

文章编号: 1003-207(2012)05-0007-09

基于多分形理论的动态 VaR 预测模型研究

魏 宇

(西南交通大学经济管理学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 经济物理学(econophysics)的大量研究表明,金融市场的波动具有复杂的多分形(multifractal)特征,因此准确地测度和预测市场波动,对金融风险管理工作的意义重大。在已有多分形波动率(multifractal volatility)测度及其模型应用基础上,以上证综指 10 年的高频数据为对象,提出了基于多分形波动率的样本外动态风险价值(out-of-sample dynamic VaR)预测法。通过两种规范的后验分析(backtesting)结果表明,与 8 种主流的线性和非线性 GARCH 族模型相比,在高风险水平上,基于多分形波动率测度的 VaR 模型明显具有更高的样本外动态风险预测精度。

关键词: 多分形;波动率;样本外动态风险价值;预测;Backtesting

中图分类号: F224 **文献标识码:** A

1 引言

金融市场中时时出现的大幅波动和极端风险状况使得人们无法用传统的金融学理论对其加以解释。无论从哪个角度来看,金融市场都是一个复杂的非线性系统。20 世纪九十年代后,一些物理学家开始运用复杂科学丰富的非线性分析工具对金融市场的极端波动现象进行了大胆的探索。在这类被称为经济物理学(econophysics)的研究中,学者们反复发现,无论是成熟资本市场还是新兴资本市场的价格波动都具有明显的多分形(multifractal)特征^[1]。

由于传统的金融理论无法对现实金融市场的各种异常波动现象进行合理的解释,分形理论之父 Mandelbrot^[2]在一系列的重要发表中指出:分形市场分析,特别是多分形分析(multifractal analysis)可以用简单方法提炼出很多市场波动的重要统计信息,进而可以改进传统研究方法对资产定价、风险测度以及投资组合配置的实际效果。正是由于多分形是被用来刻画复杂对象非均匀和各向异性特征的有力工具,因此近年来,经济物理学的研究工作者们就开始尝试运用多分形理论来刻画金融市场中一系列

的复杂波动行为了^[1,3]。比方说,很多国外学者的研究发现,股价指数、汇率、商品市场、交易量以及石油价格等经济变量都具有明显的多分形特性^[4-6]。近年来,在对中国市场的类似研究中,很多学者同样证实了多分形现象的普遍性^[7-14]。因此,正如 Faruk 等^[15]指出的那样,金融市场中多分形现象的普遍存在,表明了现有主流波动率研究中的众多统计推论也许并不具有广泛的代表性。因此,上述这些已有的工作积累都为我们下一步运用多分形理论来进行金融市场的波动率测度和金融风险研究提供了坚实的理论和实证依据。

就目前有关金融市场的多分形研究来看,学者们主要关注的是市场分形结构和市场效率的相关检验。但是,如何利用多分形分析产生的丰富定量统计信息来为更加精确的市场波动率和风险测度建模,仍然鲜有创新。最近,魏宇^[16]提出了一种基于多分形理论的日波动率测度方法和模型。在此基础上,魏宇^[17]进一步提出了基于这种多分形波动率(multifractal volatility)的样本内(in-sample) VaR 测度方法,并与 5 种常见的 GARCH 族模型(即 RiskMetrics、GARCH、IGARCH、GJR 和 EGARCH)进行了 VaR 测度精度的对比后验分析(backtesting)。他们的实证结果表明,与 5 种常见的 GARCH 族模型相比,在高风险水平上,基于多分形波动率测度的 VaR 模型更好的样本内风险测度精度。

值得一提的是,为了纪念 2003 年诺贝尔经济学奖得主之一的 Granger 教授对时间序列预测方法所

收稿日期:2011-04-24;修订日期:2012-07-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70771097,71071131,71090402);教育部创新团队发展计划(PCSI0860);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(SWJTU11ZT30,SWJTU11CX137)

作者简介:魏宇(1975-),男(汉族),四川攀枝花人,西南交通大学经济管理学院金融系,管理学博士,教授,博士生导师,研究方向:金融风险、金融复杂性。

作出的杰出贡献,Journal of Econometrics 专门在 2006 年的第 135 卷作了一期该研究领域的专刊。在该期编辑的卷首语中写到,Granger 教授最重要的贡献之一就是,他指出了对计量模型优劣的判断不是看其在样本内对数据拟合的好坏,而是要看其样本外的预测能力^[18]。Ashely 等^[19],Lo 等^[20],Foster 等^[21]的研究都表明,样本内(in-sample)拟合优度的检验往往会受到数据挖掘偏误(data mining bias)的影响,而样本外(out-of-sample)的滚动预测法则可以规避此类偏误所造成的问题。因此,Ashely 等^[19]指出,仅仅依靠样本内拟合的结果来推断计量模型优劣的作法是很危险的,那些没有经过样本外预测验证的样本内检验结论往往是虚假的(spurious)。因此,在判断计量模型的优劣时,一个有根据和自然的作法就是依据其样本外的预测能力表现。

