

# 基于灰关联的 INS/GPS 组合导航系统滤波效能评估\*

夏卫星,杨晓东,王 旺,刘 洁

(海军潜艇学院,山东青岛 266042)

**摘要:**为弥补均方根误差曲线法缺乏数值检验的不足,设计了基于灰关联的 INS/GPS 组合导航系统滤波效能评估方法。首先简要介绍了灰关联分析的评估原理;其次建立了 INS/GPS 组合导航的 Kalman 滤波器;将灰关联分析应用于组合导航系统滤波效能评估,从滤波前后导航数据关联角度给出了数值检验。结果表明,基于灰关联的组合导航系统滤波效能评估法是有效的,同时可与均方根误差曲线法配合使用。

**关键词:**灰关联;滤波效能评估;数值检验;组合导航

**中图分类号:**V249.328 **文献标志码:**A

## Filtering Performance Evaluation of INS/GPS Integrated Navigation System Based on Grey Relation

XIA Weixing, YANG Xiaodong, WANG Wang, LIU Jie

(Navay Submarine Academy, Shandong Qingdao 266042, China)

**Abstract:**To remedy the shortcoming of root-mean-square (RMS) error curve method lacking numerical verification, the grey relation method was designed for evaluation of INS/GPS integrated navigation system. Firstly, the theory of grey relation method was introduced; Secondly, Kalman filter was given for INS/GPS integrated navigation system; At last, grey relation was used for filtering performance evaluation in integrated navigation systems, the numerical verification of navigation data before and after filtering was given. The results indicate that filtering performance evaluation in integrated navigation systems based on grey relational is effective, could be used with the method of RMS error curve method.

**Keywords:**grey relation; filtering performance evaluation; numerical verification; integrated navigation

### 0 引言

惯性导航系统(简称惯导)是一种自主、隐蔽、信息量全的导航系统,其误差随时间积累<sup>[1]</sup>。为了保证高精度的导航要求,利用 Kalman 滤波器<sup>[2-6]</sup>对导航参数(或误差)进行估计较为理想。

Kalman 滤波器的滤波效能决定着系统输出精度的优劣。目前,通用的滤波器效能评估方法是均方差法<sup>[6]</sup>,即利用滤波递推解算过程中估计均方误差阵的对角线元素平方根的大小来评估相应导航参数的精度,但当实验数据总数  $n$  较少,或数据中存在较大剩余系统误差时,用上述方法求得的均方差未必符合实际。

文中采用灰关联分析法对滤波效能进行评估。灰关联分析作为灰色理论的基本内容,具有简单、直观和计算量小的优点,同时,它对样本量的大小没有过高的要求<sup>[7]</sup>。对具有随机不确定性的惯导系统而言,灰关联分析具有很大的优越性。

### 1 灰关联分析

灰关联分析根据数据曲线间相似程度判断其灰关联度。它描述了系统发展过程中,因素间相对变化的情况,即变化大小、方向与速度的相关性。如果两者相对变化趋势存在相关性,则可用一定的关联度来表示两者之间的关系。根据序列直接的关联度大小,可以定量判断两序列之间的关联程度。

#### 1.1 序列的确定及归一化处理

进行灰关联分析时,必须先确定参考序列和比较序列,即  $X = \{X(i) | i = 1, 2, 3, \dots, N\}$  和  $Y = \{Y_j(i) | i = 1, 2, 3, \dots, N, j = 1, 2, 3, \dots, K\}$ , 其中,  $X$  为参考序列,  $Y$  为比较序列,  $i$  为参考序列个数,  $j$  为比较序列个数。

由于系统中各因素的物理意义不同,数据的量纲不统一,因此在进行灰关联分析时,首先对数据进行无量纲的归一化处理。

\* 收稿日期:2011-10-15

基金项目:总装预先研究基金资助

作者简介:夏卫星(1985-),男,江苏扬州人,博士研究生,研究方向:潜艇航行安全技术。

对于越大越好的评估因素：

$$\hat{Z} = \frac{Z(i) - \min(Z(i))}{\max(Z(i)) - \min(Z(i))} \quad (1)$$

对于越小越好的评估因素：

$$\hat{Z} = \frac{\max(Z(i)) - Z(i)}{\max(Z(i)) - \min(Z(i))} \quad (2)$$

对于区间型指标的评估因素：

$$\hat{Z} = \begin{cases} 1 - \frac{s_1 - Z(i)}{\min\{s_1 - \min(Z(i)), \max(Z(i)) - s_2\}}, Z(i) < s_1 \\ 1, Z(i) \in [s_1, s_2] \\ 1 - \frac{Z(i) - s_2}{\max\{s_1 - \min(Z(i)), \max(Z(i)) - s_2\}}, Z(i) > s_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $[s_1, s_2]$  为指标区间。

