

文章编号:0253-9993(2013)06-0982-05

基于 Lade-Duncan 准则的巷道围岩抗力系数

饶平平¹,张常光²,宋忠强¹

(1. 上海理工大学 环境与建筑学院,上海 200093;2. 长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061)

摘要:基于 Lade-Duncan 屈服准则,合理考虑中主应力、剪胀特性以及塑性区真实弹性应变的综合影响,推导出巷道围岩抗力系数表达式。结果表明:与 Mohr-Coulomb 强度准则下的围岩抗力系数计算值对比,考虑中主应力影响的 Lade-Duncan 准则能充分发挥围岩的强度潜能,提高围岩抗力系数;剪胀特性对围岩抗力系数影响不可忽视,不考虑围岩剪胀特性,将高估巷道围岩抗力系数,设计偏危险;另外,假定塑性区的弹性应变为常数将高估围岩抗力系数,在围岩剪胀性较强时误差更明显,实际工程中应考虑围岩塑性区真实弹性应变。

关键词:Lade-Duncan 准则;抗力系数;中主应力;剪胀;弹性应变

中图分类号:TD313 **文献标志码:**A

Rock resistant coefficient in tunnel based on Lade-Duncan failure criterion

RAO Ping-ping¹,ZHANG Chang-guang²,SONG Zhong-qiang¹

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China)

Abstract: Based on Lade-Duncan failure criterion and considering the comprehensive effect of intermediate principal stress, dilatancy property and the real elastic strains in the plastic zone, a formula of rock resistant coefficient was derived. The results show that compared with Mohr-Coulomb failure criterion, Lade-Duncan criterion can increase the rock resistant coefficient and develop the strength potentials of surrounding rock by considering the effect of intermediate principal stress. The effect of dilatancy property on rock resistance coefficient can not be ignored, and if the dilatancy property is not considered, it would overestimate the resistant coefficient of surrounding rock, in that way, the design will be very dangerous. The assumption that elastic strain in plastic zone is constant will also overestimate resistance coefficient of surrounding rock, the error will become more apparent with increasing the dilatancy property. In the practical engineering, the real elastic strains in the plastic zone of surrounding rock should be considered.

Key words: Lade-Duncan failure criterion; resistant coefficient; intermediate principal stress; dilatancy; elastic strain

围岩抗力的大小反映围岩的综合物理力学性质,用于定量分析计算围岩分承载荷载的能力,是目前巷道衬砌设计中重要的参数之一^[1-3]。工程界常用查表方式确定围岩的抗力系数,但各类规范中围岩抗力系数数值变化较大,取值时不可避免地存在较大主观误差^[4]。蔡晓鸿等^[5-8]根据各种屈服条件以及不同计算模型,利用有限环方法推导了隧洞围岩抗力系数计算方式。以往对抗力系数的研究中,大多采用 Mohr-

Coulomb 屈服准则,没有考虑中主应力效应的影响,为此,文献[9-10]分别基于统一强度理论及 SMP 屈服准则,合理考虑中主应力的影响,对围岩抗力系数进行了研究;在此基础上,文献[11]将围岩视为多孔介质,进一步讨论了地下水渗流作用对围岩抗力系数的影响。实际工程中,巷道围岩塑性区体积应变明显不为0,文献[12]认为,已有文献大多将塑性区弹性应变做了过多简化。基于此,本文结合 Lade-Duncan

收稿日期:2012-06-16 责任编辑:王婉洁

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(51208301);上海高校青年教师培养资助计划项目(slg12019);上海理工大学博士科研启动经费资助项目

作者简介:饶平平(1984—),男,江西东乡人,讲师。Tel:021-55275979, E-mail:raopingping@usst.edu.cn

屈服准则和非关联线性流动法则,合理考虑中主应力、剪胀特性以及塑性区真实弹性应变的综合影响,建立巷道围岩抗力系数计算表达式,并与已有文献解答进行比较,以期为工程设计及施工提供理论指导。

