doi: 10.3969/j.issn.1007-2861.2011.02.013

飞秒脉冲在磷酸二氢钾晶体中的色散特性

刘燕红, 王 燕, 白丽华, 徐 军, 宋毅文, 庞宛文, 张惠芳

(上海大学 理学院,上海 200444)

摘要:探讨飞秒脉冲在单轴晶体中的色散特性,根据主轴折射率色散方程,在不考虑晶体吸收及其他非线性作用的 情况下,研究飞秒脉冲在磷酸二氢钾(monopotassium phosphate,KDP)晶体中的色散特性.由于晶体的色散,入射飞秒 脉冲中不同频率的光波在晶体中传播时会引起不同的相位变化,从而改变出射脉冲的波形.通过数值计算得到飞秒 脉冲在晶体中的传输特性,发现输出脉冲的脉宽、光强、展宽会随输入脉冲的中心波长、晶体的长度及脉冲光波的偏 振方式等因素的变化而变化.所得到的结果,对于倍频研究、脉冲整形以及光学晶体器件的研发等具有一定的参考 价值.

Dispersion Characteristics of Femtosecond Pulse in Monopotassium Phosphate Crystal

LIU Yan-hong, WANG Yan, BAI Li-hua, XU Jun, SONG Yi-wen, PANG Wan-wen, ZHANG Hui-fang

(College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: Based on the dispersion equation of principal-axis refraction index, regardless of crystal absorption and other nonlinear interactions, dispersion characteristics of femtosecond laser in monopotassium phosphate (KDP) crystal are studied. As a result of the crystal dispersion, light waves of different frequencies in the incident femtosecond laser pulse propagating in a crystal can result in different phase changes so that waveforms of resulting pulses are correspondingly changed. By numerical calculation, propagation properties of the input pulse in the crystal are obtained. It is found that the pulse width, intensity and expanding width of the output pulse depend on the crystal length, central wavelength and polarization direction of the input pulse. The results may be useful in frequency doubling, pulse shaping, development of optical crystal devices, etc.

Key words: femtosecond pulse; uniaxial crystal; dispersion characteristics; broaden width

超短脉冲可视为由一系列的单色连续波组成的 波包.自1960年第一台激光器诞生以来,由于超短 脉冲在高速光通信系统、全光开关、超快激光光谱学 和非线性光纤光学等领域有着巨大的应用前景,人 们开始着手于产生皮秒乃至飞秒级超短脉冲技术的 研究.近几年在产生超短光脉冲技术方面有了飞速

收稿日期:2009-08-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60407007,60908006)

通信作者:王 燕(1972~),女,副教授,博士,研究方向为晶体生长、晶体光学. E-mail:yanwang@staff.shu.edu.cn

的发展,人们在要求高强度的同时,对脉冲的形状也 有了较高的要求,因此,需要通过各种整形装置对脉 冲进行整形加工^[15].国内外科研人员针对超短脉冲 在光纤、光栅等多种媒介中的传输特性做了大量的 研究工作^[6-10],取得了较好的结果,对实际应用中的 脉冲整形和信号加工具有重要的意义.当前,对于飞 秒脉冲在单轴晶体或者孪晶中的色散特性的研究较 少,大部分的研究工作还是主要探讨高斯光束在晶 体中或者飞秒脉冲在其他固体介质及分层介质中的 传输特性^[11-14],以及分析高斯光束在单轴孪晶界面 的传输特性^[15].

本工作主要研究飞秒脉冲在磷酸二氢钾 (monopotassium phosphate, KDP)晶体中的色散特 性,根据主轴折射率色散方程曲线及色散率曲线,在 不考虑晶体吸收的情况下,光脉冲与晶体相互作用. 由于晶体内部存在色散,使光波在晶体内引起一定 的相位变化,从而使输入脉冲的传输特性发生相应 的变化.利用计算机程序对光脉冲进行傅里叶和逆 傅里叶变换,并进行数值分析.结果显示,输出脉冲 的脉宽、光强、展宽会随输入脉冲的中心波长、晶体 的长度及脉冲光波的偏振方式等因素的变化而变 化.本研究所得到的结果,对于倍频研究、脉冲整形 以及光学晶体器件的研发等具有一定的参考价值.

