

文章编号: 1007-2861(2010)01-0005-05

# 信号循环谱在衰落与多普勒信道中的特性

翟旭平, 韩延坤, 刘祥震

(上海大学 特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072)

**摘要:** 基于信号循环谱特征的频谱感知方法是认知无线电系统频谱感知的关键技术之一, 信号的循环谱特征是研究该感知方法的基础. 基于调制信号的循环谱理论, 研究多径衰落和多普勒频移条件下无线调制信号的循环谱特征, 并进行仿真验证. 分析和仿真表明, 多径衰落使信号循环谱的幅度和相位发生了改变, 但没有影响信号的循环频率. 而多普勒频移不但展宽了信号的频谱, 同时造成信号的循环频率在某些地方发生了偏移, 在非循环频率处, 也出现了明显不为零的成分. 这对基于循环谱特征检测的认知无线电频谱感知与信号检测具有重要的参考价值.

**关键词:** 认知无线电; 频谱感知; 多径衰落; 多普勒频移

中图分类号: TN 929.5

文献标志码: A

## Cyclic Feature of Signals in Fading Doppler Channels

ZHAI Xu-ping, HAN Yan-kun, LIU Xiang-zhen

(Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** Spectrum sensing based on the cyclic-feature detection is a key technique in cognitive radio. The cyclic-feature in the spectrum of signals is fundamental to the detection. Using the theory of cyclic spectrum of signals, this paper investigates cyclic-feature in the spectrum of a signal which suffers from fading and Doppler shift. Simulation results show that the cyclic spectrum of a fading and frequency-shifted signal is quite different from that of the corresponding ideal signal. The amplitude and phase of the cyclic spectrum are changed significantly, but the frequency is the same as the ideal signal. Doppler shift broadens the signal spectrum and shifts the cycle frequency, and new spectral components occur at non-cycle frequencies. This phenomenon is important in spectrum sensing and signal detection based on the cyclic-feature detection.

**Key words:** cognitive radio; spectrum sensing; multipath fading; Doppler shift

认知无线电是近年来无线通信领域的研究热点之一. 一方面, 认知无线电利用其频谱感知功能, 可以在避免对授权用户造成潜在干扰的前提下, 动态选择当前空闲的频谱加以利用, 从而提高无线频谱

的使用效率, 在一定程度上可缓解无线频谱资源的紧张状况; 另一方面, 又可以利用认知无线电的频谱感知和动态频谱选择功能, 来增加无线通信的可靠性和抗干扰性能. 认知无线电的这种对无线环境的

收稿日期: 2009-05-06

基金项目: 上海市重点学科建设资助项目(S30108); 上海市科委重点实验室资助项目(08DZ2231100); 国家自然科学基金资助项目(60872021)

通信作者: 翟旭平(1972~), 男, 讲师, 博士, 研究方向为无线通信、认知无线电. E-mail: zhaixp@shu.edu.cn

适应能力,使其在民用和军用通信领域都具有广泛的应用前景<sup>[1]</sup>.

频谱感知功能作为认知无线电区别于传统无线系统的基本特征,是认知无线电中的关键技术之一.传统的信号检测技术,例如匹配滤波法、能量检测法等可以应用在认知无线电系统中,但存在灵活性、可扩展性等方面的局限性<sup>[2-3]</sup>.基于信号循环谱特征检测<sup>[4]</sup>的频谱感知由于具有检测灵敏度高、灵活和可扩展性好等优点,在认知无线电的频谱感知中受到了广泛关注<sup>[2,5-8]</sup>.该方法利用了无线通信信号的循环平稳特性,通过计算信号的谱相关,在信号频谱和循环谱两个维度上来识别信号,不但能可靠识别微弱信号是否存在,而且能有效识别信号的调制方式等信号的其他特征.鉴于这一检测优势,该检测方法在无线电信号监测、雷达信号处理中得到了广泛研究和应用<sup>[9]</sup>,但由于其处理复杂度相对较高,在传统的无线通信系统中应用较少.认知无线电系统为避免对获得使用授权的主用户系统造成潜在干扰,必须具有检测微弱无线信号的能力,其检测灵敏度要求较高,从而使其在认知无线电系统的频谱感知技术研究中日益受到重视.

