value at Risk (CVaR) can weigh the scale of risk and reflect the risk appetite. The decision-making objective function is modified on the basis of the approach and a model of option contract in a two-level supply chain. The chain consisting of a single retailer and a single supplier is build under stochastic demands. Obtaining the optimal amount of the retailer′s option by analyzing the models, the paper reveals that the risk attitude has a significant impact on the optimal amount of call options and revenue, that is, the higher degree of risk aversion, the smaller order volume and revenue. A numerical example is provided to verify the conclusions drawn in this paper.

Key words: supply chain; options; risk appetite; Conditional Value at Risk (CVaR)

随着经济的快速发展和企业竞争的日趋激烈,产品的多样化和市场需求波动的加大无疑对供应链上的企业之间的合作提出了更高的要求. 期权作为衍生工具的一种形式,是风险管理的有效工具,在实践中也得到了广泛的应用. 期权能克服经典报童模型中的双重边际化现象,例如本工作中所研究的买入期权,它能够使零售商降低需求风险,零售商付出期权的保证金作为代价,供应商获得保证金作为共担风险的补偿,从而实现供应链零售商与供应商的柔性合作与共赢,提高整条供应链竞争力.

收稿日期:2012-02-17
基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20070280013)
通信作者:叶　亮(1975—),女,讲师,博士,研究方向为供应链风险管理. E-mail:liangye@ shu. edu. cn

买入期权指给予期权持有者在给定时间或在此时间以前的任一时刻按规定的价格买入一定数量某种资产或期货合约权利的一种法律合同. 期权持有者拥有实施或放弃该项期权规定的权利，期权出卖者则承担履行期权合约规定的义务. 实践中零售商一般会向供应商预先支付预订费或者期权价格，约定将来某个时刻零售商有权以执行价格交割商品. Ritchken 等[1]首次将期权引入供应链传统订货来提高供应链契约的柔性，从而降低供售双方在合作中应对的市场风险. Schuster 等[2]就期权对供应链的柔性和协调进行了较深入的研究，指出期权会增加整个供应链的绩效. Spinler 等[3]认为离散环境下期权工具可以提高经济效率. Cachon 等[4]研究了单供应商、单零售商系统下最优期权契约和批发价契约的渠道协调问题，研究中假设供应商的成本是公共信息，而需求量是零售商的私人信息. 陈旭[5]研究了考虑期权合同供应链的零售商订货策略. 宁钟等[6]引入独立式和嵌入式期权，分别对其在供应链中的影响机制进行了分析. 上述这些带有期权机制的供应链管理研究都假定供应链成员的风险是中性的，以利润最大化或成本最小化作为目标评价函数. 然而，在实践中决策者面临着不同的市场环境与具体情况，自然对风险的态度就存在差异，采取的行为也会不同. 如果忽视对方风险规避与偏好，则会使得期权机制难以在供应链实践过程中有效实施.

Agrawal 等[7]的研究表明与风险中性的零售商相比，风险厌恶型的零售商遇到销售价格影响需求规模的情况时会倾向于高销售价及低订货量. Tsay[8]研究了供应商和零售商均为风险厌恶型的供应链协作过程. Buzacott 等[9]基于均值-方差分析研究了委托-期权合约. 于春云等[10]运用条件风险偏爱值概念研究了其对供应链回购契约模型中协调和优化方面的影响.

在上述研究的基础上，本工作建立了带有零售商买入期权机制的两级供应链模型，运用条件风险值理论，把零售商的风险偏好引入该模型中构建目标函数，比较分析不同风险偏好对零售商的期权购买数量和收益的影响.

1　条件风险值和模型概述

1.1　条件风险值

条件风险值(Condition Value at Risk，CVaR)方法最初主要用于金融市场投资组合的度量，但近年来用于事件风险评估的研究不断涌现，例如供应链管理中的库存和订货风险的度量等. 条件风险值指在正常市场条件下和一定的置信水平 β 上，测算出给定时间段内损失超过 β 的条件期望值. 假设损失的随机变量为 x，其概率分布函数为 $F(x)$，则 $CVaR$ 可以表示为

$$CVaR(\beta) = E\{x \mid F(x) > \beta\}, \tag{1}$$

式中，当 β 增大，$CVaR(\beta)$ 增大，决策者越趋向于规避风险；当 β 减小，$CVaR(\beta)$ 减小，决策者规避风险的程度越低；当 $\beta=0$ 时，$CVaR(\beta)$ 就等于随机损失的期望值，决策者对风险规避为中性. 本工作正是利用置信水平 β 的这种性质，来标度供应链中参与个体的风险偏好.

