文章编号: 1000-6788(2012)12-2672-05 中图分类号: F252 文献标志码: A

最小化车辆数的供应商直接配送策略

余海燕 [1,2,3], 徐寅峰 [1,2,3]

(1. 西安交通大学 管理学院, 西安 710049; 2. 机械制造系统工程国家重点实验室, 西安 710049;
3. 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 西安 710049)

摘 要 研究零售商具有周期性需求, 供应商采用直接配送策略情形下以最小化车辆数为目标的供应商配送问题. 给出并证明了一辆车存在可行日程安排时零售商最大配送周期满足的充分条件, 在此基础上, 运用将零售商集合划分成尽量少的子集合的思想, 保证每个子集合中零售商都可用一辆车配送货物, 设计了子集划分策略. 证明在任何情况下, 子集划分策略给出的车辆数都不会超过最少需要的车辆数的 2.29 倍.

关键词 库存路径问题; 直接配送; 日程安排

Strategy for supplier's direct delivery to minimize the number of vehicles

YU Hai-yan[1,2,3], XU Yin-feng[1,2,3]

(1. School of Management, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. The State Key Lab for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an 710049, China;
3. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an 710049, China)

Abstract We present a replenishment scheduling problem to minimize the number of vehicles, when the retailers face a periodic demand and the supplier adopts direct delivery strategy. First, we prove a sufficient condition of one vehicle to replenish several retailers. Based on this sufficient condition, we design a subsets dividing strategy, which divides the set of all the retailers into several subsets and ensures one vehicle can replenish the entire retailers in any one subset. Further, we prove the number of vehicles which is given by our strategy would not exceed 2.29 times of the minimal number of vehicles.

Keywords inventory routing problem; direct delivery; replenishment scheduling

1 引言

随着供应商管理库存 (VMI) 策略应用的不断推广, 国内外学者对 VMI 的相关研究也不断增加. VMI 是指在一个至少由供应商和零售商组成的两级供应链系统中, 零售商面临一定的需求并从供应商处接受货物的配送, 供应商可以共享零售商的需求信息并统一安排配送货物 (包括货物的配送时间, 配送量, 配送方式等), 而零售商需要自己持有库存的一种供应链策略. 目前关于 VMI 的研究主要集中在三个方面: (1) VMI 系统中运作相关的决策问题, 如生产与配送中的调度问题 [1]; (2) 供应商与零售商之间的合同与相互利益关系 [2]; (3) VMI 与其他供应链模式的比较 [3].

本文的研究属于第一个方面, 该方面的一个核心研究问题是协调库存与运输活动的优化问题, 即库存路径问题 (IRP). 很多学者研究了各种 IRP 的变形, Kleyweget 等 [4] 给出了一个 IRP 相关研究的分类. 考虑到 IRP 的难解性, 有的学者着眼于 IRP 的一种特殊情形, 即直接配送的 IRP(IRPDD). 直接配送就是指在一辆车的一次配送中只给一个零售商送货. Gallego 等 [5] 研究了以最小化库存和运输费用为目的的 IRPDD, 研究表明当每个零售商的经济批量都超过车载量的 70% 时, 直接配送策略的效率高出其他所有库存路径策略的 94%. Barnes-Schuster 等 [6] 研究了直接配送策略的成本效率, 他们的模拟研究结果表明直接配送策略可

收稿日期: 2011-08-29
资助项目: 国家自然科学基金 (60736027, 71071123); 国家创新研究群体科学基金 (60921003)
作者简介: 余海燕 (1985–), 女, 重庆人, 博士研究生, 研究方向: 物流管理; 徐寅峰 (1962–), 男, 吉林人, 教授, 研究方向: 组合优化.

以得到很好的结果. Reiman 等 [7] 提出每次配送都达到车的最大装载量的策略可以使得运输费用最小, 即直接配送策略是最具有运输效率的策略. 然而, 他们在文章中假设一定存在一个固定的为所有零售商配送的顺序, 使得每一个零售商都有常数的配送次数. 为了研究该假设, Li 等 [8] 研究了一个供应商用一辆车给多个零售商直接配送货物的可行日程安排的存在条件. 对于简单的情形, 他们得到了一种简单的日程安排, 而对于较复杂的情形, 他们给出了一个计算可行日程安排的算法.