1 平面应变下 Lade-Duncan 准则

Lade-Duncan 屈服模型(L-D 模型)最初是由 Lade 与 Duncan(1975)^[13]根据砂土的真三轴试验结果提出的适用于无黏性材料的模型,此后 Lade^[14-15]对屈服面函数进行了修正和完善,在开口曲边三角锥面上加一个球形屈服面后变成一种帽子型模型,其在应力空间 π 平面上是一族同心的相似曲边三角形(图 1)。L-D 模型不仅可以考虑中主应力的影响,而且在平面应变条件下这种准则形式简单,所需参数少,便于工程应用。其应力不变量形式如下:

$$k = \frac{I_1^3}{I_3} = \frac{(3 - \sin \varphi)^3}{(1 + \sin \varphi)(1 - \sin \varphi)^2} \quad (1)$$

其中, k 为材料常数; φ 为三轴压缩试验的内摩擦角; I_1, I_3 分别为材料的应力第 1、第 3 次不变量,即

$$\begin{cases} I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 分别为材料的大、中、小主应力。

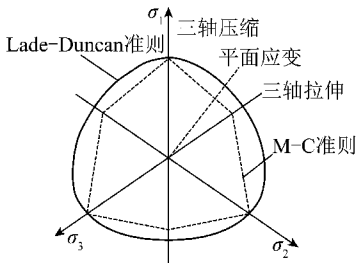


图 1 Lade-Duncan 模型在 π 平面上的破坏面

Fig. 1 Lade-Duncan failure surfaces in the π -plane

文献[16]基于 Lade-Duncan 破坏准则及平面应变条件,推导了无黏性材料破坏准则,然后通过引入黏结应力 σ_0 ,得到了黏性材料破坏准则,二者表达式分别如下:

(1) 对于无黏性材料,其破坏准则为

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \eta = \frac{1}{4} \left[\sqrt[3]{k} - 1 + \sqrt{(\sqrt[3]{k} - 1)^2 - 4} \right]^2 \quad (3)$$

式中, η 为平面应变条件下破坏时的最大、最小主应力比。

(2) 对于黏性材料,其破坏准则为

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_0}{\sigma_3 + \sigma_0} = \eta = \frac{1}{4} \left[\sqrt[3]{k} - 1 + \sqrt{(\sqrt[3]{k} - 1)^2 - 4} \right]^2 \quad (4)$$

式中, $\sigma_0 = c \cot \varphi$, c 为材料的黏聚力。

2 巷道围岩弹塑性应力分析

2.1 塑性区应力及半径

假定围岩均匀、连续、各向同性,取巷道断面的形状为圆形,由于巷道长度远大于横断面,因此可视为轴对称平面应变问题,如图 2 所示,巷道开挖半径为 r_0 ,圆形巷道内表面受到支护力 p_a 作用,无穷远处受初始地应力 p_0 作用, r_p 为围岩塑性区半径。

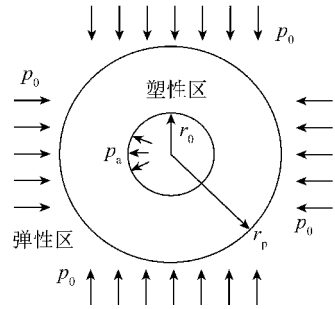


图 2 巷道计算模型

Fig. 2 Calculation model of tunnel

在弹性区中,运用弹性理论的应力解法和边界条件,得到弹性区围岩的应力表达式为

$$\begin{cases} \sigma_r = - (p_0 - \sigma_{rp}) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 + p_0 \\ \sigma_\theta = (p_0 - \sigma_{rp}) \left(\frac{r_p}{r} \right)^2 + p_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中, σ_{rp} 为弹塑性区交界处径向应力。

将式(5)代入屈服函数式(4)中,可得弹性区与塑性区交界处径向与切向应力为

$$\begin{cases} \sigma_{rp} = \frac{2p_0 - (\eta - 1) c \cot \varphi}{1 + \eta} \\ \sigma_{\theta p} = \frac{2p_0 \eta + (\eta - 1) c \cot \varphi}{1 + \eta} \end{cases} \quad (6)$$

在围岩塑性区内, $\sigma_1 = \sigma_\theta, \sigma_3 = \sigma_r$,平衡微分方程为

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (7)$$

将屈服函数式(4)代入平衡方程式(7)中,可得

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + (1 - \eta) \frac{\sigma_r}{r} + (1 - \eta) \frac{\sigma_0}{r} = 0 \quad (8)$$