### 1.2 关联系数与关联度的计算<sup>[8]</sup>

所谓关联程度, 实质上是曲线间几何形状的差别程度, 因此曲线间差值大小, 可作为关联程度的衡量尺度。

$X$  与  $Y$  的关联系数  $\xi(i)$  可由下式算出：

$$\xi_j(i) = \frac{\min_j \min_i |\hat{Y}_j(i) - \hat{X}(i)| + \rho \max_j \max_i |\hat{Y}_j(i) - \hat{X}(i)|}{|\hat{Y}_j(i) - \hat{X}(i)| + \rho \max_j \max_i |\hat{Y}_j(i) - \hat{X}(i)|} \quad (4)$$

式中,  $\rho$  为分辨系数,  $\rho$  越小, 分辨力越大, 一般取  $\rho = 0.5$ 。

关联系数表示比较数列与参考数列在各个时刻的关联程度, 即有  $n$  个, 将各个时刻分散的关联系数集中为一个值, 即称为关联度, 是无量纲的实数。常用的关联度计算方法为平均值法, 即：

$$\gamma(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi(i) \quad (5)$$

### 1.3 精度效能计算

设滤波后序列关联度为  $\gamma_1$ , 滤波前序列关联度为  $\gamma_2$ , 则精度效能为<sup>[9]</sup>：

$$Q = [(\gamma_1 - \gamma_2) / \gamma_2] \times 100\% \quad (6)$$

## 2 Kalman 滤波器设计

动基座无阻尼惯导系统误差方程为<sup>[2]</sup>：

$$\begin{cases} \delta \dot{V}_x = \frac{V_y}{R} \tan \varphi \cdot \delta V_x + (2\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R} \tan \varphi) \delta V_y + (2\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R} \sec^2 \varphi) V_y \cdot \delta \varphi + (\frac{V_x^2 + V_y^2}{R} + 2\Omega V_x \cos \varphi - g) \beta + \Delta A_x \\ \delta \dot{V}_y = -2(\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R} \tan \varphi) \delta V_x - (2\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R} \sec^2 \varphi) V_x \cdot \delta \varphi + (\frac{V_x^2 + V_y^2}{R} - 2\Omega V_x \cos \varphi + g) \alpha + \Delta A_y \\ \delta \dot{\varphi} = \frac{\delta V_y}{R} \\ \delta \dot{\lambda} = \frac{\delta V_x}{R \cos \varphi} + \frac{V_x}{R} \sec \varphi \cdot \tan \varphi \cdot \delta \varphi \\ \dot{\alpha} = -\frac{\delta V_y}{R} - \gamma(\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R}) + \beta(\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R} \tan \varphi) + \varepsilon_x + \varepsilon_{mX} \\ \dot{\beta} = \frac{\delta V_x}{R} - \Omega \sin \varphi \cdot \delta \varphi - \alpha(\Omega \sin \varphi + \frac{V_x}{R} \tan \varphi) - \gamma \frac{V_y}{R} + \varepsilon_y + \varepsilon_{mY} \\ \dot{\gamma} = \frac{\delta V_x}{R} \tan \varphi + (\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R} \sec^2 \varphi) \delta \varphi + \alpha(\Omega \cos \varphi + \frac{V_x}{R}) + \beta \frac{V_y}{R} + \varepsilon_z + \varepsilon_{mZ} \\ \dot{\varepsilon}_x = 0 \\ \dot{\varepsilon}_y = 0 \\ \dot{\varepsilon}_z = 0 \\ \dot{\varepsilon}_{mX} = \frac{-1}{T_g} \varepsilon_{mX} + w_x \\ \dot{\varepsilon}_{mY} = \frac{-1}{T_g} \varepsilon_{mY} + w_y \\ \dot{\varepsilon}_{mZ} = \frac{-1}{T_g} \varepsilon_{mZ} + w_z \\ \Delta \dot{A}_x = 0 \\ \Delta \dot{A}_y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\Omega$ 为地球自转角速度; $\delta V_X$ 、 $\delta V_Y$ 为东向和北向速度误差; $\delta\varphi$ 、 $\delta\lambda$ 为纬度和经度误差; $\alpha$ 、 $\beta$ 为惯导平台水平失调角; $\gamma$ 为平台方位失调角; $\varepsilon_X$ 、 $\varepsilon_Y$ 、 $\varepsilon_Z$ 为东向、北向和方位陀螺常值漂移率; $\varepsilon_{mX}$ 、 $\varepsilon_{mY}$ 、 $\varepsilon_{mZ}$ 为东向、北向和方位陀螺随机漂移率; $\Delta A_X$ 、 $\Delta A_Y$ 为东向、北向加速度计零位误差。