此外, 无论零售商的需求是固定的 [9] 还是随机的 [10], IRPDD 的配送问题都具有配送周期的特点, 即对于每一个零售商都需要隔一段时间就配送一次货物, 当然这段时间可以是固定的或者可变的. 当零售商都不允许缺货时, 供应商如何决策需要保有的最少车辆数的问题就成了一个亟待解决的现实问题. 该问题在文献 [8] 中被提出, 但没有给出解决方法.

本文结合已有文献和现实需求, 提出了最小化车辆数的供应商直接配送问题: 在一个由一个供应商和多个零售商组成的两级供应链系统中, 零售商对于一种货物每天有固定的需求并且不允许缺货. 供应商需要多辆车用于为零售商配送货物, 而一辆车每一天只能给一个零售商配送货物. 问题是如何决策最少的车辆数以及如何进行车辆的日程安排?

该问题与课程表问题类似, 但是该问题具有配送周期的特点使其区别于课程表问题. 课程表问题已经被证明为 NP 完全问题 [11], 本文提出的供应商配送问题也很难在多项式时间内找到最优解, 因此本文主要研究该供应商配送问题的近似算法. 在进行问题描述与分析之后, 给出一辆车存在可行日程安排时零售商最大配送周期满足的充分条件, 在此基础上提出子集划分策略, 通过将零售商集合划分成若干个可被一辆车配送的子集, 来决策最少需要的车辆数. 然后通过分析子集划分方法来证明该策略的性能. 最后给出一个算例用于说明子集划分策略的具体操作并验证其性能比.

2 问题描述与分析

假设在一个供应商管理库存 (VMI) 的两级供应链系统中, 一个供应商需要为 n 个零售商配送一种货物. 每一个零售商都有其相应的库存能力和每天固定的需求, 分别用 q_i 和 d_i $(i=1,2,\cdots,n)$ 表示, 并且每一个零售商都不允许缺货. 该供应商有 p 辆具有相同装载能力 q 的货车, 用于为所有的零售商配送货物, 每一辆车每天只能为一个零售商配送货物. 需要研究的问题是供应商如何决定最小的车辆数 p 以保证所有的零售商都不会缺货.

为了研究的方便, 提出以下三条假设: (1) 每天该供应商在零售商的需求到来之前配送货物, 及当天配送的货物可用于当天以及后面数天的需求; (2) $q\geq\max\{q_1,q_2,\cdots,q_n\}$ 以保证每一次配送都能使零售商的库存最大化; (3) 第一天初每个零售商都拥有最大库存量.

例如, 当 $q_1=100$, $d_1=40$, 在第 1 天, 零售商 1 有库存为 100 单位的货物, 在第 1 天末和第 2 天末, 他的库存水平分别为 60 和 20 单位. 如果在第 3 天仍然没有接收到配送的货物, 在这一天将会发生 20 单位的缺货. 由于不允许缺货, 所以零售商 1 应该在第 3 天接收到配送的货物. 以此类推, 为了使零售商 1 不缺货, 其分别需要在第 3,5,7,$\cdots$ 天接受配送, 即可以得到零售商 1 的需求周期 $\lfloor\frac{100}{40}\rfloor=2$. 一般情形下, 零售商 i 每 $r_i=\lfloor\frac{q_i}{d_i}\rfloor$ 天至少需要接受配送一次, 当然他也可以在少于 r_i 天就接受配送. 设 r_i 为零售商 i 的最大配送周期, 则每一个零售商就对应一个最大配送周期, n 个零售商的最大配送周期组成集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$. 不失一般性, 假设 $r_1\leq r_2\leq\cdots\leq r_n$.

要解决以上的供应商配送问题, 寻求最优解不太现实, 因为该问题与课程表问题类似, 而课程表问题已经被证实为一个 NP 完全问题, 因此本文设计了一个子集划分策略用于寻求该供应商配送问题的近似解.