$CVaR(\beta)$ 模型具有风险度量一致性的特性，且具有次可加性，不但考虑了超过值的频率，还考虑了超过值损失的条件期望，对模型在处理损失分布存在的后尾现象进行了有效的改善，故其理论和实践均能很好地为管理者提供有价值的参考，这也是本工作采用该方法的原因.

Rockafellar 和 Uryasev[11-12]深入研究了条件风险值 $CVaR$ 的性质及求法，为解决包含 β 风险值所造成的求解困难，提出了如下求解公式：

$$CVaR_\beta[g(x,y)] = \min_{\alpha\in\mathbf{R}}\{\alpha + (1-\beta)^{-1}\cdot E[g(x,y)-\alpha]^+\}, \tag{2}$$

式中，$g(x,y)$ 为决策损失函数，y 为决策变量向量，x 为随机向量，$\mathbf{R}$ 为实数集，

$$\alpha = \min\left\{\lambda\in\mathbf{R}:\int_{g(x,y)\leqslant\lambda} f(x)\,\mathrm{d}x \geqslant \beta\right\}, \tag{3}$$

其中 λ 通常指阈值.

1.2　问题描述和基本假设

本工作以嵌入式期权为基础，考虑一条由单个供应商和单个零售商组成的供应链. 供应链中流通的是一种价格较稳定的产品，如短生命周期的产品. 假设产品在短期内价格保持不变，每个零售商在销售季节(时段 0 到 t)到来之前必须独立决定要在供应商处采购多少商品并购买期权. 由于假设供应商是制定期权价格的主导者，零售商是追随者，故可将期权的参数视为定量不变. 另外，还假设订货提前期与销售季节相比足够长，零售商在订购前并不了解市场的实际需求. 销售季节开始，零售商便无法通过新的订单来补充库存，但是零售商可以在时刻 t 通过期权交易来调整库存，故每个零售商还必须独立决定时刻 t 时是否按执行期权来获得所缺的产品.

零售商可以利用期权来避免需求不确定带来的风险,通过减少订货量来规避产品过剩的风险,通过购买产品的期权来减少缺货风险. 为供应商和零售商提供了风险共担机制,减少风险的代价就是零售期权购买费用来补偿供应商,并与其一起分担风险.

1.3 模型变量说明

q:期权量;

p:零售价格;

b:销售成本;

c:期权的购买价格;

e:期权的交割价格;

x:顾客的需求量;

$f(x)$:随机市场需求 x 的概率密度函数;

$F(x)$:随机市场需求 x 的累计分布函数;

$F^{-1}(x)$:随机市场需求 x 的分布函数的反函数;

$\pi(q)$:零售商的收益函数;

α:零售商的条件阈值;

β:零售商的风险偏好程度;

在销售旺季前,零售商以单位成本 c 的价格购买 q 单位的买入期权,零售商确定实际市场需求后以交割价 e 购买单位产品,零售商由此为转移风险付出了单位成本 c. 要使假设有实际意义,显然要满足不等式 $c+e+b<p$.

2 风险偏好为中性条件下的零售商买入期权模型

根据上述假设条件,零售商的收益函数可表示为

$$\pi(q)=(p-e-b)\min(q,x)-cq. \tag{4}$$

风险偏好为中性条件下,零售商的目标为期望收益最大,并且有

$$E[\min(x,q)]=q(1-F(q))+\int_0^q xf(x)\,\mathrm{d}x=q-\int_0^q F(x)\,\mathrm{d}x, \tag{5}$$

所以,零售商的期望收益函数可表示为

$$E[\pi(q)]=(p-e-b)\left(q-\int_0^q F(x)\mathrm{d}x\right)-cq. \tag{6}$$

为了求得使零售商期望收益最大的期权购买量 q^*,先对 q 求一阶导数,可得

$$\frac{\partial E[\pi(q)]}{\partial q}=(p-e-b)(1-F(q))-c; \tag{7}$$

再对 q 求二阶导数,可得

$$\frac{\partial^2 E[\pi(q)]}{\partial q^2}=(p-e-b)(-f(q)). \tag{8}$$

显然,式(8)的值小于0,因为,$-f(q)<0$ 且 $p-e-b>0$. 所以,零售商存在一个最优期权量,并且这个解可令式(7)等于0. 求解可得

$$F(q)=\frac{p-e-b-c}{p-e-b}. \tag{9}$$

又因为 $F(q)$ 是连续单调递增函数,所以最优期权购买数量为

$$q^*=F^{-1}\left(\frac{p-e-b-c}{p-e-b}\right). \tag{10}$$

由式(10)可以看出,在风险偏好为中性条件下,零售商的最优买入期权量与期权的购买价格 c 和期权的执行价格 e 以及销售成本 b 构成反比关系. 如果期权机制的成本很高,那么自然倾向于少量或者不进行期权的交易;而最优买入期权又与零售价格成正比,这都是与实际情况相符的.