为实现对无线通信信号的检测,首先要研究无线信号的循环谱特征.目前,对无线信号循环谱特征的研究大多集中于对理想信号的循环特征进行研究讨论<sup>[5,7-8]</sup>,而对于多径衰落下无线信号的循环谱特征的研究则相对较少.文献[10]研究了多径二进制相移键控(BPSK)信号的循环平稳特性,推导了多径条件下BPSK信号的循环相关函数和谱相关函数,得出了在多径条件下BPSK信号仍具有循环平稳特性的结论.在移动条件下,无线信号将受到衰落和多普勒频移的共同影响,研究这两种因素共同影响下无线通信信号的循环谱,是实现基于信号循环谱特征检测的高灵敏度频谱感知必须解决的重要问题.

本研究针对多径衰落和多普勒频移信号的循环谱特征,从理想信号的循环相关函数和谱相关函数出发,推导出了一般多径衰落信号的循环相关函数和谱相关函数的表达式,并进一步扩展,讨论了多普勒频移的影响.最后,以BPSK信号为例进行了计算、仿真和分析.

## 1 理想信号的循环谱

循环平稳信号是一类特殊的非平稳信号,其各阶统计参数随时间作周期性变化.周期为 $T$ 的二阶

广义循环平稳随机信号 $x(t)$ ,其一阶和二阶统计参数为

$$m_x(t) \triangleq E\{x(t)\} = m_x(t+T), \quad (1)$$

$$R_x(t, \tau) \triangleq E\{x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2)\} = R_x(t+T, \tau), \quad (2)$$

式中, $R_x(t, \tau)$ 为信号 $x(t)$ 的时变自相关函数,具有周期性,因而可以展开为傅里叶级数的形式,即

$$R_x(t, \tau) = \sum_{\alpha} R_x^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha t}, \quad (3)$$

式中, $\alpha$ 为循环频率, $R_x^{\alpha}(\tau)$ 反映了信号自相关函数的频谱特性,称为循环自相关函数,并且

$$R_x^{\alpha}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_x(t, \tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt = \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-Z/2}^{Z/2} x(t+\tau/2)x^*(t-\tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt. \quad (4)$$

对 $R_x^{\alpha}(\tau)$ 作傅里叶变换有

$$S_x^{\alpha}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{TZ} \int_{-Z/2}^{Z/2} X_T(t, f + \alpha/2) X_T^*(t, f - \alpha/2) dt, \quad (5)$$

式中, $S_x^{\alpha}(f)$ 为循环谱,又称为谱相关函数(spectral correlation function, SCF), $X_T(t, f)$ 为信号的短时傅里叶变换<sup>[6]</sup>,并且可以表示为

$$X_T(t, f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(u) e^{-j2\pi f u} du. \quad (6)$$

对于离散随机过程 $\{x(nT_s) : n=0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ ,循环自相关函数 $R_x^{\alpha}(kT_s)$ 与谱相关函数<sup>[7,9]</sup>有

$$R_x^{\alpha}(kT_s) \triangleq \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N R_x(nT_s + kT_s, nT_s) \cdot e^{-j2\pi\alpha(n+k/2)T_s} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x(nT_s + kT_s) \cdot x^*(nT_s) e^{-j2\pi\alpha(n+k/2)T_s}, \quad (7)$$

$$S_x^{\alpha}(f) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_x^{\alpha}(kT_s) e^{-j2\pi k T_s f}. \quad (8)$$

## 2 多径衰落信号的循环谱

### 2.1 多径信号模型

考虑如下多径衰落信号模型:

$$y(t) = \sum_{i=1}^M a_i \zeta_i x(t - \tau_i), \quad (9)$$

式中, $x(t)$ 为目标信号, $M$ 为多径数目, $a_i$ 表示第 $i$ 条路径的相对功率级, $\zeta_i$ 表示第 $i$ 条路径的衰落系数(为相互独立的瑞利分布的随机变量,且 $E[\zeta_i] = \mu_i, E[\zeta_i^2] = \sigma_i^2$ ), $\tau_i$ 为第 $i$ 条路径的时间延迟.