对于给定的零售商最大配送周期集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, 供应商为了找到最小的车辆数 p, 可以采用划分集合的方法. 将集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$ 划分成 p 个子集, 对于任何一个子集, 如果能够保证用一辆车就可以为该子集中的所有零售商配送货物而不发生缺货的话, 那么就可以用 p 辆车为集合 S 中的 n 个零售商配送货物, 即找到了该供应商配送问题的一个近似解. 按照以上思路, 在第 3 节中给出具体的供应商配送策略, 即子集划分策略的设计, 并进一步分析证明该策略的优劣性能.

3 供应商配送策略设计与分析

子集划分策略的主要思路是将零售商集合按照其属性 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$ 划分成 p 个子集, 划分的原则

是保证该子集中所有的零售商都可以用一辆车配送货物而不发生缺货. 此时就可用 p 辆车为所有零售商配送货物. 研究重点和难点包括: (1) 分析并证明一辆车可以配送时零售商最大配送周期满足的充分条件; (2) 子集的划分方法, 目的是保证满足 (1) 中充分条件的前提下将原集合划分成尽量少的子集; (3) 分析划分的子集与原集合的关系, 进一步证明该策略的性能, 即证明该策略所需要的车辆数不会超过最少需要车辆数的倍数.

3.1 子集划分策略的设计

首先分析并证明一辆车可以配送时零售商最大配送周期满足的充分条件. 对于给定的零售商最大配送周期的集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, 如果可以证明用一辆车能够为该集合中对应的所有零售商配送货物而不会发生缺货, 那么称对于集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, 存在一辆车的可行日程安排. 通常的方法是设计出一种可行的日程安排方法为这 n 个零售商配送货物, 并证明运用该方法能够保证所有的零售商都不会缺货. 在文献 [8] 中, 给出了一个存在一辆车的可行日程安排的充分条件, 见引理 1.

引理 1[8] 给定 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, $r_1\le r_2\le\cdots\le r_n$, 令

$$\begin{array}{ll} S_1=\{r_1,r_2,\cdots,r_{m_1}\}, & r_{m_1}<2r_1\le r_{m_1+1} \\ S_2=\{r_{m_1+1},r_{m_1+2},\cdots,r_{m_2}\}, & r_{m_2}<2^2r_1\le r_{m_2+1} \\ \vdots & \vdots \\ S_k=\{r_{m_{k-1}+1},r_{m_{k-1}+2},\cdots,r_{m_k}\}, & r_{m_k}<2^kr_1\le r_{m_k+1} \\ S_{k+1}=\{r_{m_k+1},r_{m_k+2},\cdots,r_n\}, & r_n<2^{k+1}r_1 \end{array}$$

当 $\frac{m_1}{r_1}+\frac{m_2-m_1}{2r_1}+\cdots+\frac{n-m_k}{2^kr_1}\le 1$ 时, 存在一辆车的可行日程安排.

由于引理 1 中给出的充分条件比较复杂, 不便于运用, 在此基础上本文在引理 2 中给出了一个较简洁的充分条件.

引理 2 当零售商的最大配送周期 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, $r_1\le r_2\le\cdots\le r_n$ 满足 $\sum_{i=1}^n\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$ 时, 存在一辆车的可行日程安排.

证明 首先用类似于引理 1 的方法定义 $S_1,S_2,\cdots,S_{k+1}$. 因为 $r_j\le 2^ir_1$, 其中 $r_j\in S_i$, 即 S_i 中所有的元素都小于等于 2^ir_1, 那么 $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\cdots+\frac{1}{r_n}\ge\frac{m_1}{2r_1}+\frac{m_2-m_1}{2^2r_1}+\cdots+\frac{m_k-m_{k-1}}{2^kr_1}+\frac{n-m_k}{2^{k+1}r_1}$, 又有 $\sum_{i=1}^n\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$, 所以 $\frac{m_1}{2r_1}+\frac{m_2-m_1}{2^2r_1}+\cdots+\frac{m_k-m_{k-1}}{2^kr_1}+\frac{n-m_k}{2^{k+1}r_1}\le\frac{1}{2}$, 可得 $\frac{m_1}{r_1}+\frac{m_2-m_1}{2r_1}+\cdots+\frac{n-m_k}{2^kr_1}\le 1$.

由引理 1 可知, 此时存在一辆车的可行日程安排. 由此得证当零售商的最大配送周期 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$ 满足 $\sum_{i=1}^n\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$ 时, 存在一辆车的可行日程安排. 证毕.