因此,魏宇^[17]提出的样本内 VaR 测度方法并不能给出多分形方法优越性的充分证据。基于以上认识,本文在以下三方面进行了有益的扩展:首先,我们运用了更长时间段的数据来检验多分形 VaR 模型的稳健性;其次,与魏宇^[17]采用的样本内 VaR 测度不同,本文进行的是样本外的动态 VaR 预测分析。因此,本文提出的基于多分形波动率的样本外 VaR 预测模型具有更好的实际应用可能性;最后,我们扩大了与多分形模型进行对比的 GARCH 族模型范围。具体来讲,本文增加了三种能够描述金融市场波动长记忆(long memory)特征的 GARCH 族模型(FIGARCH、FIAPARCH 和 HYGARCH),而魏宇^[17]中采用的各种 GARCH 模型都无法描述波动的长记忆特征。因此,总的来说,本文扩展并进一步验证了魏宇^[17]的研究方法和结论,并且提出了基于多分形理论的更具实用性的样本外 VaR 预测方法,可以为金融风险管理提供一种新的研究视角。

论文结构安排如下:第 1 部分是对实证研究的高频数据样本进行说明;第 2 部分是对上证综指的多分形谱分析以及多分形波动率测度方法的运用和建模;第 3 部分介绍了文中用于对比检验的几种线性和非线性 GARCH 族模型;第 4 部分是各类波动率模型的 VaR 计算方法及其后验分析(backtesting)过程;第 5 部分是我们的实证结果;最后是论文的主要结论和进一步的研究方向。

2 数据样本说明

本文研究的数据样本为上证综指(SSEC)从

1999 年 1 月 19 日到 2009 年 4 月 14 日的每 5 分钟高频数据(共 $N=2465$ 个交易日),记为 $I_{t,d}$, $t=1, 2, \dots, N, d=1, 2, \dots, 48$,其中 $I_{t,48}$ 表示第 t 天的收盘价,数据来源于“北京大学中国经济研究中心(CCER)股票市场高频数据库”。上海证券交易所每个交易日 9:30 分开盘,到 11:30 分中午休市,然后 13:00 开盘,到 15:00 全天收盘,每天共有 4 个小时(即 240 分钟)连续竞价交易时间,因此,采用每 5 分钟记录一个数据的方法,每天可以产生 48 个高频股价记录,样本总体的高频数据量为 118,320 个。

文中第 t 天的日收益率(daily return) R_t 则用相邻两个交易日的收盘价计算如下:

$$R_t = 100(\ln I_{t,48} - \ln I_{t-1,48}) \quad (1)$$

3 多分形谱分析以及多分形波动率的测度和建模

与主流的实现波动率(realized volatility)测度不同的是,多分形波动率测度(multifractal volatility, MFV)的构建并非基于高频收益数据,而是基于高频股价数据 $I_{t,d}$ 本身。即首先通过一天当中的高频股价数据来计算当天的市场波动多分形谱(multifractal spectrum, 记为 $f(\alpha)$),再从多分形谱 $f(\alpha)$ 中计算 MFV,限于篇幅,具体计算过程参见魏宇^[16-17]的描述。

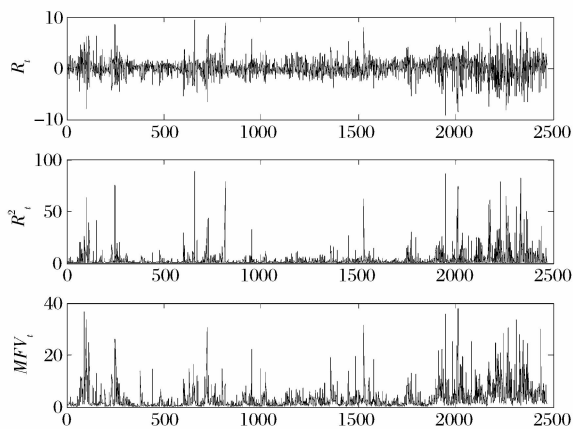


图 1 上证综指的收益率、收益率平方及 MFV 波动率估计

图 1 是根据魏宇^[16-17]定义计算得到的从 1999 年 1 月 19 日到 2009 年 4 月 14 日(共 $N=2465$ 个交易日)的上证综指日收益率序列 R_t 、收益率平方序列 R_t^2 以及对应的多分形波动率测度序列 MFV_t 的时序图。表 1 则是对上述 3 个序列的描述性统计结果。

表 1 相关序列的描述性统计

	R_t	R_t^2	MFV_t
Mean	0.032	3.008	3.008
Standard deviation	1.734	7.362	4.151
Skewness	0.024	6.165***	3.456***
Kurtosis	4.000***	49.928***	16.320***
J-B	1643***	271644***	32261***
Q(5)	17.783***	198.168***	1479.159***
Q(10)	26.589***	349.847***	2248.878***
Q(20)	56.092***	534.785***	3654.769***
ADF	-10.811***	-8.440***	-5.405***
P-P	-49.372***	-47.333***	-41.337***

注:***表示在1%水平上显著,其中峰态系数 Kurtosis 为超额峰态,J-B 为 Jarque-Bera 统计量,Q(n)为滞后阶数为 n 的 Ljung-Box Q 统计量,ADF 和 P-P 分别是以最小 AIC 准则确定最优检验滞后阶数后得到的 Augmented Dickey-Fuller 单位根检验以及 Phillips-Perron 单位根检验结果。

从表 1 中可以看到,收益率平方序列 R_t^2 以及对应的 MFV_t 序列都表现出显著的“有偏”(skewed)和“尖峰”(leptokurtic)形态,且在滞后 5、10 和 20 天的时间范围之内,都具有明显的自相关特征。因此,可以认为传统研究中被用作日波动率测度方法之一的 R_t^2 以及我们提出的多分形波动率测度(MFV_t)序列中都存在着非常显著的长记忆(long memory)特征^[22]。另外,表中根据最小 AIC 准则确定最优检验滞后阶数的 Augmented Dickey-Fuller 单位根检验以及 Phillips-Perron 单位根检验结果表明,各序列都显著拒绝了存在单位根的原假设。因此,我们认为各个序列都是平稳(stationary)时间序列,进而可以直接作下一步的分析和计量建模。