通过边界条件 $r=r_0, \sigma_r=p_a$ 可得塑性区内的应力解为

$$\begin{cases} \sigma_r = (p_a + c \cot \varphi) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\eta-1} - c \cot \varphi \\ \sigma_\theta = \eta (p_a + c \cot \varphi) \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\eta-1} - c \cot \varphi \end{cases} \quad (9)$$

结合式(6)及式(9)可得弹塑性区交界处半径为

r_p 的表达式为

$$r_p = r_0 \left[\frac{2(p_0 + c \cot \varphi)}{(1 + \eta)(p_a + c \cot \varphi)} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} \quad (10)$$

2.2 塑性区位移

巷道围岩塑性区中径向和环向总应变可认为包括弹性应变和塑性应变两部分:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p \quad (11)$$

式中, $\varepsilon_r^e, \varepsilon_\theta^e, \varepsilon_r^p, \varepsilon_\theta^p$ 分别为塑性区内的径向和环向塑性应变以及径向和环向弹性应变。

对于塑性区弹性应变的考虑,通常有以下 2 种情况:

(1) 假定塑性区的弹性应变为恒定常数,与塑性区的应力无关,其值大小等于弹塑性交界处弹性区的应变,此时有^[17]

$$\begin{cases} h\varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e = (h-1)\varepsilon_\theta^e|_{r=r_p} \\ \varepsilon_\theta^e|_{r=r_p} = (u/r)|_{r=r_p} = \frac{1}{2G}(p_0 - \sigma_{rp}) \end{cases} \quad (12)$$

文献[18]以此得到塑性区围岩的位移表达式为

$$u = \frac{1}{2G} \frac{(p_0 - \sigma_{rp})}{(h+1)} r [2h(r_p/r)^{h+1} + (h-1)] \quad (13)$$

令 $r=r_0$,将弹塑性交界处半径 r_p 计算式(10)及 σ_{rp} 的计算式(6)代入式(13)可得巷道围岩洞壁的径向位移表达式

$$\begin{aligned} u_{r_0}^1 = & \frac{r_0}{2G} \frac{(\eta-1)(p_0 + c \cot \varphi)}{(h+1)(1+\eta)} \times \\ & \left\{ 2h \left[\frac{2(p_0 + c \cot \varphi)}{(1+\eta)(p_a + c \cot \varphi)} \right]^{\frac{h+1}{\eta-1}} + \right. \\ & \left. (h-1) \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

(2) 考虑剪胀特性及塑性区的真实弹性应变影响,不作上述简化,采用广义胡克定律,可得到围岩塑性区的弹性应变^[14]为

$$\begin{cases} \varepsilon_r^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_r - p_0) - \nu(\sigma_\theta - p_0)] \\ \varepsilon_\theta^e = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)(\sigma_\theta - p_0) - \nu(\sigma_r - p_0)] \end{cases} \quad (15)$$

此时在塑性区内, $\varepsilon_1 = \varepsilon_\theta, \varepsilon_3 = \varepsilon_r$, 塑性应变之间的关系可由非关联流动法则确定,即

$$h\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_r^p = 0 \quad (16)$$

式中, $h = (1 + \sin \psi)/(1 - \sin \psi)$, ψ 为剪胀角。

结合式(12),可得

$$h\varepsilon_\theta + \varepsilon_r = h(\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_\theta^e) + (\varepsilon_r^p + \varepsilon_r^e) = h\varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e \quad (17)$$

将 $\varepsilon_r = du/dr, \varepsilon_\theta = u/r$ 以及式(15)代入式(17),可得

$$u = \frac{1}{2G} \frac{1}{r^h} \left\{ (p_0 - \sigma_{rp})r_p^{h+1} + [A_1(r^{h+\eta} - r_p^{h+\eta}) + A_2(r^{h+1} - r_p^{h+1})] \right\} \quad (18)$$

式中, $A_1 = [1 - (1 + \eta)\nu + h(\eta - \eta\nu - \nu)](p_a + c \cot \varphi) / [(h + \eta)r_0^{\eta-1}]$; $A_2 = -(1 - 2\nu)(p_0 + c \cot \varphi)$ 。