运用引理 2 中的充分条件, 设计以下的子集划分策略用于划分零售商集合, 并得到供应商需要的车辆数.

子集划分策略:

Step 1 对于给定的零售商最大配送周期集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$, $r_1\le r_2\le\cdots\le r_n$, 按照 $\frac{1}{r_i}>\frac{1}{17}$ 和 $\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{17}$ 将集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$ 划分成两个集合 $S'=\{r_1,r_2,\cdots,r_{n^*-1}\}$ 和 $S''=\{r_{n^*},r_{n^*+1},\cdots,r_n\}$, 其中 $\frac{1}{r_{n^*-1}}>\frac{1}{17}$, $\frac{1}{r_{n^*}}\le\frac{1}{17}$.

Step 2 将集合 $S'=\{r_1,r_2,\cdots,r_{n^*-1}\}$ 按照以下规则划分成多个子集: 从 r_1 开始, 首先将连续的 r_1 个零售商划分到集合 $S_1=\{r_1,r_2,\cdots,r_{k_1-1}\}$, 集合 S_1 中元素的个数为 $|S_1|=r_1$; 然后将连续的 r_{k_1} 个零售商划分到集合 $S_2=\{r_{k_1},r_{k_1+1},\cdots,r_{k_2-1}\}$, 有 $|S_2|=r_{k_1}$; 以此类推, 将连续的 $r_{k_{(p_1-1)}}$ 个零售商划分到集合 $S_{p_1}=\{r_{k_{(p_1-1)}},r_{k_{(p_1-1)}+1},\cdots,r_{k_{p_1}-1}\}$, 有 $|S_{p_1}|=r_{k_{(p_1-1)}}$; 最后将不足 $r_{k_{p_1}}$ 个零售商划分到集合 $S_{p^*}=\{r_{k_{p_1}},r_{k_{p_1}+1},\cdots,r_{n^*-1}\}$, 有 $|S_{p^*}|<r_{k_{p_1}}$ 或者 $|S_{p^*}|=0$(当 $k_{p_1}=n^*$ 时). 依此方法将集合 S' 划分成了 p_1+1 个子集合.

Step 3 将集合 $S''=\{r_{n^*},r_{n^*+1},\cdots,r_n\}$ 按照以下规则划分成多个子集: 从 r_{n^*} 开始, 如果 $\sum_{i=n^*}^{t_1-1}\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$, 而 $\sum_{i=n^*}^{t_1}\frac{1}{r_i}>\frac{1}{2}$, 则将这连续的 t_1-n^* 个零售商划分到集合 $S_{p_1+1}=\{r_{n^*},r_{n^*+1},\cdots,r_{t_1-1}\}$ 中; 然后从 r_{t_1} 开始, 如果 $\sum_{i=t_1}^{t_2-1}\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$ 而 $\sum_{i=t_1}^{t_2}\frac{1}{r_i}>\frac{1}{2}$, 则将这连续的 t_2-t_1 个零售商划分到集合 $S_{p_1+2}=\{r_{t_1},r_{t_1+1},\cdots,r_{t_2-1}\}$ 中; 以此类推, 从 $r_{t_{(p_2-1)}}$ 开始, 如果 $\sum_{i=t_{(p_2-1)}}^{t_{p_2}-1}\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$ 而 $\sum_{i=t_{(p_2-1)}}^{t_{p_2}}\frac{1}{r_i}>\frac{1}{2}$, 则将这连续的 $t_{p_2}-t_{(p_2-1)}$ 个零售商划分到集合 $S_{p_1+p_2}=\{r_{t_{(p_2-1)}},r_{t_{(p_2-1)}+1},\cdots,r_{t_{p_2}-1}\}$ 中; 最后所有剩下的零售商满足 $\sum_{i=t_{p_2}}^{n}\frac{1}{r_i}\le\frac{1}{2}$, 将其划分到集合 $S_{p^{**}}=\{r_{t_{p_2}},r_{t_{p_2}+1},\cdots,r_n\}$ 中. 依此方法将集合 S'' 划分成了 p_2+1 个子集合.