1 理论分析

图 1 所示为输入脉冲与晶体相互作用的一个简 单模型图.





Fig. 1 Interaction between the input pulse and the crystal



$$E_{i}(t) = \exp\left(-i\omega_{0}t - \frac{t^{2}}{T^{2}}\right), \qquad (1)$$

则输入脉冲的光强分布为

$$I_{i} = |E_{i}(t)|^{2},$$
 (2)

式中, ω_0 为中心角频率(对应的中心波长为 λ_0),参数 $T = \Delta \tau / (2\sqrt{\ln 2}), \Delta \tau$ 为半高全宽(full width half maximum, FWHM), $E_i(t)$ 的傅里叶变换为其相应的光谱分布,

$$E_{i}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{i}(t) \exp(i\omega t) dt = \frac{T}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{T^{2}(\omega-\omega_{0})^{2}}{4}\right).$$
(3)

KDP 晶体在室温下的色散方程^[16]为

$$n_{o}^{2} = 2.259\ 276 + \frac{13.005\ 22\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 400} + \frac{0.010\ 089\ 56}{\lambda^{2} - 77.\ 264\ 08^{-1}},$$

$$n_{e}^{2} = 2.132\ 668 + \frac{3.227\ 992\ 4\lambda^{2}}{\lambda^{2} - 400} +$$

$$(4)$$

$$\frac{0.008\ 637\ 494}{\lambda^2 - 81.426\ 31^{-1}}.$$
(5)

在不考虑晶体吸收的情况下,由晶体色散引起的相 位变化 ¥及透射函数 T 的变化为

$$\Psi = \frac{2\pi nL}{\lambda} - \frac{2\pi n_{\circ}L}{\lambda_{0}}, \qquad (6)$$

$$T = \exp(i\Psi), \qquad (7)$$

式中,L为晶体的长度,n,n。分别为晶体的折射率及 中心波长对应的折射率,它们与光脉冲的偏振方式 (o,e光)有关.o光的折射率为式(4),e光的折射 率^[17]为

 $1/n_e^2(\theta) = \sin^2\theta/n_e^2 + \cos^2\theta/n_o^2$, (8) 式中, θ 为入射光波矢与晶体光轴的夹角,则输入脉 冲经过晶体后有

$$E_{t}(\boldsymbol{\omega}) = E_{i}(\boldsymbol{\omega}) \cdot T. \qquad (9)$$

对式(9)进行逆傅里叶变换,即可得到输出脉冲电场振幅随时间的变化为

$$E_{t}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E_{t}(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (10)$$

其相应的光强分布为

$$I_{t} = |E_{t}(t)|^{2}.$$
(11)

2 单轴晶体中的数值模拟

本研究基于上述理论分析,代人参数进行数值 模拟,给出了折射率色散方程曲线及色散率曲线,如 图 2 和图 3 所示. 主轴折射率 n_o , n_e 及 n_e (41.319°) 随波长的递增逐步衰减,色散率曲线中 $dn_o/d\lambda$, $dn_e/d\lambda$ 及 $dn_e(\theta)/d\lambda$ 都存在极值点,分别在 0.98,1.30 和1.00 µm左右发生偏折. 计算得到它们的极值点分 别为(0.984, -0.028 76),(1.334, -0.009 99), (1.069, -0.020 84),所以在 0.984,1.334 及 1.069 µm 处各色散率曲线分别存在极值. 这些数据为进一 步的研究提供了数值依据. 通过改变飞秒脉冲的中 心波长、晶体长度以及光脉冲的偏振方式,从而改变 晶体的透射函数,影响飞秒脉冲在晶体内的传输,最 终得到输出脉冲的不同色散特性.