## 2.2 多径衰落信号的循环谱

### 2.2.1 多径衰落信号的循环自相关函数

根据循环自相关函数计算式(2)和式(3),得到多径衰落信号  $y(t)$  的自相关函数为

$$R_y(t, \tau) = E[y(t + \tau/2)y^*(t - \tau/2)] = \sum_{\alpha} \left\{ \sum_{m=1}^M |a_m|^2 \sigma_m^2 R_x^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi\alpha\tau} + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^M a_m a_n \mu_m \mu_n \cdot R_x^{\alpha}(\tau - \tau_m + \tau_n) e^{-j\pi\alpha(\tau_m + \tau_n)} \right\} e^{j2\pi\alpha t}. \quad (10)$$

与式(3)比较,可得到多径衰落信号  $y(t)$  的循环自相关函数为

$$R_y^{\alpha}(\tau) = R_x^{\alpha}(\tau) \sum_{m=1}^M |a_m|^2 \sigma_m^2 e^{-j2\pi\alpha\tau} + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^M a_m a_n \mu_m \mu_n R_x^{\alpha}(\tau - \tau_m + \tau_n) \cdot e^{-j\pi\alpha(\tau_m + \tau_n)}. \quad (11)$$

### 2.2.2 多径衰落信号的谱相关函数

由式(11),再根据谱相关函数式(5),可得多径衰落信号  $y(t)$  的谱相关函数  $S_y^{\alpha}(f)$  为

$$S_y^{\alpha}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_y^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = S_x^{\alpha}(f) \left\{ \sum_{m=1}^M |a_m|^2 \sigma_m^2 e^{-j2\pi\alpha\tau} + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^M a_m a_n \mu_m \mu_n e^{-j2\pi f(\tau_m - \tau_n)} \cdot e^{-j\pi\alpha(\tau_m + \tau_n)} \right\}, \quad (12)$$

式中,  $S_x^{\alpha}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x^{\alpha}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$  为目标信号  $x(t)$  的谱相关函数。

### 2.2.3 多普勒频移对谱相关函数的影响

考虑到不同调制方式的多普勒频移多径衰落信号的统一建模较为困难,谱相关函数的推导极其繁琐,本研究仅以 BPSK 多普勒频移多径衰落信号为例对其谱相关函数进行推导,其思路和结论可推广到其他形式的调制信号。

设具有多普勒频移的多径 BPSK 信号为

$$y(t) = \sum_{i=0}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_i q_n g(t - nT_0 - \tau_i) \cdot \cos[2\pi f_c(t - \tau_i) + 2\pi f_d t + \varphi_i], \quad (13)$$

式中,  $q_n$  为随机变量,在  $\{1, -1\}$  中等概取值;  $g(t)$

为脉冲成形函数;  $T_0$  为符号周期;  $f_c$  为信号的载波频率;  $\varphi_i$  为电波到达相位;  $\zeta_i$  为第  $i$  条路径的衰落系数,是相互独立的瑞利分布的随机变量,且  $E[\zeta_i] = \mu_i$ ,  $E[\zeta_i^2] = \sigma_i^2$ 。

那么,该信号的循环自相关函数可以表示为

$$R_y^{\alpha}(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2T_0} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{\zeta_i \zeta_j\} R_g^{\alpha}(\tau - \tau_i + \tau_j) \cdot e^{-\pi\alpha(\tau_i + \tau_j)} \cos[2\pi f_c(\tau - \tau_i - \tau_j) + 2\pi f_d \tau + \varphi_i - \varphi_j], & \alpha = \frac{p}{T_0}; \\ \frac{1}{2T_0} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{\zeta_i \zeta_j\} R_g^{\frac{p}{T_0}}(\tau - \tau_i + \tau_j) \cdot e^{-\pi \frac{p}{T_0}(\tau_i + \tau_j) \mp 2\pi f_c(\tau_i + \tau_j) + \varphi_i + \varphi_j}, & \alpha = (2f_c + f_d) \pm \frac{p}{T_0}; \\ 0, & \alpha \text{ 为其他.} \end{cases} \quad (14)$$