Step 4 根据 Step 2 和 Step 3, 集合 $S=\{r_1,r_2,\cdots,r_n\}$ 被划分成了 p_1+p_2+2 个子集合, 分别用 1

辆车为 1 个子集合中的零售商配送货物, $\{S_1, S_2, \cdots, S_{p_1}, S_{p_1+1}, \cdots, S_{p_1+p_2}, S_{p^*}, S_{p^{**}}\}$ 最多需要 $p_1 + p_2 + 2$ 辆车.

子集划分策略首先将零售商集合划分成了两个集合 S' 和 S'', 对于集合 S' 的处理办法, 因为将任意的 r_i 个最大配送周期为 r_i 的零售商放入一个集合, 可以用一辆车进行配送而不会缺货 (该车以 r_i 为周期, 一个周期内每天分别为不同的零售商配送货物), 所以用一辆车肯定也可以为 r_i 个最大配送周期不大于 r_i 的零售商配送, 即可以保证用 Step 2 的方法所划分的每一个子集合中的零售商都可以用一辆车配送货物而不会发生缺货. 具体日程安排方法: 将 S' 划分的任意一个子集 S_i 中所有的元素折换成 S_i 中的第一个元素, 以此为周期每天为不同的零售商配送货物. 对于集合 S'' 的处理办法, 由引理 2 保证了一个子集合中的零售商都可以用一辆车配送货物而不会发生缺货. 具体日程安排方法可参考引理 1 所对应的思想, 即将 S'' 中的任意 $r_j (r_j \in S_i)$ 折换成 $2^{i-1}r_1$, 然后以 $2^{i-1}r_1$ 为周期为 r_j 配送货物.

以上设计的子集划分策略给出了决定供应商需要的车辆数的方法, 运用该策略可以得到该供应商配送问题的一个可行解, 该解并非最优解, 因此该策略的优劣性能还需要做进一步的分析与证明.

3.2 策略性能分析

本文通过分析子集划分策略所给出的车辆数与最少需要的车辆数的比值, 来分析该策略的性能. 即可以得到采用子集划分策略所得到的车辆数最多不会超过最少需要的车辆数的倍数, 当然该倍数值越小说明该策略越好. 首先分析最少需要的车辆数, 作为比较的基准.

引理 3 对于给定的零售商最大配送周期集合 $S = \{r_1, r_2, \cdots, r_n\}$, 供应商最少需要的车辆数为 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$.

引理 3 用反证法很容易证明, 在此证明过程省略. 基于引理 3, 并通过分析子集划分策略的原理, 在定理 1 中证明了该策略的性能比.

定理 1 子集划分策略的性能比为 2.29, 即运用子集划分策略所得到的车辆数 $p_1 + p_2 + 2$ 与最少需要的车辆数 $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$ 满足关系式 $p_1 + p_2 + 2 < 2.29 \times \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i} + 2$.

证明 根据子集划分策略, 集合 $S = \{r_1, r_2, \cdots, r_n\}$ 被划分成两个集合 $S' = \{r_1, r_2, \cdots, r_{n^*-1}\}$ 和 $S'' = \{r_{n^*}, r_{n^*+1}, \cdots, r_n\}$, 下面分别证明 $p_1 < 2.29 \times \sum_{i=1}^{n^*-1} \frac{1}{r_i}$ 和 $p_2 < 2.29 \times \sum_{i=n^*}^{n} \frac{1}{r_i}$.

(1) 集合 $S' = \{r_1, r_2, \cdots, r_{n^*-1}\}$ 中 $\frac{1}{r_i} > \frac{1}{17}$, 对于任意子集合 S_j, $j \in \{1, 2, \cdots, p_1\}$, 设 r_x 为该集合中的第一个元素, 因为该集合中共有 r_x 个元素, 那么有 $\sum\limits_{r_i \in S_j} \frac{1}{r_i} \geq \frac{1}{r_x} + \frac{r_x - 1}{16}$, 当 $r_x = 4$ 时 $\frac{1}{r_x} + \frac{r_x-1}{16}$ 取得最大值, 即 $\sum\limits_{r_i \in S_j} \frac{1}{r_i} \geq \frac{7}{16}$. 将 p_1 个集合中的 $\frac{1}{r_i}$ 求和, 则有 $\sum_{i=1}^{k_{p_1-1}} \frac{1}{r_i} \geq \frac{7}{16} p_1$, 即 $p_1 < 2.29 \times \sum_{i=1}^{k_{p_1-1}} \frac{1}{r_i} \leq 2.29 \times \sum_{i=1}^{n^*-1} \frac{1}{r_i}$.

