

【武器装备理论与技术】

基于 Backstepping 方法的导引律设计

张文山^{1,2}, 罗生¹

(1. 中国空空导弹研究院, 河南 洛阳 471009; 2. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200240)

摘要:针对传统导弹制导与控制系统分开设计,使得拦截大机动目标时制导精度降低的问题,提出了一种将制导与控制系统进行综合设计以提高系统的性能的方法。考虑一阶自动驾驶仪动态,设计了基于 Backstepping 方法的综合制导律。仿真结果表明该导引律使得视线角速度渐近趋于零,脱靶量在 1 个较小的数量级上,可以满足导弹对脱靶量的要求。

关键词:导弹;导引律;Backstepping;导弹飞行动态

中图分类号:TJ765

文献标识码:A

文章编号:1006-0707(2012)08-0027-04

导弹的导引律设计在目标拦截过程中起着非常重要的作用,人们对此进行了大量的研究。传统的导引律^[1]主要包括比例导引法、追踪导引法和平行接近法等。在目标不机动、系统无延时、控制能量不受约束的情况下,采用比例导引拦截目标可获得很好的性能。然而,随着目标机动性能的提高,传统的比例导引规律逐渐暴露出很多不足。当目标做机动飞行时,比例导引律的性能会大大下降,终端脱靶量会很大^[2]。

为改善比例导引律的导引性能,使之可适应现代战争中日益恶劣的干扰环境,拦截高速、高机动目标,研究者们提出了多种基于现代控制理论方法的导引律,主要有基于最优控制理论^[3]、微分对策理论^[4]、Lyapunov 函数理论^[5]、非线性 H_∞ 控制理论^[6]、 L_2 增益控制理论^[7]、自适应控制理论^[8]、滑模控制理论^[9-11] 等现代控制理论的导引律。

Backstepping 方法^[14-15] 是一种构造性方法,他能利用导弹导引系统和自动驾驶仪动态结构特性,递推地构造出整个一体化制导与控制系统的 Lyapunov 函数,所以整体系统 Lyapunov 函数和制导律的设计过程有较强的系统性、灵活性和结构性,可以实现对高阶自动驾驶仪动态下的导引律设计。

本文考虑了导弹的一阶自动驾驶仪动态特性,设计了基于 Backstepping 控制方法的一体化导引律。

1 问题描述

为了简化问题,文章仅考虑平面拦截问题,一般将导弹和目标看作质点。导弹平面拦截几何关系如图 1 所示。导弹和目标的相对运动关系的极坐标方程^[12]为

$$r\dot{q} = V_m \sin(q - \theta_m) - V_t \sin(q - \theta_t) \quad (1)$$

$$\dot{r} = -V_m \cos(q - \theta_m) + V_t \cos(q - \theta_t) \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_m = a_m / V_m \quad (3)$$

$$\dot{\theta}_t = a_t / V_t \quad (4)$$

式中: r 和 \dot{r} 分别表示导弹和目标之间的相对距离和相对速度; q 和 \dot{q} 分别表示导弹和目标之间的视线角和视线角速度; V_m 和 V_t 分别表示导弹和目标的速度; θ_m 和 θ_t 分别表示导弹和目标的飞行方向角; a_m 和 a_t 分别表示导弹和目标的横向加速度。

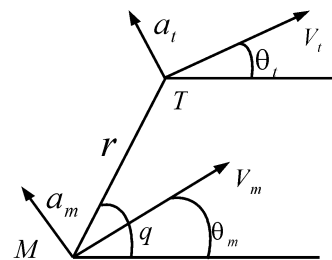


图1 平面拦截几何关系

考虑导弹的近似一阶自动驾驶仪动态特性^[13]

$$\dot{a}_m = -\frac{1}{\tau} a_m + \frac{1}{\tau} a_m^c \quad (5)$$

其中: a_m^c 为输入到自动驾驶仪环节的制导指令; $\tau > 0$ 为近似的自动驾驶仪动态响应时间常数。

导引律的设计目标是设计导引律 a_m^c 使得视线角速度 \dot{q} 趋于零,从而实现脱靶量趋于零。

收稿日期:2012-06-12

基金项目:航空科学基金资助项目(20090112002)。

作者简介:张文山(1974—),男,硕士,高级工程师,主要从事导航制导与控制研究。

为了简化研究问题,本文假设导弹和目标的飞行速度均为常数,即 $\dot{V}_m = 0, \dot{V}_t = 0$ 。

对式(1)求导,并将式(3)~式(4)代入,得

$$r\ddot{q} = -2\dot{r}\dot{q} + a_t \cos(q - \theta_t) - a_m \cos(q - \theta_m) \quad (6)$$