将 $r=r_0$ 代入式(18)即可得到巷道围岩洞壁的径向位移表达式

$$u_{r_0}^2 = \frac{1}{2G} \frac{1}{r_0^h} \left\{ (p_0 - \sigma_{rp})r_p^{h+1} + [A_1(r_0^{h+\eta} - r_p^{h+\eta}) + A_2(r_0^{h+1} - r_p^{h+1})] \right\} \quad (19)$$

2.3 围岩抗力系数 K 的计算式

结合 2.1 及 2.2 节内容,根据文克尔假定,情况(1)条件下巷道围岩抗力系数 K 的表达式为

$$K = \frac{p_a}{u_{r_0}^1} \quad (20)$$

情况(2)条件下巷道围岩抗力系数 K 的表达式为

$$K = \frac{p_a}{u_{r_0}^2} \quad (21)$$

式(20)及式(21)均基于 Lade-Duncan 屈服准则,可以合理反映中主应力及剪胀特性的影响,相比式(20),式(21)能更加真实地反映围岩塑性区真实弹性应变对围岩抗力系数的影响。

3 工程算例及参数分析

为分析中主应力、剪胀特性以及塑性区弹性应变等因素对围岩抗力系数的影响,取文献[19]的算例参数,某衬砌巷道埋深 $H=100$ m,巷道开挖半径 $r_0=3.0$ m,围岩力学参数为:黏聚力 $c=0.2$ MPa,内摩擦角 $\varphi=30^\circ$,围岩容重 $\gamma=17.64$ kN/m³,弹性模量 $E=100$ MPa,泊松比 $\nu=0.4$,巷道洞室开挖后立即采取支护,支护压力 $p_a=0.2$ MPa,忽略围岩开挖后的前期变形,假定围岩总变形发生在支护之后。

3.1 方法比较

依据工程参数,将其值代入式(20)中,不考虑围岩剪胀特性,可得围岩抗力系数 $K_{L-D}=259.7$ MPa/m,而根据 Mohr-Coulomb 屈服准则推导的围岩抗力系数计算公式求得 $K_{M-C}=218.1$ MPa/m。通过对比可知,考虑了中主应力的围岩抗力系数比基于 Mohr-Coulomb 准则所得值提高了 19.1%,说明中主应力对抗力系数的影响不可忽视,考虑中主应力的影响可以

更加充分地发挥围岩材料的强度潜能,更客观地认识材料的自承能力,同时节约工程造价。

3.2 参数影响分析

结合算例中的数据,不同屈服准则下的围岩黏聚力 c 与抗力系数 K 的关系如图 3 所示。可以看出,随着黏聚力 c 的增大,围岩抗力系数 K 也逐渐增大,相同条件下,基于 L-D 准则所对应的抗力系数值大于基于 Mohr-Coulomb 值;另外,由图 4 也可看出,围岩抗力系数 K 随内摩擦角 φ 的增大也逐渐增大,相比 c 值,内摩擦角 φ 的变化对抗力系数的影响更大。图 3,4 充分说明了巷道围岩抗力系数的计算中,考虑围岩中主应力的影响是非常必要的,考虑了中主应力影响的围岩洞壁相应的支护可以减弱或改用轻型支护。因此,实际工程中,应根据工程具体情况和岩石力学特性试验,合理确定中主应力参数和对应的强度准则。