(2) 集合 $S'' = \{r_{n^*}, r_{n^*+1}, \cdots, r_n\}$ 中 $\frac{1}{r_i} \leq \frac{1}{17}$, 对于任意子集合 S_j, $j \in \{p_1+1, p_1+2, \cdots, p_1+p_2\}$, $\sum\limits_{r_i \in S_j} \frac{1}{r_i} \leq \frac{1}{2}$, 而 $\sum\limits_{r_i \in S_j} \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_k} > \frac{1}{2}$, 其中 r_k 是子集合 S_{j+1} 中的第一个元素, 则有 $\sum\limits_{r_i \in S_j} \frac{1}{r_i} \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{17} = \frac{15}{34}$. 将 p_2 个集合中的 $\frac{1}{r_i}$ 求和, 则有 $\sum_{i=n^*}^{t_{p_2-1}} \frac{1}{r_i} \geq \frac{15}{34} p_2$, 即 $p_2 < 2.27 \times \sum_{i=n^*}^{t_{p_2-1}} \frac{1}{r_i} < 2.29 \times \sum_{i=n^*}^{n} \frac{1}{r_i}$.

由 (1) 和 (2) 的证明可知 $p_1 < 2.29 \times \sum_{i=1}^{n^*-1} \frac{1}{r_i}$ 和 $p_2 < 2.29 \times \sum_{i=n^*}^{n} \frac{1}{r_i}$, 因此可得 $p_1 + p_2 + 2 < 2.29 \times \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i} + 2$, 定理 1 得证.

4 算例分析

下面用一个算例说明本文提出的子集划分策略的具体操作. 给定 $n = 35$ 个零售商的最大配送周期的集合 $S = \{2, 4, 4, 6, 9, 12, 16, 17, \underbrace{18, \cdots, 18}_{9个}, 23, \underbrace{25, \cdots, 25}_{15个}, 30, 31\}$, 问题是供应商至少需要多少辆车才能为所有的零售商配送货物以使得所有的零售商都不会缺货.

按照本文中提出的子集划分策略, 先将集合 S 划分成两个集合 S' 和 S'', 其中 $S' = \{2, 4, 4, 6, 9, 12, 16\}$, $S'' = \{17, \underbrace{18, \cdots, 18}_{9个}, 23, \underbrace{25, \cdots, 25}_{15个}, 30, 31\}$. 对于集合 S', 由于 $r_1 = 2$, 将后面的 2 个零售商放入集合 S_1, 有 $S_1 = \{2, 4\}$; 再从 $r_3 = 4$ 开始, 将后面的 4 个零售商放入集合 S_2, 有 $S_2 = \{4, 6, 9, 12\}$; 由于集合 S' 剩下的元素个数少于 $r_7 = 16$, 将剩下的全部元素放入集合 S_{p^*} 中, 有 $S_{p^*} = \{16\}$. 对于集合 S'', 由于 $\sum_{i=8}^{15} \frac{1}{r_i} \approx 0.45 < \frac{1}{2}$, 而 $\sum_{i=8}^{16} \frac{1}{r_i} \approx 0.503 > \frac{1}{2}$, 将 $r_8, r_9, \cdots, r_{15}$ 共 8 个元素放入集合 $S_3 = \{17, \underbrace{18, \cdots, 18}_{7个}\}$; 从 $r_{16} = 18$ 开始, 由于 $\sum_{i=16}^{26} \frac{1}{r_i} \approx 0.47 < \frac{1}{2}$, 而 $\sum_{i=16}^{27} \frac{1}{r_i} \approx 0.51 > \frac{1}{2}$, 将 $r_{16}, r_{17}, \cdots, r_{26}$ 共 11 个元素放入

集合 $S_4=\{18,18,23,\underbrace{25,\cdots,25}_{8个}\}$; 从 $r_{27}=25$ 到 $r_{35}=31$, 由于 $\sum_{i=27}^{35}\frac{1}{r_i}\approx 0.35<\frac{1}{2}$, 将剩下的所有元素放入子集合 $S_{p^{**}}=\{\underbrace{25,\cdots,25}_{7个},30,31\}$. 最终将集合 S 划分成了 6 个子集合 $\{S_1,S_2,S_3,S_4,S_{p^*},S_{p^{**}}\}$, 供应商分别用 1 辆车为一个子集合中的所有零售商配送货物, 即总共需要 6 辆车为所有的零售商配送货物.