以位置、速度组合方式为例,将 GPS 和惯导输出的位置、速度之差作为测量值,利用 Kalman 滤波器估计系统误差。将惯导误差量(位置、速度、平台误差角)作为滤波器状态,同时将陀螺漂移  $\varepsilon_X$ 、 $\varepsilon_Y$ 、 $\varepsilon_Z$  和加速度计误差  $\Delta A_X$ 、 $\Delta A_Y$  扩张为系统状态。为便于估计,假定 3 个陀螺漂移误差模型相同,均为一阶马尔科夫过程和白噪声之和,加速度计误差模型为零位偏置和白噪声之和,则滤波器状态方程如下:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + w(t) \quad (8)$$

式中: $X = [\delta V_X \ \delta V_Y \ \delta\varphi \ \delta\lambda \ \alpha \ \beta \ \gamma \ \varepsilon_{mX} \ \varepsilon_{mY} \ \varepsilon_{mZ} \ \varepsilon_X \ \varepsilon_Y \ \varepsilon_Z \ \Delta A_X \ \Delta A_Y]^T$  为状态向量; $F(t)$  为状态转移矩阵,由惯导误差方程列写; $w(t)$  为噪声向量。

令  $\varphi_i$ 、 $\lambda_i$  为载体实际位置,  $vt_X$ 、 $vt_Y$  为载体实际速度,则惯导系统位置和速度可表示为:

$$\begin{cases} \varphi_1 = \varphi_i + \delta\varphi \\ \lambda_1 = \lambda_i + \delta\lambda \\ vt_{1X} = vt_X + \delta v_X \\ vt_{1Y} = vt_Y + \delta v_Y \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\varphi_1$ 、 $\lambda_1$  为惯导输出经纬度,  $vt_{1X}$ 、 $vt_{1Y}$  为惯导输出速度,  $\delta\varphi$ 、 $\delta\lambda$ 、 $\delta v_X$ 、 $\delta v_Y$  为惯导系统误差。

GPS 位置和速度可表示为:

$$\begin{cases} \varphi_G = \varphi_i - \frac{N_N}{R} \\ \lambda_G = \lambda_i - \frac{N_E}{R \cos\varphi} \\ vt_{GX} = vt_X - \delta v_{GX} \\ vt_{GY} = vt_Y - \delta v_{GY} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\varphi_G$ 、 $\lambda_G$  为惯导输出经纬度,  $vt_{GX}$ 、 $vt_{GY}$  为惯导输出速度,  $\delta v_{GX}$ 、 $\delta v_{GY}$  为 GPS 速度误差,  $N_E$ 、 $N_N$  分别为 GPS 在经度方向和纬度方向的距离误差,为简便计算,认为  $N_E$ 、 $N_N$  为白噪声,  $R$  为地球半径。

定义量测向量为:

$$Z = \begin{bmatrix} vt_{1X} - vt_{GX} \\ vt_{1Y} - vt_{GY} \\ (\varphi_1 - \varphi_G)R \\ (\lambda_1 - \lambda_G)R \cos\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta v_X \\ \delta v_Y \\ R \cdot \delta\varphi \\ R \cos\varphi \cdot \delta\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta v_{GX} \\ \delta v_{GY} \\ N_N \\ N_E \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式(10) 改写为量测方程形式,即:

$$Z = H(t)X(t) + V(t) \quad (12)$$

式中: $H =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \cos\varphi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{为量}$$