3 引入风险偏好后的零售商买入期权模型

根据 $CVaR$ 的定义,β 为风险系数,表示零售商的风险偏好程度. $\beta=0$ 时,零售商的风险偏好恰为中性,与前文提到的情况一致;$\beta=1$ 时,零售商对风险的厌恶程度最高,属于风险规避型;当 $0<\beta<1$ 时,以收益函数的负值作为损失函数来求零售商的条件风险值. 调整目标函数以最小条件风险值作为零售商的期望目标,即

$$\min_{q>0}\{CVaR_\beta[\pi(q)]\}, \tag{11}$$

式中,

$$CVaR_\beta[\pi(q)]=\min_{\alpha\in\mathbf{R}}\{\alpha+(1-\beta)^{-1}E[(-\pi(q)-\alpha)^+]\}. \tag{12}$$

因此,有

$$\min_{q>0}\{CVaR_\beta[\pi(q)]\}=\min_{q>0}\min_{\alpha\in\mathbf{R}}\{\alpha+(1-\beta)^{-1}E[(-\pi(q)-\alpha)^+]\}. \tag{13}$$

定义联合凸函数 $G(\alpha,q)$,且有

$$G(\alpha,q)=\alpha+(1-\beta)^{-1}E[(-\pi(q)-\alpha)^+]. \tag{14}$$

将 $\pi(q)=(p-e-b)\min(q,x)-cq$ 代入式(14),可得

$$G(\alpha,q)=\alpha+(1-\beta)^{-1}E[-(p-e-b)\min(q,x)+cq-\alpha]^+=\alpha+(1-\beta)^{-1}\left\{\int_0^q[-(p-e-b)x+cq-\alpha]^+\,\mathrm{d}F(x)+\int_q^\infty[-(p-e-b)q+cq-\alpha]^+\,\mathrm{d}F(x)\right\}. \tag{15}$$

因为,$CVaR_\beta[\pi(q)]=\min\{G(\alpha,q)\}$,针对式(12)

的情况,首先讨论 α 最优值.

(1) 当 $\alpha < -(p-e-b)q+cq$ 时,

在 $x\in[0,q]$ 时, $-(p-e-b)x+cq-\alpha>0$;

在 $x\in[q,\infty)$ 时, $-(p-e-b)q+cq-\alpha>0$.

$$G(\alpha,q) = \alpha + (1-\beta)^{-1}\cdot \left\{\int_0^q[-(p-e-b)x+cq-\alpha]\mathrm{d}F(x) + \int_q^\infty[-(p-e-b)q+cq-\alpha]\mathrm{d}F(x)\right\}, \quad (16)$$

此时,对 α 求一阶导数,可得

$$\frac{\partial G(\alpha,q)}{\partial\alpha} = 1+(1-\beta)^{-1}\int_0^q(-1)\mathrm{d}F(x) + (1-\beta)^{-1}\int_q^\infty(-1)\mathrm{d}F(x) = 1-(1-\beta)^{-1} < 0. \quad (17)$$

(2) 当 $\alpha > -(p-e-b)q+cq$ 时,

在 $x\in[q,\infty)$ 时, $-(p-e-b)q+cq-\alpha<0$;

在 $x\in[0,q]$ 时,若 $-(p-e-b)x+cq-\alpha>0$,则 $x<\dfrac{cq-\alpha}{p-e-b}$.

令
$$\theta = \frac{cq-\alpha}{p-e-b}, \quad (18)$$

则有

$$G(\alpha,q) = \alpha + (1-\beta)^{-1}\cdot \int_0^\theta[-(p-e-b)x+cq-\alpha]\mathrm{d}F(x). \quad (19)$$

对式(19)中的 α 求一阶导数,可得

$$\frac{\partial G(\alpha,q)}{\partial\alpha} = 1+(1-\beta)^{-1}(-1)F(\theta)+(1-\beta)^{-1}\cdot \frac{f(\theta)}{-(p-e-b)}[-(p-e-b)\theta+cq-\alpha] = 1-(1-\beta)^{-1}F(\theta),$$