进一步来说,Andersen 等^[23]的研究指出,用普通的自回归移动平均模型(ARMA)将无法准确地描述具有长记忆性(long memory)的时间序列特征。因此,他们建议采用“自回归分整移动平均(ARFIMA)模型”来刻画这类具有长期记忆性时序的动力学特征。同时,考虑到不同滞后阶数的 ARFIMA(p, d, q)模型对时间序列的估计结果非常接近^[22],在后面的实证研究中,我们采用和魏宇^[17]相同的 ARFIMA(1, d , 1)模型来为 MFV_t 序列建模,以下简称 ARFIMA-MFV。这里,ARFIMA(p, d, q)模型的一般形式为:

$$\Phi(L)(1-L)^d(Y_t - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (2)$$

其中, Y_t 是待建模的时间序列(文中指 MFV_t 序列), $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p$, $\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q$ 分别为自回归滞后 p 阶算子以及移动平均滞后 q 阶算子, L 为滞后算子,

$(1-L)^d$ 为分数差分算子, μ 是 Y_t 的均值,同时假定 $\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$ 。

4 线性和非线性 GARCH 族模型

GARCH 族模型是目前金融计量研究当中运用最为广泛的波动率模型之一,该模型假定金融资产的(日)收益率满足以下的离散形式^[22]:

$$R_t = \mu_t + \varepsilon_t = \mu_t + \sigma_t z_t \quad (3)$$

其中 μ_t 是收益波动的条件均值(conditional mean), σ_t^2 是条件方差(conditional variance),而假定新量(innovation) z_t 满足: $z_t \sim NID(0, 1)$ (限于篇幅,我们这里只讨论了假定新量 z_t 服从正态分布的情况,当然还可以推广到假定其服从具有胖尾特征的学生 t 分布或者广义误差分布 GED 等的情况)。同时由于收益率的条件均值一般很小,因此在我们的实证研究当中假定其为零^[17,22]。

GARCH 族模型假定日收益率波动的条件方差 σ_t^2 是可以直接观测到的(observable),其中最常见 GARCH(1,1)模型则假定条件方差满足以下形式:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (4)$$

随后为了将金融市场的其它很多典型事实(stylized facts)纳入 GARCH 模型的理论框架(如波动的非对称杠杆效应等)^[24],一些学者又发展出了许多其它类型的非线性 GARCH 族模型。下面是本文所要考察的其它几种在金融计量研究中常见的非线性 GARCH 族模型^[25-26]:

$$\text{GJR}(1,1):$$

$$\sigma_t^2 = \omega + [\alpha + \gamma I(\varepsilon_{t-1} > 0)]\varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (5)$$

其中, $I(\cdot)$ 是一个指示函数(Indicator function),即当 (\cdot) 中的条件成立时,其取值为 1,否则取值为 0。

$$\text{EGARCH}(1,1):$$

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha z_{t-1} + \gamma(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}|) + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (6)$$

$$\text{APARCH}(1,1):$$

$$\sigma_t^\delta = \omega + \alpha(|\varepsilon_{t-1}| - \gamma \varepsilon_{t-1})^\delta + \beta \sigma_{t-1}^\delta \quad (7)$$

$$\text{FIGARCH}(1, d, 1):$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta \sigma_{t-1}^2 + [1 - (1 - \beta L)^{-1}(1 - \phi L)(1 - L)^d]\varepsilon_t^2 \quad (8)$$

$$\text{FIAPARCH}(1, d, 1):$$

$$\sigma_t^\delta = \omega(1 - \beta)^{-1} + [1 - (1 - \beta L)^{-1}(1 - \phi L)(1 - L)^d](|\varepsilon_t| - \gamma \varepsilon_t)^\delta \quad (9)$$

$$\text{HYGARCH}(1, d, 1):$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \{1 - [1 - \beta L]^{-1} \phi L\} \{1 + k[(1 - L)^d -$$

$$1] \}} \epsilon_t^2 \tag{10}$$

上述模型中的 $\omega, \alpha, \beta, \gamma, \delta, \phi$ 以及 d 都是未知参数, 需要通过极大似然方法对其进行估计和相应的检验。限于篇幅, 这些参数的具体经济学含义可以参见 Hansen 等^[25]、龚锐等^[26] 和其它相关金融计量教科书的讨论。另外, 在金融风险管理实务界也经常采用 RiskMetrics 模型对条件方差进行建模, 其定义为 $\sigma_t^2 = 0.06\epsilon_{t-1}^2 + 0.94\sigma_{t-1}^2$ 。综上, 本文总共要考察 8 种常见的线性和非线性 GARCH 族模型(即 RiskMetrics、GARCH、GJR、EGARCH、APARCH、FIGARCH、FIAPARCH 和 HYGARCH), 并用它们来与我们前面提出的 ARFIMA-MFV 模型进行对比检验。

5 样本外动态 VaR 的预测方法及其 Backtesting 检验说明

5.1 滚动时间窗的样本外动态 VaR 计算方法

这里首先运用滚动时间窗(rolling time windows)的样本外(out-of-sample)预测法, 利用上述各种波动率模型来预测收益率的样本外条件波动率(σ_t), 进而得到其样本外的动态 VaR 预测, 具体步骤如下:

(1) 将样本总体($t=1, 2, \dots, N=2465$)划分为“估计样本”(sample for estimation)和“预测样本”(sample for predicting)两部分。其中, 本文选取的预测样本区间为 2006 年 9 月 1 日~2009 年 4 月 14 日, 即总体样本的最后 635 个交易日数据。而估计样本固定包含其紧前的 1830 个交易日数据;

(2) 第一步, 选取 $t=1, 2, \dots, 1830$ 的数据作为第一个估计样本, 分别对上述各种波动模型进行参数估计。在此估计基础之上, 获得样本外未来 1 天的条件波动率估计 σ_t , 进而得到未来 1 天的动态 VaR 预测。也就是说, 第 1 个样本外的 VaR 预测值是在紧前 1830 个数据的基础上对第 1831 天的市场风险估计;

(3) 第二步, 保持估计样本的时间长度不变(1830 天), 将估计样本区间向后平行移动 1 天, 即第 2 次我们选取的是 $t=2, 3, \dots, 1831$ 的数据作为新的估计样本, 然后重新估计各类波动率模型的参数, 并在此新的估计基础上获得未来 1 天的 VaR 预测, 即第 1832 天的市场风险估计;

(4) 同理, 不断重复步骤(3), 我们可以得到从第 1833, 1834, ... 直到预测区间最后 1 天的动态 VaR 预测值。

简言之, 对前面讨论的 9 种波动率模型(即 RiskMetrics、GARCH、GJR、EGARCH、APARCH、FIGARCH、FIAPARCH、HYGARCH 以及 ARFIMA-MFV), 在某一分位数水平上, 我们都重复进行了共 $635 \times 9 = 5715$ 次不同的模型估计, 从而每个模型都获得了 635 个未来 1 天的样本外 VaR 预测。

我们进一步的考虑是, 由于实际金融市场的波动一般都有非对称性, 因此金融资产的多头头寸(long position)和空头头寸(short position)将会面临显著不同的风险状况^[24]。有鉴于此, 文中定义多头头寸的动态 VaR 为(即考察收益分布的左尾风险状况):

$$VaR_t = \mu_t + z_p \sigma_t \tag{11}$$

同理, 定义空头头寸的动态 VaR 为(即考察收益分布的右尾风险状况):

$$VaR_t = \mu_t + z_{1-p} \sigma_t \tag{12}$$

其中对条件均值 μ_t 和条件波动率 σ_t 的说明与公式(3)相同, 而 z_p 和 z_{1-p} 分别是某一分布假定下的左尾和右尾 p 分位数(限于篇幅, 我们这里只考虑了正态分布的情况, 当然还可以推广到假定其服从具有胖尾特征的学生 t 分布或者广义误差分布 GED 等的情况)。同时, 为了增强研究结论的可靠性, 在后面的 Backtesting 检验中, 我们分别考察了 5%、2.5%、1%、0.5% 和 0.25% 这 5 个不同 p 分位数上的 VaR 预测精度。

5.2 Backtesting I — Kupiec LR 检验

为了检验上述各类波动率模型的样本外动态 VaR 预测精度, Kupiec^[27] 提出了一种 VaR 失败率(failure rate)的似然比(LR)检验法。举例来说, 如果我们计算得到了在 5% 分位数水平上的 1000 个动态 VaR 预测值, 那么我们将预期: 在这段时间当中, 实际收益率超过所计算的 VaR 的次数应该大约是 $1000 \times 5\% = 50$ 次左右。如果实际收益率超过 VaR 的次数远大于或者远小于 50 次的话, 则都说明用于计算该 VaR 的波动率模型是不准确的。

以多头 VaR 为例, 为了进行其 Kupiec LR 检验, 首先需要定义以下的“碰撞序列”(hit sequence) Hit_t :

$$Hit_t = \begin{cases} 1, & \text{if } R_t < -VaR_t \\ 0, & \text{if } R_t \geq -VaR_t \end{cases} \tag{13}$$

它表示的是, 如果 t 时刻的实际收益率超出所估计的 t 时刻的 VaR 的话, 那么该序列 t 时刻的取值为 1, 否则为 0。

如果用于计算 p 分位数水平 VaR 的波动模型

是足够准确的话,则该“碰撞序列”应该服从概率为 p 的贝努利(Bernoulli)分布,即可以定义如下的零假设:

$$H_0: Hit_t \sim Bernoulli(p) \quad (14)$$

依据概率论知识,我们可以写出一个 Bernoulli (p) 分布的似然函数 $L(p)$:

$$L(p) = \prod_{i=1}^T (1-p)^{1-Hit_i} p^{Hit_i} = (1-p)^{T_0} p^{T_1} \quad (15)$$

其中 T 为碰撞序列总长度, T_1 是序列当中取值为 1 的发生个数总和, T_0 是序列当中取值为 0 的发生个数总和。

Kupiec^[27]表明,如果(14)式所示的零假设是正确的话,则可以证明以下的似然函数比(LR)满足:

$$LR = -2 \ln \{ (1-p)^{T_0} p^{T_1} / [(1-T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1}] \} \sim \chi_1^2 \quad (16)$$