测矩阵,  $V = [\delta v_{GX}, \delta v_{GY}, N_N, N_E]^T$  为量测噪声向量。

对式(6) 进行离散化处理:

$$\Phi_{k,k-1} = e^{FT} \Big|_{t=(k-1)T} \approx \left\{ I + FT + \frac{F^2 T^2}{2!} + \frac{F^3 T^3}{3!} + \dots + \frac{F^n T^n}{n!} \right\} \quad (13)$$

$$B_{k,k-1} \approx \left\{ T I + \frac{FT^2}{2!} + \frac{F^2 T^3}{3!} + \dots + \frac{F^{n-1} T^n}{n!} \right\} \quad (14)$$

则离散化后的 Kalman 滤波模型为:

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + B_{k,k-1} w_k \\ Z_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (15)$$

### 3 滤波效能评估

#### 3.1 载体航线设定与仿真

设载体为舰船,航速 10kn,航迹如图 1 所示(横轴为经度,纵轴为纬度),包括正东向航行(航行时间 20min)、圆周航行(航行

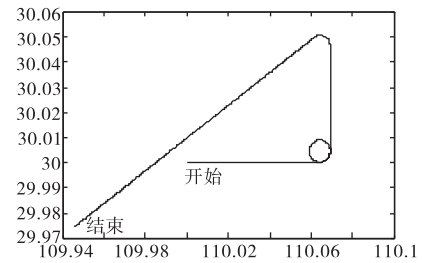


图 1 航线设定

时间 10min)、正北向航行(航行时间 15min)、西南向航行(航行时间 40min)4 个阶段。选用一低精度惯导,其等效陀螺漂移为  $0.1^\circ/h$ ,陀螺漂移相关时间为 1h,等效加速度计零位偏置为  $10^{-4}g$ ,平台的初始误差为  $\varphi_{x0} = 5'$ 、 $\varphi_{y0} = 5'$ 、 $\varphi_{z0} = 20'$ ,初始定位误差北向和东向均为 200m,初始速度误差为 1m/s, GPS 输出的位置误差北向和东向均为 35m,速度误差为 0.1m/s。

#### 3.2 Kalman 滤波均方误差效能评估

如图 2 所示,位置误差、速度误差和平台水平误差估计最快、效果好,经十几个滤波周期后即达到稳态;平台方位误差和东向、北向陀螺漂移估计效果不明显;对方位陀螺漂移和加速度计常值偏置没有估计效果。利用 Kalman 滤波均方根误差进行评估是常用的方法,但缺乏数值检验结果。