Fig. 2 Dispersion curves of principal-axis refraction indexes and extraordinary ray index at phase matching angle 41.319° in KDP crystal



- 图 3 KDP 晶体的主轴色散率及相位匹配角为 41.319° 时的 e 光的色散率
- Fig. 3 Dispersion indexes of principal-axis refraction indexes and extraordinary ray index at phase matching angle 41.319° in KDP crystal

2.1 以 o 光输入时不同中心波长 λ₀ 对应的脉冲输出

本节讨论飞秒脉冲以 o 光偏振入射的情形. 假 定输入的飞秒脉冲时间宽度(即半高全宽 FWHW) $\Delta \tau = 50$ fs,晶体长度 L = 1 mm,最大光强为 1,经高 斯线性拟合,可以得到近似等于峰值半高宽 0.849 的脉冲宽度 width = 30.028 fs. 定义 Width = 2width = 60.056 fs 为脉冲宽度(简称脉宽),则输入的飞秒脉 宽为 Width = 60.056 fs. 为方便,以下各不同情况均 使用此脉冲输入. 图 4 所示为 800 nm 的输入与输出 脉冲的光强波形变化. 输出脉冲相对输入脉冲存在 一定的时延,这是因为晶体有一定的厚度,脉冲经过 一定的路径需要一定的传输时间,导致输出脉冲延迟.对于不同中心波长的脉冲输入,由式(1)理论分析及数值模拟可知,其脉宽、光强分布是完全相同的.



图 4 800 nm 的脉冲输入与输出波形的变化

Fig. 4 Waveforms of the input pulse and output pulse at central wavelength 800 nm

对于不同中心波长的脉冲输出,脉宽、展宽也相 应地变化.图 5 所示为脉宽 Width、展宽 σ 随波长的 变化,且有

$$\sigma = \sqrt{\omega_{\rm out}^2 - \omega_{\rm in}^2}, \qquad (12)$$

式中, ω_{out}, ω_{in}分别为输出脉冲与输入脉冲的脉宽. 图中可见,随着中心波长的增加,脉宽、展宽呈抛物 线变化, 先减小后增大, 存在极小值, 脉宽变化比较 平滑. 在1000 nm 左右, 输出脉冲的脉冲展宽比较 小, 而其他位置的脉冲展宽较大. 与色散率dn_o/dλ曲 线对比, 可以看到在色散率变化较小的地方, 输出脉 冲脉宽和展宽较小. 虽然本工作的取点不是非常精 细, 但是色散率的极值点基本对应于展宽的极值点.



图 5 o 光偏振时输出脉冲脉宽、展宽随中心波长的变化

Fig. 5 Dependence of pulse width and broaden width of the output pulse on central wavelength in ordinary ray polarization direction

2.2 以 e 光输入时不同中心波长 A₀ 对应的脉冲输出

假定与 o 光输入条件相同,由于 e 光的折射率 和光波矢与晶体光轴的夹角 θ 有关,选定 θ = 44.907 4°,输入脉宽、光强分布与 o 光输入完全相 同.对于不同中心波长的脉冲输出,脉宽相应变化. 图 6 和图 7 所示为脉宽 Width、展宽 σ 随波长的变 化.图中可见,随着中心波长的增加,脉宽、展宽呈抛 物线变化,先减小后增大,存在极小值,且脉宽变化 曲线比较平滑.波长越小或者越大,脉冲展宽越大. 在 1 100 nm 左右,输出脉冲的展宽比较小,而其他 位置的脉冲展宽较大.此处讨论的是非主轴上的 e 光,即为 $n_e(\theta)$,所以与色散率 $dn_e(\theta)/d\lambda$ 曲线对 比,色散率较大的地方,输出脉冲脉宽和展宽较小. 虽然本工作取点不是非常精细,但是色散率的极值 点基本对应于展宽的极值点.

比较图 5~图 7 可以看出,不管是 o 光偏振还是 e 光偏振输入,脉冲脉宽、展宽都随着中心波长的增 加而先减小后增加,这是因为晶体色散作用的结果. 从图 3 色散率曲线可以看到,随着中心波长的增加, 色散率先降低后增加,那么相应的脉宽先变窄后加 宽,展宽也相应地变化. 色散率变化越明显,脉宽和 展宽变化也越明显. 此结果对实验具有一定的指导 意义,根据曲线选择所需要的波长进行实验,可得到 脉冲在晶体中的传输特性.