这也就是说,在分位数水平 p 上,如果所计算的 LR 检验值大于该水平上自由度为 1 的 χ^2 分布的临界值的话,则我们应该拒绝原假设 H_0 ;反之,则应该接受原假设,即认为所采用的波动率模型是足够准确的。

进一步来讲,为了定量比较不同波动模型对 VaR 的预测精度,我们在考虑拒绝还是接受原假设 H_0 时,所采用的定量判断标准是对比相应 Kupiec LR 检验的 P 值(P-value,这里采用大写、粗体的 P-value 表示,主要是为了与分位数水平 p 相区别)。也就是说,如果某一波动率模型得到的 Kupiec LR 检验的 P 值越大,则说明我们越不能拒绝原假设 H_0 ,即表明该波动率模型的 VaR 预测精度越高。

5.3 Backtesting II — Dynamic quantile regression 检验

最近,Engle 等^[28]的研究进一步指出,在检验 VaR 的预测精度时,除了要考察 VaR 的失败率(即上面的 Kupiec LR 检验)以外,还应该联合考察发生 VaR 失败的观测值之间是否具有相关性。如果 VaR 失败观测值之间具有明显的相关性,那么对金融机构来讲,就很有可能会发生连续超过 VaR 的金融损失冲击,这显然是我们不愿意看到的。因此,合适的波动率模型所计算的 VaR 失败观测值之间还应该不具有明显的相关性。为了同时进行 VaR 失败率检验和不具有相关性检验的联合假设检验(joint test),Engle 等^[28]提出了一种名为动态分位数回归(dynamic quantile regression)的检验方法,

即:

首先进行以下的人造回归(artificial regression): $Hit_t = X\lambda + \varepsilon_t$,其中 X 是一个 $T \times K$ 矩阵,其第 1 列是一个所有元素为 1 的列向量,随后的 q 列分别是取值为 $Hit_{t-1}, Hit_{t-2}, \dots, Hit_{t-q}$ 的列向量,最后的 $K-q-1$ 列是附加的解释变量(包括所预测的 VaR 序列本身)。Engle 等^[28]证明了,要进行碰撞序列 Hit_t 同时符合失败率准确和不具有相关性的零假设联合检验的话,则动态分位数检验统计量(dynamic quantile test statistic)应该满足: $(\hat{\lambda}^T X^T X \hat{\lambda}) / p(1-p) \sim \chi_k^2$,即该检验统计服从自由度为 K 的 χ^2 分布。在后面的实证研究中,我们选择 $q=5$ 和 $K=7$,作为动态分位数回归检验参数选择的标准,即取 q 等于 5 个交易日(1 个交易周)的时间来作为相关性检验的期限。

6 实证结果

6.1 模型估计结果

表 2 是在全样本区间上(1999 年 1 月 19 日到 2009 年 4 月 14 日)的各类波动率模型估计结果。由于 RiskMetrics 模型的参数是事前固定的,因此表中没有报告。同时,表中下半部分是对模型估计残差序列的相关诊断检验(diagnostic test)结果:

从表 2 上半部分报告的标准差可以看出,几乎所有波动模型的参数估计都统计显著。同时诊断检验结果显示,各类模型对数据的拟合能力并无显著差异,各类模型都较好地刻画了条件波动的异方差性(Q²(20)以及 ARCH(20)无法拒绝无异方差性的原假设),但原始残差序列中仍然存在较为显著的自相关性(Q(20)检验显著拒绝无自相关性的原假设)。但这里需要强调的是,由于本文探讨的是各类模型的样本外预测能力,因此这里展示的全样本估计结果只能提供一些模型拟合优劣的粗略判断,其分析结论并非本文的关键问题所在。

6.2 后验分析结果

为了清晰起见,图 3 展示了其中两种波动率模型的前 200 个滚动时间窗的样本外 VaR 预测结果(多头 VaR,分位数水平取为 5%)。它们分别是 GARCH(1,1)模型(图中用实线表示)和 ARFIMA-MFV 模型(图中用虚线表示),而收益率的负值则用带点头的竖线表示。

表 3 和表 4 分别是相关模型 VaR 预测精度的 Kupiec LR 检验和动态分位数回归检验结果。

表 2 各类波动率模型的估计结果

	GARCH	GJR	EGARCH	APARCH	FIGARCH	FIAPARCH	HYGARCH	ARFIMA-MFV
ω	0.041 (0.016)	0.041 (0.015)	1.477 (0.295)	0.026 (0.007)	0.086 (0.029)	0.036 (0.017)	0.074 (0.038)	ϕ_1 (0.184)
α	0.111 (0.022)	0.078 (0.017)	0.339 (0.480)	0.115 (0.012)				θ_1 (0.200)
β	0.883 (0.022)	0.885 (0.020)	0.978 (0.008)	0.899 (0.011)	0.615 (0.110)	0.892 (0.045)	0.585 (0.123)	d (0.036)
γ		0.064 (0.024)	0.173 (0.059)	0.194 (0.048)		0.206 (0.051)		σ_ϵ^2 12.496
δ				0.849 (0.156)		0.645 (0.144)		
ϕ					0.129 (0.054)	-0.045 (0.063)	0.128 (0.060)	
d					0.580 (0.101)	1.015 (0.104)	0.543 (0.116)	
$\ln L$	-4544.69	-4536.11	-4519.68	-4519.56	-4542.38	-4521.11	-4542.25	-6610.93
AIC	3.690	3.364	3.671	3.671	3.689	3.673	3.689	5.367
Q(20)	50.177 [0.000]	53.273 [0.000]	52.776 [0.000]	51.951 [0.000]	50.881 [0.000]	52.376 [0.000]	50.965 [0.000]	31.983 [0.043]
Q ² (20)	10.498 [0.914]	8.275 [0.974]	8.433 [0.971]	8.709 [0.966]	9.837 [0.937]	9.008 [0.960]	10.202 [0.925]	9.676 [0.924]
ARCH(20)	0.541 [0.950]	0.425 [0.988]	0.431 [0.987]	0.436 [0.986]	0.498 [0.969]	0.459 [0.980]	0.515 [0.961]	0.489 [0.970]