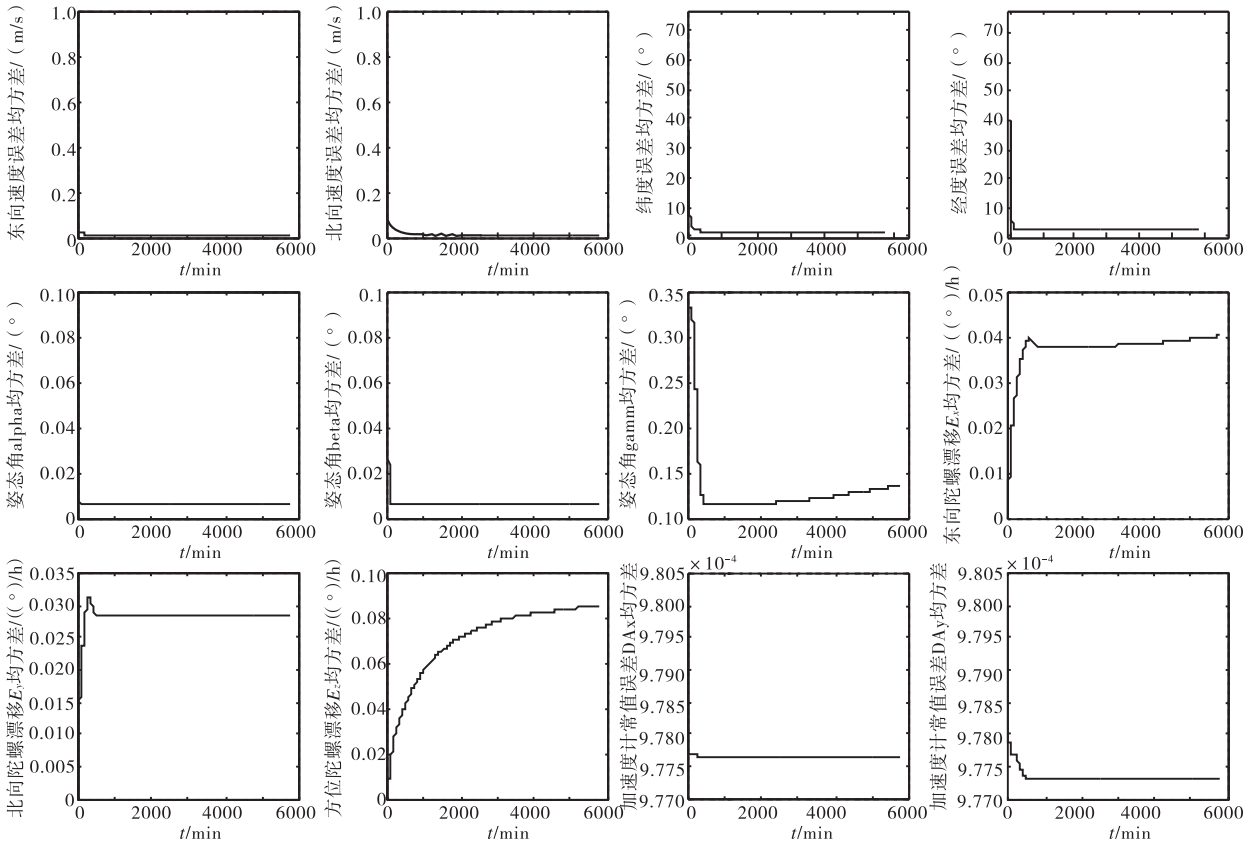


图 2 INS/GPS 组合系统均方根误差曲线

### 3.3 基于灰关联分析的滤波效能评估

基于上述分析,将灰关联分析应用于滤波效能评估,可弥补缺乏数值检验的不足。

#### 3.3.1 位置精度效能评估

设滤波周期为 1s。以位置、速度组合方式下位置滤波数据作为比较序列  $Y_1$ ,以惯导实际输出位置数据作为比较序列  $Y_2$ ,由于无法获得舰艇运动的实际参数,故将 GPS 输出位置作为“相对”真位置,将其作为参考序列  $X$ 。

由于惯导均为区间型指标,所以采用式(3)对比较序列和参考序列进行归一化的无量纲处理得  $\hat{Y}_1$ 、 $\hat{Y}_2$ 、 $\hat{X}$ 。由式(4)、式(5)分别计算关联系数和关联度。

经计算,经度  $\gamma(X, Y_1) = 98.747\%$ , 经度  $\gamma(X, Y_2) = 54.992\%$ , 则经度滤波精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 79\%$ , 即,滤波后精度较滤波前提高了 79%。同理,纬度  $\gamma(X, Y_1) = 99.051\%$ , 纬度  $\gamma(X, Y_2) = 61\%$ ,  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 60\%$ 。

结果表明,经滤波后位置数据的关联度远远高于滤波前的关联度,且滤波后位置精度得到较大提高。

#### 3.3.2 速度精度效能评估

比较序列和参考序列选取同 3.2,由计算可得,东向速度  $\gamma(X, Y_1) = 93.86\%$ , 东向速度  $\gamma(X, Y_2) =$

$70.82\%$ , 则东向速度精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 32.5\%$ , 即,滤波后精度较滤波前提高了 32.5%。同理,北向速度  $\gamma(X, Y_1) = 94.27\%$ , 北向速度  $\gamma(X, Y_2) = 61\%$ , 则北向速度精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 23.7\%$ 。

结果表明,经滤波后北向速度和东向速度序列的关联度远远高于滤波前关联度,且滤波后速度精度得到较大提高。

#### 3.3.3 姿态精度效能评估

以惯导仿真输出姿态值作为参考序列  $X$ ,以位置、速度组合方式下滤波姿态估计值作为比较序列  $Y_1$ ,为更好的描述精度效能,在此引入以位置组合方式下姿态滤波数据作为比较序列  $Y_2$ ,水平姿态角  $\alpha\gamma(X, Y_1) = 86.53\%$ , 水平姿态角  $\alpha\gamma(X, Y_2) = 85.78\%$ , 则水平姿态角  $\alpha$  精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 0.8\%$ , 即,两种组合方式对于水平姿态角  $\alpha$  的估计效能相当。同理,水平姿态角  $\beta\gamma(X, Y_1) = 85.40\%$ , 水平姿态角  $\beta\gamma(X, Y_2) = 85.20\%$ , 则水平姿态角  $\beta$  精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 0.23\%$ , 即,两种组合方式对水平姿态角  $\beta$  的估计效能相当。