经过傅里叶变换得到其循环谱为

$$S_y^{\alpha}(f) = \begin{cases} \frac{1}{4T_0} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{\zeta_i \zeta_j\} S_g^{\alpha}(f - f_c - f_d) \cdot e^{\varphi_j - \varphi_i + 2\pi f_c(\tau_i + \tau_j) - \pi\alpha(\tau_i - \tau_j)} + \frac{1}{4T_0} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{\zeta_i \zeta_j\} S_g^{\alpha}(f + f_c + f_d) \cdot e^{\varphi_i - \varphi_j - 2\pi f_c(\tau_i + \tau_j) - \pi\alpha(\tau_i - \tau_j)}, & \alpha = \frac{p}{T_0}; \\ \frac{1}{2T_0} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} E\{\zeta_i \zeta_j\} S_g^{\frac{p}{T_0}}(f) \cdot e^{-\pi \frac{p}{T_0}(\tau_i + \tau_j) \mp 2\pi f_c(\tau_i + \tau_j) + \varphi_i + \varphi_j + 2\pi f(\tau_j - \tau_i)}, & \alpha = 2(f_c + f_d) \pm \frac{p}{T_0}; \\ 0, & \alpha \text{ 为其他,} \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $p$  为整数,  $S_g^{\alpha}(f) = G(f + \alpha/2)G(f - \alpha/2)$ ,  $G(f)$  为  $g(t)$  的傅里叶谱。

### 2.2.4 多普勒频移和衰落对信号循环谱的影响

以上以具有多普勒频移的多径衰落 BPSK 信号为例推导了其循环谱,由式(15)可以发现,多普勒频移对信号循环谱的影响体现在频率  $f$  和循环频率  $\alpha$  两个方面。

对频率  $f$ ,由式(15)的第一部分可见,在循环频率为  $\alpha = \frac{p}{T_0}$  时,多普勒频移造成了信号在频率  $f$  上被展宽,这种现象与多普勒效应对无线信号频谱的展宽是一致的.多普勒效应对无线信号的影响,通常可以理解为造成信号载频的偏移,也就是通常所说的

多普勒频移. 这种频移是随时间不断变化的, 并且造成了信号频谱的展宽, 这种展宽不可避免地同样也会反映在信号的循环谱中.

对循环频率  $\alpha$ , 由式(15)的第二部分可见, 信号的循环谱还出现在  $\alpha = 2(f_c + f_d) \pm \frac{P}{T_0}$  循环频率处, 其中带有多普勒频移  $f_d$ . 需要注意的是,  $f_d$  是一个时变且不确定的数, 它属于一个范围. 因此, 循环频率  $\alpha$  也变成了一个范围, 意味着多普勒频移造成了信号在某些循环频率处循环频率的展宽, 这与不考虑多普勒影响的情况有很大差别.

从多普勒频移对信号的影响来理解, 不难看出, 在第2.2.3节中得出的关于多普勒频移对信号循环谱的两个方面的影响, 同样可以推广到其他调制方式的多普勒频移衰落信号的循环谱研究中.

此外, 从式(12)还可以发现: (1) 仅多径衰落并不会改变信号的循环频率; (2) 在各循环频率处 ( $\alpha = c, c$  为某常数), 多径衰落改变了频谱的幅度与相位, 其影响可以看作是用窗函数

$$\sum_{m=1}^M |a_m|^2 \sigma_m^2 e^{-j2\pi\alpha\tau_m} + \sum_{m=1}^M \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^M a_m a_n \mu_m \mu_n e^{-j2\pi(\tau_m - \tau_n)} \cdot$$

$e^{-j\pi\alpha(\tau_m + \tau_n)}$  对原目标信号的循环谱  $S_x^\alpha(f)$  加窗. 需要注意的是, 窗函数是循环频率  $\alpha$  和频率  $f$  的函数, 同时它还依赖于多径参数, 如多径数目、衰落系数的均值与方差以及相对时延等.