注:表中数字为各类模型的参数估计结果,数字下方的圆括号中是估计的标准误差。 $\ln L$ 是模型估计的对数极大似然函数值,AIC是平均赤池信息,Q(20)和Q²(20)分别是残差序列以及残差平方序列滞后20期的Ljung-Box Q统计量,ARCH(20)是滞后20期的无异方差性检验统计量,其下方的方括号中是对应检验的P值。

表 3 VaR 失败率的 Kupiec LR 检验结果

p	多头 VaR					空头 VaR				
	5%	2.5%	1%	0.5%	0.25%	5%	2.5%	1%	0.5%	0.25%
RiskMetrics	0.106	0.003	0.020	0.002	0.000	0.486	0.313	0.093	0.157	0.030
GARCH	0.023	0.000	0.000	0.001	0.000	0.964	0.822	0.093	0.157	0.318
GJR	0.051	0.000	0.000	0.002	0.000	0.890	0.822	0.045	0.157	0.318
EGARCH	0.051	0.000	0.003	0.002	0.002	0.821	0.777	0.008	0.023	0.031
APARCH	0.075	0.000	0.008	0.001	0.000	0.821	0.597	0.093	0.064	0.007
FIGARCH	0.023	0.001	0.001	0.023	0.002	0.964	0.777	0.179	0.023	0.108
FIAPARCH	0.051	0.000	0.000	0.001	0.000	0.351	0.777	0.008	0.007	0.007
HYGARCH	0.035	0.000	0.000	0.002	0.000	0.821	0.777	0.179	0.064	0.108
ARFIMA-MFV	0.269	0.054	0.093	0.344	0.108	0.095	0.057	0.888	0.921	0.616

注:表中数据为 Kupiec LR 失败率检验的 P 值。P 值越大,表明该波动率模型计算的 VaR 精确度越高。表中粗体加下划线数字表示的是在某一分位数水平上的最大 P 值。

表 4 VaR 的动态分位数回归(Dynamic quantile regression)检验结果

p	多头 VaR					空头 VaR				
	5%	2.5%	1%	0.5%	0.25%	5%	2.5%	1%	0.5%	0.25%
RiskMetrics	0.194	0.000	0.000	0.000	0.000	0.083	0.216	0.003	0.676	0.221
GARCH	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.410	0.753	0.615	0.784	0.967
GJR	0.010	0.000	0.000	0.000	0.000	0.136	0.495	0.011	0.001	0.938
EGARCH	0.147	0.000	0.000	0.000	0.000	0.177	0.840	0.003	0.227	0.299
APARCH	0.207	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.600	0.010	0.594	0.058
FIGARCH	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.586	0.596	0.811	0.269	0.622
FIAPARCH	0.235	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.648	0.002	0.016	0.057
HYGARCH	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.538	0.627	0.825	0.489	0.640
ARFIMA-MFV	0.392	0.544	0.000	0.794	0.533	0.462	0.213	0.002	0.801	0.999

注:表中数据为 VaR 失败率检验和无相关性检验的联合动态分位数回归检验的 P 值。P 值越大,表明该波动率模型计算的 VaR 精确度越高。表中粗体加下划线数字表示的是在某一分位数水平上的最大 P 值。

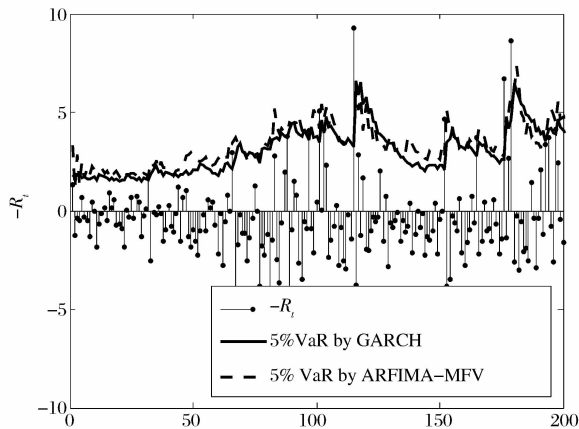


图 3 样本外前 200 个动态 VaR 预测图

表中结果显示:

(1)从两种检验结果的第 1~8 行可以看出,与国内大多数研究的样本内(in-the-sample)VaR 检验结果不同^[26],我们的研究发现,总体来讲各类线性和非线性 GARCH 族模型,并未表现出良好的样本外预测能力。特别是对多头 VaR 而言,各种 GARCH 模型的样本外预测精度都差强人意(大多数多头 VaR 检验的 P 值都接近或等于 0)。因此这一发现提示我们,即使在样本内表现优异^[26],但在进行样本外的波动率和风险预测时,对上述常用的各类 GARCH 族模型仍需仔细检查,谨慎使用。