图 6 匹配角为 44.907 4° 时的 e 光输出脉冲脉宽随中心 波长的变化

- Fig. 6 Dependence of pulse width of the output pulse on central wavelength at phase matching angle 44.907 4°
- 2.3 晶体长度分别为1,2,3,4,5 mm 的脉冲输出
 本研究采用中心波长为 800 nm、半高全宽
 (FWHM) Δτ = 50 fs的o光偏振的飞秒脉冲输入,通



图 7 匹配角为 44.907 4°时的 e 光输出脉冲展宽随中心 波长的变化

Fig. 7 Dependence of broaden width of the output pulse on central wavelength at phase matching angle 44.907 4°

过改变晶体长度 L 来改变晶体的透射函数,从而得 到飞秒脉冲在晶体内的不同传输特性. 输入脉冲的 脉宽、光强分布与2.1 节所述完全相同,而对于不同 的晶体长度,输出脉冲的脉宽、光强分布也发生相应 的变化. 对应1,2,3,4,5 mm 的中心波长,相应的光 强分别为0.914 48,0.909 51,0.901 41,0.890 41, 0.876 85.图 8 和图 9 所示分别为脉宽随波长的变 化曲线及各晶体长度对应的脉冲光强分布. 图中晶 体长度越长,输出脉冲的脉宽就越宽,展宽越大,而 光强也逐步衰减. 且随晶体长度的变化,输出脉冲相 对输入脉冲存在一定的时延. 这是因为晶体越厚,脉 冲在晶体中经过的路径与作用时间就越长,从而导 致相应的输出脉冲产生延迟. 总体趋势都是随着晶 体的加厚,输出脉冲延迟越明显.



图 8 o 光偏振输出脉冲脉宽随晶体长度的变化曲线

Fig. 8 Dependence of pulse width of the output pulse on crystal length in ordinary ray polarization direction





3 飞秒脉冲在单轴晶体中色散特性的 实际应用

本节讨论 KDP 晶体中的一类相位匹配倍频问题(oo-e).以中心波长为 980 nm 的脉冲为基频光, 倍频波长为 490 nm,因此,根据色散方程及 e 光折射 率,可以得到其相位匹配角 θ 为 41.319°.同时可以 得出 o 光、e 光折射率 $n_o, n_e(\theta)$ 随波长变化的色散 曲线,如图 2 所示.基于色散曲线,可以计算出基频 o 光与倍频 e 光的群速度 d ω /dk 分别为0.656 c, 0.654 09 c(c 为光速),2 个群速度基本匹配.这有利 于提高晶体的倍频效率,对以后的倍频研究具有一 定的参考价值.

此外,本研究还计算了基频 o 光与倍频 e 光的 输出脉冲脉宽随晶体长度的变化.图 10 为 980 与 490 nm的输出脉冲展宽随晶体长度的变化趋势.由 图可见,o 光与 e 光的展宽随晶体长度都呈线性变 化. 基频 o 光的展宽随晶体变化比较小,而倍频 e 光 展宽变化比较大,晶体越厚,展宽越厉害. 此外,倍频 e 光与基频 o 光的群速度也较为匹配,所以单纯从色 散的角度来看,KDP 晶体很适合对 980 nm 半导体激 光器进行倍频,这为以后光学晶体器件的研制提供 了参考.

4 结束语

本工作主要研究了在不考虑晶体吸收及其他非 线性作用的情况下,飞秒激光脉冲在单轴晶体中的 色散特性.通过数值计算,给出了不同条件下的输出 脉冲脉宽、展宽、光强的变化及分布图.结果表明,输 出脉冲的脉宽、展宽、光强会随飞秒脉冲的中心波 长、晶体长度以及光脉冲的偏振方式等因素的变化 而相应地展宽或衰减.此外,本研究还给出了中心波 长分别为980和490nm的飞秒脉冲在单轴KDP晶