### 3 计算机仿真与分析

下面以 BPSK 信号为例, 通过计算机仿真来进一步验证多径传播和多普勒效应对信号循环谱的影响. 具有多普勒频移的多径 BPSK 信号采用式(13)的形式, 为降低仿真计算量, 信号载频和符号速率均取较低的数值(这并不影响对问题的讨论), 信号载频取为 400 Hz, BPSK 符号速率取为 100 Hz, 采样频率取为 1 kHz, 最大多普勒频移取 75 Hz. 仿真中设定接收信号由 3 条路径 BPSK 信号叠加组成, 每条路径的幅度衰减因子均为 1, 各径的时间延迟依次相差 3 个采样周期. 衰落系数  $\zeta_i (i = 1, 2, 3)$  服从方差为 1 的瑞利分布, 仿真中, 该系数每符号周期变换一次, 在一个符号周期内保持不变. 噪声为高斯白噪声, 各路径的信噪比均为 0 dB.

图 1 ~ 图 4 给出了仿真结果. 图 1 为理想 BPSK 信号的循环谱(SCF), 图 2 给出了具有多普勒频移的多径 BPSK 信号的循环谱, 图 3 和图 4 分别为理想

BPSK 信号和具有多普勒频移的衰落 BPSK 信号循环谱的循环频率剖面图. 为简洁起见, 在各图中均略去了载频对频率轴平移影响.