由引理 3 可知, 对于集合 S, 最少需要的车辆数为 $\sum_{i=1}^{35}\frac{1}{r_i}\approx 2.69$. 因此由子集划分策略所给出的车辆数与最少需要的车辆数之间满足关系式 $6<1.49\times 2.69+2$, 即在该算例中, 子集划分策略的性能比为 1.49.

5 结论

本文提出了在 VMI 模式中零售商具有周期性需求, 供应商采用直接配送策略情形下, 以最小化车辆数为目标的供应商配送问题. 然后运用将所有零售商的集合划分成多个子集合的思想, 在保证每个子集合中的零售商都能够用一辆车配送货物而不发生缺货的条件下, 将最小化车辆数的供应商配送问题转换成了如何将零售商集合划分成尽可能少的子集合的问题. 运用此思想, 本文提出了子集划分策略, 并进一步证明了该策略所得到的车辆数最多不会超过最少需要的车辆数的 2.29 倍. 该研究结果可以为物流相关部门提供一定的理论参考.

在整个研究过程中, 寻找一辆车存在可行日程安排时零售商的最大配送周期需要满足的充分条件是一个难点, 有了该条件的保证才能对集合进行合理的划分, 并且可以运用该条件分析出子集划分策略的性能比. 因此, 如果可以改进一辆车存在可行日程安排的充分条件, 如证明当 $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{r_i}\le x$, $(\frac{1}{2}<x\le\frac{5}{6})$ 时存在一辆车的可行日程安排, 就可以得到性能比更小的策略, 从而更好地解决该供应商配送问题. 这是有待进一步研究的内容.

参考文献

[1] Yu Y G, Huang G Q. Nash game model for optimizing market strategies, configuration of platform products in a vendor managed inventory (VMI) supply chain for a product family[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 206: 361–373.

[2] Guan R X, Zhao X B. On contracts for VMI program with continuous review (r, Q) policy[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 207: 656–667.

[3] Kiesmuller G P, Broekmeulen R A C M. The benefit of VMI strategies in a stochastic multi-product serial two echelon system[J]. Computers & Operations Research, 2010, 37: 406–416.

[4] Kleywegt A J, Nori V S, Savelsbergh M W P. The stochastic inventory routing problem with direct deliveries[J]. Transportation Science, 2002, 36(1): 94–118.

[5] Gallego G, Simchi-Levi D. On the effectiveness of direct shipping strategy for the one-warehouse multi-retailer r-systems[J]. Management Science, 1990, 36(2): 240–243.

[6] Barnes-Schuster D, Bassok Y. Direct shipping and the dynamic single-depot/multi-retail inventory system[J]. European Journal of Operational Research, 1997, 101: 509–518.

[7] Reiman M I, Rubio R, Wein L M. Heavy traffic analysis of the dynamic stochastic inventory-routing problem[J]. Transportation Science, 1999, 33(4): 361–380.

[8] Li J A, Wu Y, Lai K K, et al. Replenishment routing problems between a single supplier and multiple retailers with direct delivery[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 190: 412–420.

[9] Abdul-Jalbar B, Segerstedt A, Sicilia J, et al. A new heuristic to solve the one-warehouse N-retailer problem[J]. Computer & Operations Research, 2010, 37: 265–272.

[10] Dror M, Ball M. Inventory/routing: Reduction from an annual to a short-period problem[J]. Naval Research Logistics, 1987, 34: 891–905.

[11] Even S, Itai A, Shamir A. On the complexity of timetable and multicommodity flow problems[J]. SIAM Journal of Computing, 1976, 5: 691–703.