重新定义变量 $x_0 = q, x_1 = \dot{q}, x_2 = a_m, u = a_m^c$ 。为化简式(5)和式(6),定义 $f_1(x_1) = -2\frac{1}{r}\dot{r}\dot{q}, b_1 = -\frac{1}{r}\cos(q - \theta_m), b_2 = \frac{1}{\tau}f_2(x_2) = -\frac{1}{\tau}a_m, w(t) = \frac{1}{r}\cos(q - \theta_t)a_t$ 。那么式(5)和式(6)可以简记为如下串级系统

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = x_1 \\ \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + w(t) + b_1 x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_2) + b_2 u \end{cases} \quad (7)$$

2 基于 Backstepping 的导引律设计

定理 1 考虑式(7),设计如下的非线性导引律

$$u = \frac{1}{b_2}[-b_1 z_1 - z_2 - f_2(x_2) + \frac{d}{dt}\alpha(x_2) - w(t)] \quad (8)$$

可使得视线角速度 \dot{q} 渐近趋于零。

证明 令系统的虚拟控制函数为 $\alpha(x_2)$, 定义跟踪误差

$$\begin{cases} z_1 = x_1 \\ z_2 = x_2 - \alpha(x_2) \end{cases} \quad (9)$$

对式(8)中的误差变量 z_1 求导,则有

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + w(t) + b_1 x_2 = \\ -z_1 + x_1 + f_1(x_1, t) + w(t) + b_1 x_2 \end{aligned} \quad (10)$$

取系统的虚拟控制函数 $\alpha(x_2)$ 为

$$\alpha(x_2) = -\frac{1}{b_1}(x_1 + f_1(x_1, t)) \quad (11)$$

则式(10)可化为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = -z_1 + w(t) + b_1(x_2 - \alpha(x_2)) = \\ -z_1 + b_1 z_2 + w(t) \end{aligned} \quad (12)$$

对式(9)中的误差变量 z_2 求导,则有

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \frac{d}{dt}\alpha(x_2) = f_2(x_2) + b_2 u - \frac{d}{dt}\alpha(x_2) \quad (13)$$

选取系统的 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2) \quad (14)$$

对 Lyapunov 函数求导数,代入式(12)和式(13)则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = z_1(-z_1 + b_1 z_2 + w(t)) + \\ z_2(f_2(x_2) + b_2 u - \frac{d}{dt}\alpha(x_2)) \end{aligned} \quad (15)$$

将式(8)代入式(15),可得

$$\dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = -z_1^2 - z_2^2 \quad (16)$$

是负定的。

根据 Lyapunov 稳定性理论可知,状态 z_1 渐近趋于零,由于 $z_1 = x_1 = \dot{q}$,即证得视线角速度渐近趋于零。

3 仿真验证

设计的虚拟控制函数为 $\alpha(x_2)$ 为

$$\begin{aligned} \alpha(x_2) = -\frac{1}{b_1}(x_1 + f_1(x_1, t)) = \\ \frac{r}{\cos(x_0 - \theta_m)}(x_1 + \frac{-2\dot{r}x_1}{r}) = \frac{(r - 2\dot{r})x_1}{\cos(x_0 - \theta_m)} \end{aligned} \quad (17)$$

对式(17)求导数,得

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(x_2) = \frac{(\dot{r}x_1 + r\dot{x}_1 - 2\ddot{r}x_1 - 2r\dot{x}_1)}{\cos(x_0 - \theta_m)} + \\ \frac{\sin(x_0 - \theta_m)(x_1 - \dot{\theta}_m)(r - 2\dot{r})x_1}{\cos^2(x_0 - \theta_m)} \end{aligned} \quad (18)$$

对式(14)求导数,并代入式(15)和式(16),化简得

$$\ddot{r} = r\dot{q}^2 - \sin(q - \theta_m)a_m + \sin(q - \theta_t)a_t \quad (19)$$

仿真的初始条件为:导弹和目标的初始距离 $r_0 = 3000$ m;导弹和目标的飞行速度分别为 $V_m = 500$ m/s 和 $V_t = 300$ m/s;导弹和目标的导弹倾角分别为 $\theta_m = 60^\circ$ 和 $\theta_t = 0^\circ$;初始视线角 $q = 30^\circ$;重力加速度 $g = 9.8$ m/s²;导弹的初始加速度取为 $a_m = 20$ g;时间常数取 $\tau = 0.5$ 。

1) 当目标不机动,即 $a_t = 0$ 时,导弹视线角速度的输出如图 2 所示,导弹制导律和导弹的实际输出加速度如图 3 所示,导弹和目标的飞行轨迹如图 4 所示,导弹的最终脱靶量几乎为零,即 1.36×10^{-11} m。