即有

$$\frac{\partial G(\alpha,q)}{\partial\alpha} = 1-(1-\beta)^{-1}F\left(\frac{cq-\alpha}{p-e-b}\right). \quad (20)$$

(3) 当 $\alpha = -(p-e-b)q+cq+\delta$ 时, δ 是一个充分小的正数,则有

$$\frac{\partial G(\alpha,q)}{\partial\alpha} = 1-(1-\beta)^{-1}F\left(q-\frac{\delta}{p-e-b}\right). \quad (21)$$

因为 δ 很小,若要式(21)的值小于0,则必须有 $F(q)>1-\beta$,即

$$q > F^{-1}(1-\beta). \quad (22)$$

设 $\alpha(q^*)$ 是上述讨论的优化结果,则根据以上讨论,可再分 2 种情况讨论最优购买期权量 q^*.

(1) 当 $q\geqslant F^{-1}(1-\beta)$ 时, $\theta=F^{-1}(1-\beta)$,

$$\alpha(q^*) = -(p-e-b)F^{-1}(1-\beta)+cq+\delta, \quad (23)$$

$$CVaR_\beta[\pi(q)] = \min_{\alpha\in\mathbf{R}}G[\alpha(q^*),q] = -(p-e-b)F^{-1}(1-\beta)+cq+\delta+(1-\beta)^{-1}\cdot (p-e-b)\int_0^{F^{-1}(1-\beta)}(F^{-1}(1-\beta)-x)\mathrm{d}F(x), \quad (24)$$

此时, $\dfrac{\partial CVaR_\beta[\pi(q)]}{\partial q}=c>0$.

(2) 当 $q<F^{-1}(1-\beta)$ 时, $\theta=q$,

$$\alpha(q^*) = -(p-e-b)q+cq+\delta, \quad (25)$$

$$CVaR_\beta[\pi(q)] = G(\alpha(q^*),q) = -(p-e-b)q+cq+\delta+ (1-\beta)^{-1}(p-e-b)\int_0^q(q-x)\mathrm{d}F(x). \quad (26)$$

由于

$$\int_0^q(q-x)\mathrm{d}F(x) = \int_0^q q\mathrm{d}F(x)-\int_0^q x\mathrm{d}F(x) = qF(q)-qF(q)+\int_0^q F(x)\mathrm{d}x = \int_0^q F(x)\mathrm{d}x, \quad (27)$$

因此,

$$CVaR_\beta[\pi(q)] = -(p-e-b)q+cq+\delta+ (1-\beta)^{-1}(p-e-b)\int_0^q F(x)\mathrm{d}x. \quad (28)$$

式(28)中,对 q 求一阶导数,可得

$$\frac{\partial\ CVaR_\beta[\pi(q)]}{\partial q} = -(p-e-b)+ c+(1-\beta)^{-1}(p-e-b)F(q), \quad (29)$$

显然,有

$$\frac{\partial^2 CVaR_\beta[\pi(q)]}{\partial q^2} = (1-\beta)^{-1}(p-e-b)f(q) > 0.$$

因此,可令式(26)等于零,求得零售商的最优期权购买量为

$$q^* = F^{-1}\left[\frac{(1-\beta)(p-e-b-c)}{p-e-b}\right]. \quad (30)$$

由式(27)可以看出,在风险偏好程度 $0<\beta<1$ 时,零售商的最优期权购买量与风险为中性的条件下非常相似. 总的来说,与风险偏好成反比,厌恶程度越高,考虑期权购买量就可能越少. 当管理者属于风险规避型,即 $\beta\to1$ 时,那么销售商在期权购买时将相当谨慎,而当管理者属于风险中性,即 $\beta\to0$ 时,与上述所讨论的最优期权购买量相同. 上述 2 种模型根据管理者的偏好非常直观地给出了最优期权购买量策略.

4 算例分析

根据以上假设分析和 2 个模型的讨论,考虑由一个供应商和一个零售商组成的供应链,应用具体数值来分析风险偏好对零售商买入期权最优数量和收益的影响,更加直观地理解风险偏好如何在期权

机制下起作用. 假定本研究中所涉及的参数值分别为单位零售价格 $p=200$,单位期权的购买价格 $c=20$,单位期权的交割价格 $e=80$,单位销售成本 $b=10$,市场需求服从均匀分布 $U(5\ 000,15\ 000)$,风险偏好 β 从0增加至0.9,零售商的最优买入期权订购量对应左边纵轴数值,期望收益对应右边纵轴数值,具体如图1所示.