(2)进一步在 GARCH 族模型内部的比较可以发现,各组检验 1~8 行的 P 值大小显示:普通的 GARCH(1,1)模型在大多数情况下也获得了较好的样本外 VaR 预测精度。特别是在表 3 的总共 10 个分位数水平上,普通的 GARCH(1,1)模型获得了 2 个最优的预测精度(空头 5% 和 2.5% 水平)。这一现象在表 4 的动态分位数回归检验中同样有所体现(如表 4 空头 VaR 的各分位数水平所示)。这一发现也提示我们,在进行样本外的风险预测时,与复杂的非线性 GARCH 模型相比,简单的线性 GARCH 模型应该也是一个足够精确的选择。

然而,需要指出的是,国内外学者在对比不同 GARCH 类模型的波动率以及风险预测精度领域也开展了不少的相关研究。但是,究竟是简单的线性 GARCH 模型还是复杂的非线性 GARCH 类模型更好,并没有得到统一的结论。举例来说,在波动率预测领域,Hansen 等^[25]以德国马克对美元汇率以及 IBM 公司股票收益为样本,对比了 330 种不同 GARCH 类模型的样本外波动率预测精度。他们的研究表明,简单的 GARCH(1,1)模型具有更好的预

测效果。相反的是,Kang 等^[29]探讨了原油市场的 GARCH 类模型波动率预测效果。他们的研究却发现非线性的 CGARCH 和 FIGARCH 模型具有更好的波动率预测精度。最近,Wei 等^[30]同样对原油市场的波动率模型进行了考察。他们的研究发现,没有哪一种 GARCH 类模型能在不同的损失函数和预测区间上取得一致的最优预测效果。各种 GARCH 类模型在不同的市场、不同的损失函数和不同的预测区间上,具有不同的预测精度。另一方面,在 VaR 预测领域,Angelidis 等^[31]以 5 个股价指数为样本,探讨了多种 GARCH 类模型对未来一天的 VaR 预测精度。他们的研究发现,没有哪一种 GARCH 类模型能在不同的指数组合或者单个指数 VaR 预测上取得一致的最优结果。So 等^[32]对 15 个股价指数和 6 个汇率价格的 VaR 预测研究也得到了与 Angelidis 等^[31]类似的结论。因此,在我们研究的上证综指样本中,虽然发现简单的线性 GARCH 模型具有比复杂的非线性 GARCH 模型更好的 VaR 预测精度,但这一结论仅限于本文的研究对象。对不同的市场和数据,这一结论并不具有外部有效性。

(3)从两种检验表的结果第 9 行结果可以看出:我们提出的基于多分形理论的 ARFIMA-MFV 模型获得了比各类 GARCH 族模型显著优异的样本外风险预测精度。具体来说,在表 3 和表 4 的共 20 个分位数水平上,ARFIMA-MFV 模型总共获得了 14 次最优风险预测精度。更加难能可贵的是,在两表中的高风险水平上(表中 0.5% 和 0.25% 分位数水平),ARFIMA-MFV 模型全部展示出了最高的 VaR 测度精度。且与 GARCH 族模型相比,大大提升了其样本外多头 VaR 的预测精度。

综上,在高分位数水平上(即高风险水平上),ARFIMA-MFV 模型展现出的显著优越性表明,多分形波动率测度确实对金融市场的大幅波动具有更加真实的刻画能力。其优异的样本外 VaR 预测精度再次验证了魏宇^[17]的基于样本内检验的结论,并且在更长的时间样本区间和更多的对比模型之下,ARFIMA-MFV 模型的稳健性也得到了进一步肯定。这一可贵特性对我们更加深入、全面地把握金融市场的定量波动特征,进而增强对市场极端风险的刻画和预测能力,都具有重要的理论和现实意义。

7 结语

近年来,金融复杂性的研究不断发现,各国金融

市场都展现出复杂的多分形特征^[33]。本文以上证综指长达 10 年时间的高频数据为实证样本,运用了一种基于多分形谱分析的市场波动率测度(MFV)方法及其 ARFIMA 时序动力学模型^[16-17],并进一步探讨了该模型在样本外动态 VaR 预测中的实际运用。我们通过似然比检验和动态分位数回归检验,实证对比了 MFV 模型与常见几类线性和非线性 GARCH 族模型的样本外动态 VaR 预测精度。主要实证结果显示,在中国股票市场这样的新兴资本市场中,股价波动具有明显的多分形特征,且在高风险水平上,本文提出的 ARFIMA-MFV 模型具有比几种常见 GARCH 族模型显著优异的样本外风险预测精度。

当然,本文还存在着一些明显的不足之处。比方说,Jiang 等^[34]的研究表明,上证指数真实时间序列的奇异性强度与随机序列的奇异性强度相差无几,因此上证指数本身并不具有多分形特性。同时,用价格序列来构建多分形的概率测度方法也许并不合适。从这一结果来看,本文采用基于价格序列的多分形分析方法及其实证结论的稳健性值得深入探究。但无论如何,金融市场多分形波动特征的发现及其进一步的探讨,对于更加深入和全面的市场波动率刻画以及金融风险的定量描述和预测,进而为金融监管当局提供更加准确的决策信息支持,确实意义重大。

参考文献:

[1] Matteo T D. Multi-scaling in finance [J]. Quantitative Finance, 2007, 7(1): 21-36.

[2] Mandelbrot B B. A multifractal walk down wall street [J]. Scientific American, 1999, 280(2): 70-73.