2) 当目标以加速度 $a_t = 5$ g 机动时,导弹视线角速度的输出如图 5 所示,导弹制导律和导弹的实际输出加速度如图 6 所示,导弹和目标的飞行轨迹如图 7 所示,导弹的最终脱靶量几乎为零,即 6.40×10^{-11} m。

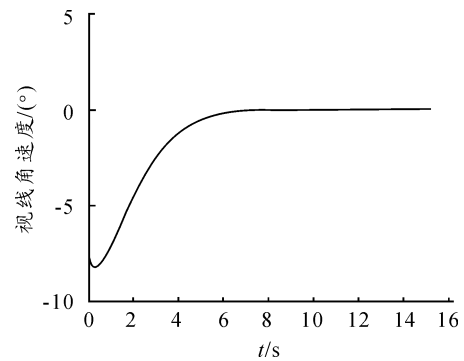


图 2 导弹的视线角速度的输出

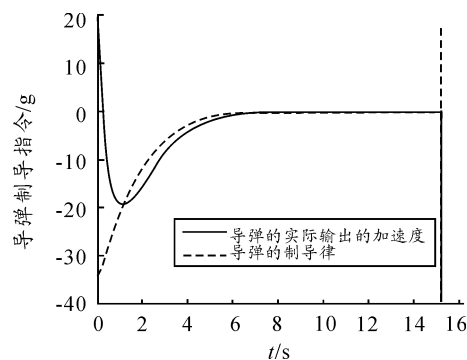


图 3 导弹的制导律和导弹的实际输出加速度

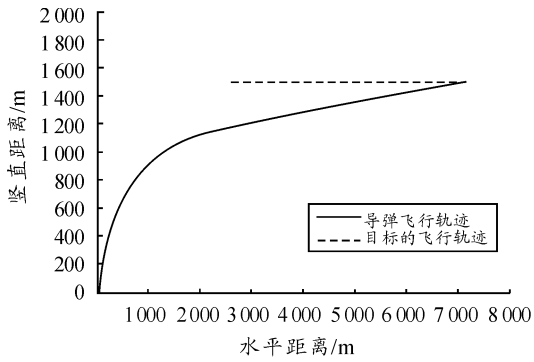


图4 导弹和目标的飞行轨迹

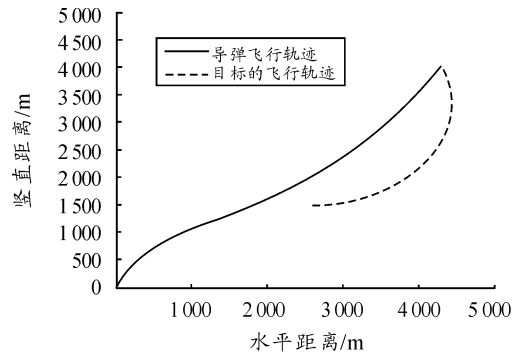


图7 导弹和目标的飞行轨迹

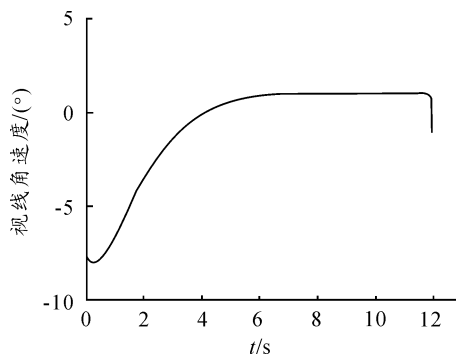


图5 导弹的视线角速度的输出

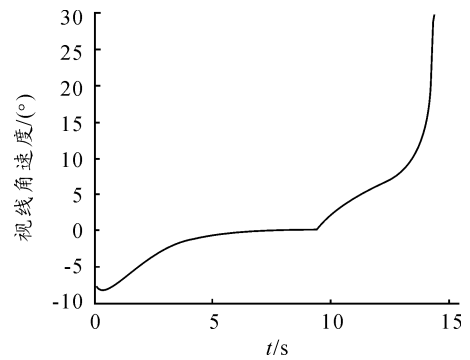


图8 导弹的视线角速度的输出

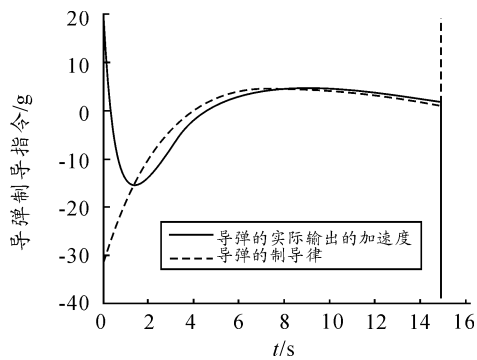


图6 导弹的制导律和导弹的实际输出

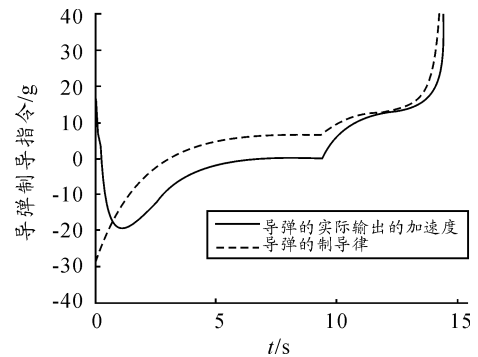


图9 导弹的制导律和导弹的实际加速度输出

3) 目标开始时不做任何机动,当导弹和目标的相对距离小于1 000 m时,目标开始以加速度 $a_t = 10 \text{ g}$ 做机动,导弹视线角速度的输出如图8所示,导弹的制导律和导弹的实际输出如图9所示,导弹和目标的飞行轨迹如图10所示,导弹的最终脱靶量几乎为零,即 $6.80 \times 10^{-12} \text{ m}$ 。

3组仿真表明:不论目标机动与否,所设计的导引律均可使视线角速度趋于零,且3组仿真的脱靶量均处于,1个很小的数量级,可以实现导弹对目标的拦截。

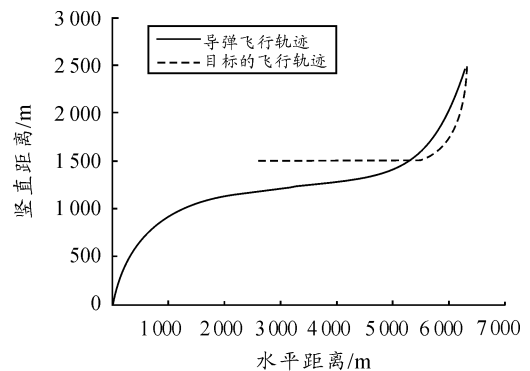


图10 导弹和目标的飞行轨迹

4 结束语

本文考虑了导弹的一阶驾驶仪动态,给出了1种新的导引律设计方法,即基于 Backstepping 控制的导引律设计方法。仿真结果表明:该导引律使得视线角速度渐近趋于零,脱靶量在1个较小的数量级上,从而实现了既定的设计目标。本文提出的导引律设计方法有如下优点:①导引律设计过程简单,可推广到高阶驾驶仪动态情况下的导引律设计;②有严格的稳定性分析,从理论上保证了所设计的导引律的可用性。但仍有2个问题需要深入研究:①导弹速度可变情况下的导引律设计;②目标运动状态不完全可知情况下的导引律设计。

参考文献:

- [1] 钱杏芳,林瑞雄,赵亚男. 导弹飞行力学 [M]. 北京:北京理工大学出版社,2008.
- [2] 周荻. 寻的导弹新型导引规律 [M]. 北京:国防工业出版社,2002.
- [3] I Jeon, J Lee. Optimality of proportional navigation based on nonlinear formulation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(4): 2051 - 2055.
- [4] Shaferman V, Shima T. Linear quadratic differential games guidance law for imposing a terminal intercept angle [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(5): 1400 - 1412.