不同(分别是 1.4mm、1.6mm、1.8mm),在具体工程设计时应将间隙范围控制在 1.4 ~ 1.8mm 之间,综合考虑使得导弹出筒姿态实现最优。

图 8 反映了风速对导弹偏航、俯仰、滚转姿态的影响。从图中可以看出,随着风速的增大,偏航、俯仰、滚转角速度均呈现非线性增加的趋势。当风速达到 9m/s 以后,偏航和俯仰角速度值较大,超过了指标范围,此时滚转角速度也有较大的增加。

#### 4 结论

运用多体动力学及发射动力学理论,在 Adams 中建立冷弹射系统刚柔耦合动力学模型。通过仿真得到了系统中各部件动力学响应情况和相关因素对导弹出筒姿态的影响情况,所测数据为武器系统设计提供了有价值的参考。结论如下:

1)综合系统动力学仿真分析结果,导弹的各项离筒动力学参数均在设计指标范围内,初步设计方案合

理可行。

2)导轨滑块配合间隙对导弹出筒姿态有一定的影响,设计时要充分考虑间隙值的选择,优化导弹离筒姿态。

3)风速对导弹出筒有较大的影响,应选择小于 9m/s 风速的环境遂行对空作战任务。

#### 参考文献:

[1] Kulesz, James J. MK 41 vertical launching system fleet application [J]. Naval Engineers Journal, 1985, 97(4):174 - 184.

[2] Ahn Kil-Young. A modeling of impact dynamics and its application to impact force prediction [J]. Journal of Mechanical Science and Technonogy, 2005, 19(1):422 - 428.

[3] 姚昌仁,张波. 火箭导弹发射装置设计[M]. 北京:北京理工大学出版社,1998.

[4] 李增刚. ADAMS 入门详解与实例[M]. 北京:国防工业出版社,2009.

(上接第 44 页)

方位角  $\gamma(X, Y_1) = 76.54\%$ , 方位角  $\gamma(X, Y_2) = 61.68\%$ , 则方位角精度效能为  $Q = [\gamma(X, Y_1) - \gamma(X, Y_2)] / \gamma(X, Y_2) \times 100\% = 24.1\%$ , 即位置、速度组合方式下方位角估计效能高于位置组合方式。

结果表明,两种组合方式下,水平姿态角估计结果相当且精度较高,而方位角估计精度明显低于水平姿态角;同时,速度、位置组合方式下,方位角估计精度优于位置组合方式下方位角估计精度。

以上数值检验表明,灰关联分析与图 2 中误差均方根误差曲线变化规律一致,弥补了缺乏数值检验结果的不足,故灰关联分析与图 2 可相互配合使用,有效地对组合导航系统进行滤波效能评估。

#### 4 结束语

均方根误差曲线缺乏数值检验结果,无法有效地对滤波效能进行评估。灰关联分析根据序列直接的关联度大小,可以定量判断两序列之间的关联程度,从而实现滤波序列效能评估,从数值角度给出了检验计算结果。结果表明,灰关联分析法可以有效地评估滤波效能,弥补了缺乏数值检验结果的不足,同时可与均方根误差曲线配合使用,具有较高的实用价值。

#### 参考文献:

[1] 陈永冰,钟斌. 惯性导航原理[M]. 北京:国防工业出版社,2007.

[2] 于堃,李琳,刘为任,等. 舰船惯性导航系统海上无阻尼状态的校准[J]. 中国惯性技术学报,2008,16(6):638 - 642.

[3] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2003.

[4] 房建成,申功勋,万德钧,等. GPS/DR 组合导航系统自适应扩展 Kalman 滤波模型的建立[J]. 控制理论与应用,1998,15(3):385 - 390.

[5] 高亚楠,陈家斌. 惯性导航系统中的 Kalman 滤波技术[J]. 火力与指挥控制,2005(2):1 - 4.

[6] 秦永元,张洪钺,汪淑华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,1998.

[7] Li Ming ping, Zhou Bin. Grey relational significance analysis of medical experimental information [J]. The Journal of Grey System, 1998, 10(4):341 - 350.

[8] Deng Ju-long. Intoduction to grey system theory [J]. The Journal of Grey System, 1989, 1(1):1 - 24.

[9] 邓聚龙. 灰预测与灰决策[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002.