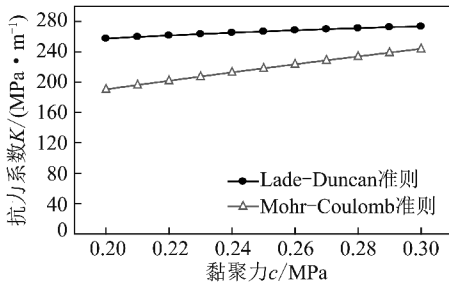


图 3 不同屈服准则下 K 与 c 关系

Fig. 3 Relationship between K and c under different failure criterion

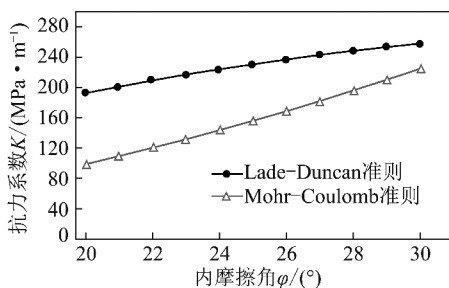


图 4 不同屈服准则下 K 与 φ 关系

Fig. 4 Relationship between K and φ under different failure criterion

围岩塑性区大小是评价围岩稳定性的重要依据和巷道支护定量设计的理论基础^[20]。以往考虑塑性区弹性应变通常假定塑性区的弹性应变为恒定常数,由此计算得出的围岩抗力系数见式(20),为了解塑性区真实弹性应变对围岩抗力系数的影响,将算例中的工程参数进一步代入式(21)中,可得图 5 所示的考虑塑性区真实弹性应变下围岩剪胀参数与抗力系数的关系。可以看出,不考虑围岩塑性区真实弹性应变明显高估了围岩抗力系数,这一差异随着剪胀参数

的增大而扩大。因此,实际工程中,为准确预估围岩抗力系数,应优先选用更合理和准确的表达式,即式(21)。

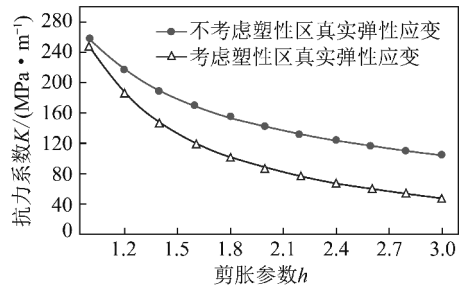


图 5 塑性区真实弹性应变对 K 的影响

Fig. 5 Influence of true elastic strains in the plastic zone on K

4 结 论

(1) 基于 Lade-Duncan 准则和非关联线性流动法则,合理考虑中主应力、剪胀特性以及塑性区真实弹性应变,推导了巷道围岩抗力系数表达式,可为软岩以及砂类岩石巷道围岩抗力系数的预估提供理论参考。

(2) 考虑围岩的中主应力特性,可以更经济、安全地指导巷道支护设计,实际工程中应根据实际工程情况和岩石力学特性试验,合理确定中主应力和对应的强度准则。

(3) 式(21)考虑塑性区的真实弹性应变,客观反映了塑性区弹性应变的实际影响,所得围岩抗力系数更加合理,不考虑围岩塑性区真实弹性应变将高估围岩抗力系数,在围岩剪胀性较强时误差更明显。

参考文献:

[1] 钱令西. 关于水工有压隧洞计算中的弹性抗力系数 K [J]. 土木工程学报, 1955, 2(4): 369-380.
 Qian Lingxi. Discuss of the coefficient of elastic resistance K in hydraulic tunnel [J]. China Civil Engineering Journal, 1955, 2(4): 369-380.

[2] 涂忠仁. 基于摩尔-库仑屈服准则计算隧道围岩抗力系数 [J]. 西部探矿工程, 2006(1): 55-57.
 Tu Zhongren. Determination of rock resistant coefficient in road tunnel based on Mohr-Columm rule [J]. West-China Exploration Engineering, 2006(1): 55-57.

[3] 张黎明, 王在泉, 贺俊征, 等. 基于全量理论的洞室围岩抗力系数计算 [J]. 长江科学院院报, 2007, 24(5): 48-51.
 Zhang Liming, Wang Zaiquan, He Junzheng, et al. Rock resisting coefficient of tunnel based on entire theory [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2007, 24(5): 48-51.