- [5] Yanushevsky R, Broord W. New approach to guidance law design [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(1): 162 - 166.
- [6] Yang C, Chen H. Nonlinear H_∞ robust guidance law for homing missiles [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(6): 882 - 890.
- [7] Zhou D, Mu C, Shen T. Robust guidance law with L_2 gain performance [J]. Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 2001, 44(144): 82 - 88.
- [8] Zhou D, Mu C, Xu W. Adaptive sliding-mode guidance of a homing missile [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(4): 589 - 594.
- [9] 王钊,李世华,费树岷. 非奇异终端滑模导引律 [J]. 东南大学学报, 2009, 39(sup): 87 - 90.
- [10] Shima T, Idan M, Golan O. Sliding-mode control for integrated missile autopilot guidance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2): 250 - 260.
- [11] 童春霞,张天桥. 倾斜转弯导弹的变结构制导律研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25(3): 8 - 11.
- [12] Zhou D, Sun S. Guidance laws with finite time convergence [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(6): 1838 - 1846.
- [13] Sun S, Zhou D, Hou W. A guidance law with finite time convergence accounting for autopilot lag [EB/OL]. Aerospace Science and Technology, 2012, Accept. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963812000028>
- [14] Abhijit D, Frank L, Kamesh S. Backstepping Approach for Controlling a Quadrotor Using Lagrange Form Dynamics [J]. 2009(56): 127 - 151.
- [15] K Ki Seok, Youdan K. Robust Backstepping Control for Slew Maneuver Using Nonlinear Tracking Function [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2003, 11(6): 822 - 829.

(责任编辑 鲁进)