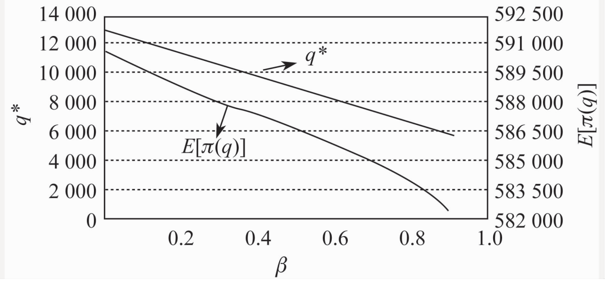

图1 零售商的最优订购批量和条件风险值

Fig. 1 Retails optimal order quantities and conditions of value of risk

图1充分反映了风险偏好对零售商最优买入期权数量和收益的影响. 随着零售商从风险中性到风险厌恶,最优期权购买数量越来越少,此时作为供应链中主导的供应商应该发挥积极影响减少零售商的消极预期,尤其在经济不景气时,更要增强零售商的信心,利用影响最优买入期权数量的因素,促进与零售商合作以实现供应链整体利益最大和高效运转.

零售商的风险偏好对其收益的影响也是相对比较明显的,厌恶程度越高,收益就越小. 因为零售商不愿意承担风险,其规避风险的行为必将牺牲一部分的收益. 市场需求符合理想的均匀分布,因此期望收益相差不太大,但在实际中将会有较大的相差. 而对于零售商来说,往往要根据自身情况在风险和收益之间做合适的权衡.

5 结束语

现代供应链的管理在注重利润的同时,对风险管理越来越重视. 毋庸置疑,期权机制能够增加供应链的柔性,实现供应链参与方的利益共享,风险共担,但传统的研究大多只假设收益最大化而忽视了不同管理者的风险偏好,基于此,利用能够标度和刻画风险的条件风险值理论,分析比较两种在面对市场需求不确定时零售商买入期权的最优订购模型. 在研究中,首先讨论了风险中性条件下以期望收益最大化为目标的零售商最优买入期权量的问题,并提供了求解公式;其次,再引入风险偏好因素,修正并以最小条件风险值为目标函数构建模型,得到基于风险偏好的最优期权购买量表达式;最后,揭示了风险偏好对最优买入期权数量和收益的影响. 利用条件风险值的理论,为不同程度风险偏好者的管理者提供了一种直观和简明的决策工具,并且模型和结果也更符合实际要求.

参考文献:

[1] RITCHKEN P H, TAPIERO C S. Contingent claims contracting for purchasing decisions in inventory management [J]. Operations Research, 1986, 34(6): 864-870.

[2] SCHUSTER D B, BASSOK Y, ANUPINDI R. Coordination and flexibility in supply contracts with options [J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2002, 4(3):171-207.

[3] SPINLER S, HUCHZERMEIER A, KLEINDORFER P. Risk hedging via options contracts for physical delivery [J]. OR Spectrum, 2003, 25:1-17.

[4] CACHON G P, ZHANG F. Procuring fast delivery: sole sourcing with information asymmetry [J]. Management Science, 2006, 52(6):881-896.

[5] 陈旭. 考虑期权合同供应链的零售商订货研究[J]. 管理科学学报,2006,9(3):17-23.

[6] 宁钟,林滨. 供应链风险管理中的期权机制[J]. 系统工程学报,2007,22(2):141-147.

[7] AGRAWAL V, SESHADRI S. Risk intermediation in supply chains [J]. IIE Transactions, 2000, 32:819-831.

[8] TSAY A. Risk sensitivity in distribution channel partnerships: implications for manufacturer return policies [J]. Journal of Retailing, 2002, 78(2):147-160.

[9] BUZACOTT J, YAN H, ZHANG H. Risk analysis of commitment-option contracts with forecast updates [R]. Canada: York University, 2004.

[10] 于春云,赵希男,关志民,等. 具有风险偏爱特性的供应链优化和协调模型[J]. 系统工程,2009,27(11):69-76.

[11] ROCKAFELLAR R, URYASEV S. Optimization of conditional value-at-risk [J]. Journal of Risk, 2000 (2):21-42.

[12] URYASEV S. Condition value-at-risk: optimization algorithms and applications [J]. Financial Engineering News, 2000(4):1-4.

[13] 胡本勇,王性玉,彭其渊. 考虑决策风险偏好的期权销量担保模型[J]. 管理评论,2009,21(5):121-128.

[14] 郭琼,杨德礼,迟国泰. 基于期权的供应链契约式协调模型[J]. 系统工程,2005(10):1-6.