[4] 涂忠仁, 孙 均, 蔡晓鸿. 海底隧道围岩抗力系数计算方法研究 [J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 1002-1007.
 Tu Zhongren, Sun Jun, Cai Xiaohong. Researchers on calculation methods of rock resistant coefficients of submarine tunnels [J]. Chi-

- nese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28 (8) : 1002 - 1007.
- [5] 蔡晓鸿, 吕有年. 应用塑性强化理论推求圆形压力隧洞岩石抗力系数 K [J]. 岩土工程学报, 1984, 6 (3) : 44-56.
Cai Xiaohong, Lü Younian. Rock resistant factor " K " in circular pressure tunnel by the plastic harding theory [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 6 (3) : 44-56.
- [6] 蔡晓鸿. 圆形压力隧洞岩石抗力系数 K 的理论和计算 [J]. 工程力学, 1988, 5 (3) : 100-108.
Cai Xiaohong. The theories and computation of the rock resistant factor " K " in circular pressure tunnel [J]. Engineering Mechanics, 1988, 5 (3) : 100-108.
- [7] 蔡晓鸿, 蔡勇平. 水工压力隧洞结构应力计算 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
Cai Xiaohong, Cai Yongping. The structural stress computation of hydraulic pressure tunnel [M]. Beijing: Chinese Water Power Press, 2004.
- [8] 蔡晓鸿, 蔡勇斌, 蔡勇平, 等. 考虑中间主应力影响的压力隧洞围岩抗力系数通用计算式 [J]. 岩土工程学报, 2007, 29 (7) : 1004-1008.
Cai Xiaohong, Cai Yongbin, Cai Yongping, et al. Calculation of resistance coefficient of adjoining rock for pressure tunnels considering effect of intermediate principal stress [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29 (7) : 1004-1008.
- [9] 徐栓强, 俞茂宏. 考虑中间主应力效应的隧洞岩石抗力系数的计算 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23 (S1) : 4303-4305.
Xu Shuanqiang, Yu Maohong. Calculation of rock resistant factor in tunnel considering intermediate principal stress effect [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23 (S1) : 4303-4305.
- [10] 朱建明, 彭新坡, 徐金海. 基于 SMP 准则的衬砌隧道围岩抗力系数的计算 [J]. 岩土工程学报, 2011, 33 (5) : 700-704.
Zhu Jianming, Peng Xinpo, Xu Jinhai. Determination of rock resistant coefficient in lining tunnels based on SMP failure criterion [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33 (5) : 700-704.
- [11] 马 青, 赵均海, 魏雪英. 基于统一强度理论的巷道围岩抗力系数研究 [J]. 岩土力学, 2011, 30 (11) : 3393-3398.
Ma Qing, Zhao Junhai, Wei Xueying. Investigation of rock resistant coefficient in rocks around tunnel based on unified strength theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 30 (11) : 3393-3398.
- [12] 曾开华, 鞠海燕, 盛国君, 等. 巷道围岩弹塑性解析解及工程应用 [J]. 煤炭学报, 2011, 36 (5) : 752-755.
Zeng Kaihua, Ju Haiyan, Sheng Guojun, et al. Elasto-plastic analytical solutions for surrounding rocks of tunnels and its engineering applications [J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36 (5) : 752-755.
- [13] Lade P V, Duncan J M. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil [J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1975, 101 (10) : 1037-1053.
- [14] Lade P V. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces [J]. International Journal of Solids and Structures, 1977 (13) : 1019-1035.
- [15] Lade P V. Stress-strain theory for normally consolidated clay [A]. Proceedings of the 3rd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics [C]. Aachen, Germany: [s. n], 1979: 1325-1337.
- [16] Ewy R. Wellbore-stability prediction by use of a modified Lade criterion [J]. SPE Drill Completion, 1999, 14 (2) : 85-91.
- [17] Yang X L, Xu L Y, Li L, et al. Effects of intermediate principal stress on the displacement around tunnels in visco-elastoplastic rock [J]. Journal of the Southeast Asian Geotechnical Society, 2002, 33 (2) : 87-92.
- [18] Sharan S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, 45 (1) : 78-85.
- [19] 王树理, 王树仁, 孙世国, 等. 地下建筑设计 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
Wang Shuli, Wang Shuren, Sun Shiguo, et al. Design of underground construction structure [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.
- [20] 潘 阳, 赵光明, 孟祥瑞. 非均匀应力场下巷道围岩弹塑性分析 [J]. 煤炭学报, 2011, 36 (S1) : 53-57.
Pan Yang, Zhao Guangming, Meng Xiangrui. Elasto-plastic analysis on surrounding rock mass under non-uniform stress field [J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36 (S1) : 53-57.