- 图 10 匹配条件下基频 o 光、倍频 e 光展宽随晶体长度 的变化
- Fig. 10 Dependence of broaden width of the fundamental-frequency ordinary light and frequency-doubling extraordinary light on crystal length in phase matching condition

体中色散特性的实际应用.本研究只是单纯地从色 散的角度来分析,忽略了晶体吸收、晶体中的非线性 作用等因素的影响,因此,可以改变晶体结构参量、 光束参量以及考虑晶体的非线性作用等因素,进一 步探讨飞秒脉冲在单轴晶体甚至孪晶中的色散特 性.本研究所得到的结果,对于倍频研究、脉冲整形 以及光学晶体器件的研发等具有一定的参考价值. 下一步的工作是利用晶体的色散和负折射效应,结 合孪晶结构实现脉冲整形、滤波、电光调制器件、色 散补偿等.

参考文献:

- HARIMOTO T, YAMAKAWA K. Self compression of Ybdoped solid-state lasers by combination of self-phase modulation and group-velocity dispersion in KDP crystal
 J. Optics Express, 2007, 15(23):15438-15443.
- [2] KOPRINKOV I G, TODOROV M D, TODOROVA M E, et al. Self-compression of high-intensity femtosecond laserpulses in a low-dispersion regime [J]. J Phys B: At Mol Opt Phys, 2007, 40:F231-F236.
- [3] GOSWAMI D. Optical pulse shaping approaches to coherent control [J]. Physics Reports, 2003, 374:385-481.

- [4] 朱毅,陈晓伟,冷雨欣,等.不同偏振飞秒激光经块状材料传输后的脉宽压缩[J].光学学报,2006,26(3):471-475.
- [5] ZOU H, ZHU W H, WANG G D. The study of numerical character for femtosecond pulse shaping [J]. Chin Phys Soc, 2007, 16(11):3429-3433.
- [6] KALITHASAN B, NAKKEERAN K, PORSEZIANL K, et al. Ultra-short pulse propagation inbirefringent fibers the projection operator method [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2008, 10(8):085102.
- [7] LIU X M, ZHU P F, CAO Z Q, et al. Spectral shaping of femtosecond pulses with a prism-waveguide coupler [J].
 J Opt A: Pure Appl Opt, 2006, 8(5):454-457.
- [8] YAN A M, LIU L R, LIU D A, et al. Analysis of an ultrashort pulsed finite beam diffracted by volume gratings
 [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2007, 26(9):66-72.
- [9] OLSZEWSKI J. Birefringence analysis in photonic crystal fibers with germanium-doped core [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2009, 11:045101.
- [10] 周冰,姜永亮,陈晓伟,等. 超短激光脉冲在不同色散 参量光子晶体光纤中传输的数值模拟[J]. 光学学报, 2007,27(2):323-328.
- [11] LU Z D. Off-axial elliptical cosine-Gaussian beams and their propagation properties [J]. Chin Phys Soc, 2007, 16(5):1320-1327.
- [12] ZHAO G, YAN Z, ZHANG C, et al. Determination of the refractive index dispersion using multi-wavelength second-harmonic generation in an aperiodic LiTaO₃ superlattice [J]. J Phys D: Appl Phys, 2009, 42(5): 055106.
- [13] DENG D M, GUO Q. Ince-Gaussian beams in strongly nonlocal nonlinear media [J]. J Phys B: At Mol Opt Phys, 2008, 41(14):145401.
- [14] DENG D M, GUO Q. Propagation of Laguerre-Gaussian beams in nonlocal nonlinear media [J]. J Opt A: Pure Appl Opt, 2008, 10(3):035101.
- [15] 徐继伟,王燕,魏晨星.高斯光束在单轴孪晶界面上的 反射与折射[J].光学学报,2007,27(10):2229-2234.
- [16] DMITRIEV V G, GURZADYAN G G, NIKOGOSYAN D N. Handbook of nonlinear optical crystals [J]. Springer Series in Optical Sciences, 1999, 64:80-82.
- [17] 钱士雄,王恭明.非线性光学原理与进展[M].上海: 复旦大学出版社,2001:61-64.