[3] Stanley H E, Amaral L A N, et al. Similarities and differences between physics and economics [J]. Physica A, 2001, 299(1-2): 1-15.

[4] Bacry E, Delour J, et al. Modeling financial time series using multifractal random walks [J]. Physica A, 2001, 299(1-2): 84-92.

[5] Calvet L, Fisher A. Multifractality in asset returns: theory and evidence [J]. Review of Economics and Statistics, 2002, 84(3): 381-406.

[6] Xu Zhaoxia, Gencay R. Scaling, self-similarity and multifractality in FX markets [J]. Physica A, 2003, 323: 578-590.

[7] 何建敏,常松. 中国股票市场多重分形游走及其预测 [J]. 中国管理科学, 2002, 10(3): 11-17.

[8] 张永东,毕香秋. 中国股票市场多标度行为的实证分析

[J]. 预测, 2002, 21(4): 56-59.

[9] 胡雪明,宋学锋. 沪深股票市场的多重分形分析 [J]. 数量经济技术经济研究, 2003, (8): 124-127.

[10] 施锡铨,艾克凤. 股票市场风险的多重分形分析 [J]. 统计研究, 2004, (9): 33-36.

[11] 魏宇,黄登仕. 金融市场多标度分形现象及与风险管理的关系 [J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 87-91.

[12] 魏宇,黄登仕. 基于多标度分形理论的金融风险测度指标研究 [J]. 管理科学学报, 2005, 8(4): 50-59.

[13] 周孝华,宋坤,等. 股票价格持续大幅度波动前后多重分形谱的异常及分析 [J]. 管理工程学报, 2006, 20(2): 92-96.

[14] 苑莹,庄新田. 股票市场多重分形性的统计描述 [J]. 管理评论, 2007, 19(12): 3-8.

[15] Faruk S, Ramazan G. Intraday dynamics of stock market returns and volatility [J]. Physica A, 2006, 367: 375-387.

[16] 魏宇. 金融市场的多分形波动率测度、模型及其 SPA 检验 [J]. 管理科学学报, 2009, 12(5): 88-99.

[17] 魏宇. 多分形波动率测度的 VaR 计算模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(9): 7-15.

[18] Swanson N R, Elliott G, et al. Predictive methodology and application in economics and finance: volume in honor of the accomplishments of Clive W. J. Granger [J]. Journal of Econometrics, 2006, 135(1-2): 1-9.

[19] Ashely R, Granger C W J, et al. Advertising and aggregate consumption: an analysis of causality [J]. Econometrica, 1980, 48(5): 1149-1167.

[20] Lo A W, MacKinlay A C. Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models [J]. Review of Financial Studies, 1990, 3(3): 431-467.

[21] Foster F D, Smith T, et al. Assessing goodness-of-fit of asset pricing models: the distribution of the maximal R² [J]. Journal of Finance, 1997, 52(2): 591-607.

[22] Koopman S J, Jungbacker B, et al. Forecasting daily variability of the S&P100 stock index using historical, realized and implied volatility measurements [J]. Journal of Empirical Finance, 2005, 12(3): 445-475.

[23] Andersen T G, Bollerslev T, et al. The distribution of realized stock return volatility [J]. Journal of Financial Economics, 2001, 61(1): 43-76.

[24] Cont R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues [J]. Quantitative Finance, 2001, 1(2): 223-236.

[25] Hansen P R, Lunde A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH (1, 1)? [J]. Journal of Applied Econometrics, 2005, 20(7):

873—889.

- [26] 龚锐,陈仲常,等. GARCH 族模型计算中国股市在险价值(VaR)风险的比较研究与评述[J]. 数量经济技术经济研究,2005,(7):67—81.
- [27] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. *Journal of Derivatives*, 1995,3(2): 73—84.
- [28] Engle R, Manganelli S. CAViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles [J]. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2004, 22(4): 367—381.
- [29] Kang S H, Kang S M, et al. Forecasting volatility of crude oil markets [J]. *Energy Economics*, 2009, 31(1): 119—125.
- [30] Wei Yu, Wang Yudong, Huang Dengshi. Forecasting crude oil market volatility: further evidence using GARCH-class models [J]. *Energy Economics*, 2010, 32(6): 1477—1484.
- [31] Angelidis T, Benos A, et al. The use of GARCH models in VaR estimation [J]. *Statistical Methodology*, 2004, 1(1—2): 105—128.
- [32] So M K P, Yu P L H. Empirical analysis of GARCH models in value at risk estimation [J]. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 2006, 16(2): 180—197.
- [33] 周炜星. 金融物理学导论[M]. 上海:上海财经大学出版社,2007.
- [34] Jiang Zhiqiang, Zhou Weixing. Multifractality in stock indexes: fact or fiction? [J]. *Physica A*, 2008, 387(14): 3605—3614.

Forecasting Model for Dynamic Value-at-Risk Based on Multifractal Theories

WEI Yu

(School of Economics & Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Much literature in Econophysics reveals that the volatility in financial markets presents multifractal features. Thus, measuring and forecasting the market volatility accurately is very important for financial risk management. Based on the earlier research of multifractal volatility and its model, an out-of-sample dynamic VaR forecasting method is proposed in this paper. The empirical results on two backtesting techniques show that, on high-risk levels, VaR model based on multifractal volatility produces much better out-of-sample VaR forecasts than eight popular linear and nonlinear GARCH models.

Key words: multifractal; volatility; out-of-sample dynamic VaR; forecasting; backtesting