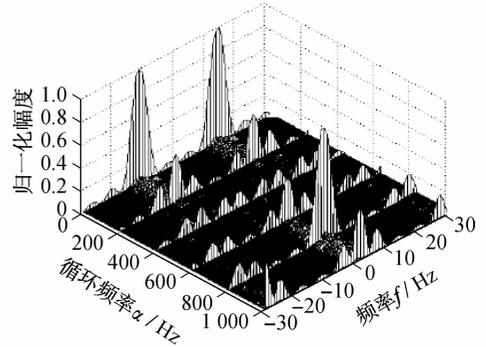


图1 理想 BPSK 信号循环谱

Fig.1 SCF of ideal BPSK signal

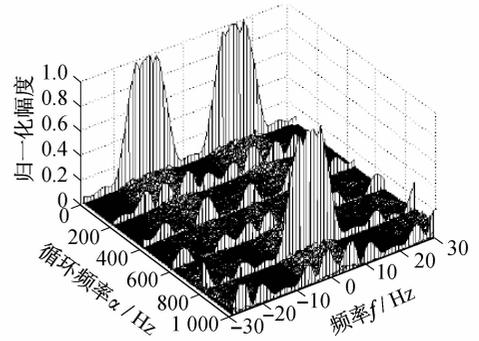


图2 具有多普勒频移的多径 BPSK 信号的循环谱

Fig.2 SCF of multipath fading BPSK signal with Doppler frequency shift

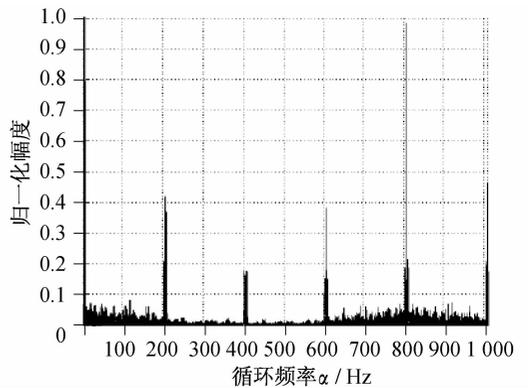


图3 理想 BPSK 信号的循环谱剖面图

Fig.3 Frequency section of SCF of ideal BPSK signal

从图 1 和图 2 可以看出, 具有多普勒频移的多径衰落信号与原目标信号(单径情况)都在循环频率处出现了谱波峰. 由于多径衰落的影响, 多径信号

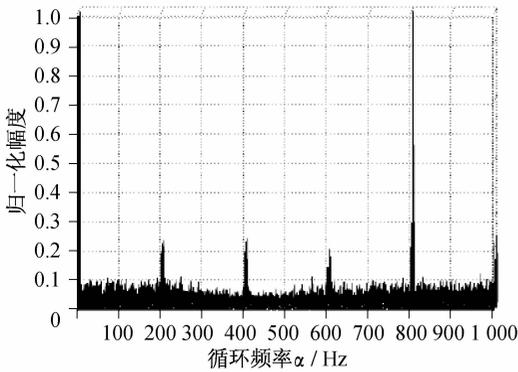


图4 具有多普勒频移的多径 BPSK 信号的循环谱剖面图

Fig. 4 Frequency section of SCF in Fig. 2

各循环频率  $\alpha$  处频谱的幅度与单径信号相比出现了明显的不同,但在对应的循环频率处仍出现了波峰,说明多径衰落并未影响信号的循环特征频率.也就是说,在单径条件下存在循环平稳特性的信号在多径衰落和多普勒效应条件下仍具有循环平稳特性.对比图 1 和图 2 可以明显看出,多普勒效应使得频率  $f$  平面明显展宽了.

对比循环频率剖面图(见图 3 和图 4)可以看出,由于多普勒效应的存在,信号的循环频率在某些地方(如  $\alpha = 800$  Hz 左右)发生了偏移,在非循环频率处也出现了明显不为零的成分(类似于底部噪声).

## 4 结束语

本研究在研究理想条件下(单径)信号循环谱的基础上,进一步研究了多径衰落和多普勒频移条件下无线调制信号的循环谱,分析并推导出了多径衰落信号的循环自相关函数和循环谱,并以 BPSK 信号为例研究了多普勒效应对信号循环谱的影响,最后通过仿真作了进一步验证.分析和仿真均表明,多径衰落和多普勒效应显著改变了信号的循环谱.多径衰落使信号循环谱的幅度和相位发生了改变,改变程度取决于多径数量、衰落系数以及相对时延

等衰落参量,但没有影响信号的循环频率.而多普勒频移则不但展宽了信号的频谱,同时造成信号的循环频率在某些地方发生了偏移,在非循环频率处,也出现了明显不为零的成分.这对基于循环谱特征检测的认知无线电频谱感知与信号检测具有重要的参考价值.

## 参考文献:

- [1] MATTEO G, CARLO R. Spectrum sensing: a distributed approach for cognitive terminals [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2007, 25(3): 546-557.
- [2] CABRIC D, MICHRA S M, BRODERSEN R W. Implementation issues in spectrum sensing for cognitive radios [C] // Proc of Asilomar Conf on Signals, Systems, and Computers. 2004:772-776.
- [3] 冯文江,郭瑜,胡志远. 认知无线电中的频谱感知技术[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2007,30(11):46-49.
- [4] GARDNER W A. Signal interception: a unifying theoretical framework for feature detection [J]. IEEE Trans Commun, 1988, 36(8):897-906.
- [5] 谭学治,姜靖,孙洪剑. 认知无线电的频谱感知技术研究[J]. 信息安全与通信保密,2007(3):61-63.
- [6] GARDNER W A. Spectral correlation of modulated signals: part II—digital modulation [J]. IEEE Trans Commun, 1987, 35(6):595-601.
- [7] 陈四根,杨莘元. PSK 信号谱相关性研究[J]. 哈尔滨工程大学学报,2003,24(2):208-211.
- [8] TU S Y, CHEN K C, PRASAD R. Spectrum sensing of OFDMA systems for cognitive radios [C] // Proc of IEEE PIMRC. 2007:1-5.
- [9] 黄知涛,周一宇,姜文利. 循环平稳信号处理与应用[M]. 北京:科学出版社,2006.
- [10] 史建锋,王可人. 多径条件下 BPSK 信号的循环平稳特性[J]. 雷达科学与技术,2007,5(4):296-299.

(编辑:赵宇)