

适于非均匀线阵解相干的 DOA 估计算法*

郭艺夺, 童宁宁, 宫 健

(空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800)

摘 要:在研究用非均匀线阵实现对相干信号源方位估计问题的基础上,提出了一种改善方位估计的阵列设置方法和非相干与相干信源分开估计的 DOA 估计方法。在阵元数一定的情况下,该方法可使阵列对非相干信号源的分辨力较均匀线阵(ULA)有较大的改善,还克服了一般稀布线阵方位估计模糊和去相关能力差的缺点,而且还具有很好的信源过载能力和估计性能。计算机仿真证明了该方法的正确性和有效性。

关键词:非均匀线阵;DOA 估计;相干信号源;斜投影

中图分类号:TN911.72 **文献标志码:**A

DOA Estimation Algorithm for the Decorrelation of a Non-uniform Linear Array

GUO Yiduo, TONG Ningning, GONG Jian

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Shaanxi Sanyuan 713800, China)

Abstract:An arrangement method of non-uniform linear array and a DOA estimation algorithm that resolves the coherent sources and incoherent sources separately is presented in this paper, on the base of the research on non-uniform linear array estimating the coherent sources. In the case of the same sensor number, this method which adopts appropriate array geometry arrangement can improve the resolvability of DOA estimation more obviously than the uniform linear array. It also overcomes the shortcoming of the ambiguity of DOA estimation and the poor quality of decorrelation in the conventional non-uniform linear array, in addition, it can resolve more sources using the same number of sensors and have very good estimated performance. Computer simulation results verify the correctness and effectiveness of the proposed method.

Keywords:non-uniform linear array; DOA estimation; coherent signals; oblique projection

0 引言

在现代阵列信号处理领域中,超分辨谱估计占有重要的地位。自上世纪 80 年代以来已有很多行之有效的算法提出,如 MUSIC^[1]等方法。这些方法在一定范围内都能很好地应用于信源方向估计(DOA)。对于等距均匀线阵(或均匀圆阵),为避免信号方向估计的模糊,阵元间的间距大多采用信号波长的一半,这样阵元数一定时,天线孔径就可确知。设计非等距线阵的目的是为了在保持阵元数不变的情况下提高天线阵的有效孔径,从而提高方向估计能力。但阵元间距离的扩大可能会带来方向估计的模糊,所以均匀等距线阵大多不采用扩大阵元间距的方法。

不过这一缺点可通过设计非等距线阵的方案来克服,Zoltowski^[2]等人在这方面已作了有益的探索。另外,空军雷达学院的王永良教授等提出的间距组合法^[3]也是设计非均匀阵列的一种探索。对于等距均匀线阵,现在已有多种解相干的有效方法,但这些方法都不能直接用于非等距线阵。文中从等距均匀阵出发,对非等距线阵进行设置,提出了能用于解相干的一类非等距均匀阵,并研究了一种 DOA 估计算法,通过计算机模拟说明这一方案是有效的。

1 阵列设置方法的提出

1.1 非均匀线阵阵列模型

假设一个非均匀线阵,如图 1 所示,由 M 个

* 收稿日期:2008-01-04

基金项目:国家 863 计划(2006AA701307)资助

作者简介:郭艺夺(1982-),男,福建龙海人,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理。

阵元组成,以左边第一个阵元为参考阵元,阵元的位置为:

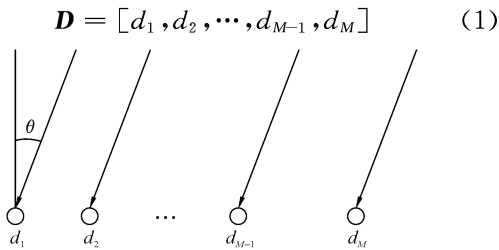


图 1 非均匀线阵模型

若阵元位置以信源波长的一半(即 $\lambda/2$) 为单位,且都为 $\lambda/2$ 的整数倍,则:

$$\mathbf{D} = \lambda/2 \times [m_1, m_2, \dots, m_{M-1}, m_M] \quad (2)$$

其中 $m_1 = 0, m_2, \dots, m_{M-1}, m_M$ 为正整数,且 $m_M > M - 1$ 。P 个窄带平面波,分别从 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P$ 入射,第 i 个阵元接收到的数据用 $x_i(t)$ 表示为:

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^P S_m(t) \exp\left(\frac{j2\pi d_i \sin\theta_k}{\lambda}\right) + n_i(t) \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots, M$

式中: $d_1 = 0$, $S_m(t)$ 是接收到的第 m 个信号的复包络; $n_i(t)$ 是第 i 个阵元接收到的加性噪声,并假设此噪声是均值为零的高斯白噪声,且不同阵元之间的 $n_i(t)$ 互相非相干,方差相等,为 σ^2 。

将式(1)表示成向量形式:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 为阵列输出向量; $\mathbf{S}(t)$ 为接收的信号向量; $\mathbf{N}(t)$ 为接收的噪声向量; $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ 为方向向量 $\mathbf{a}(\theta_i)$ ($i = 1, 2, \dots, P$) 阵列流形,即:

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P)] \quad (5)$$

而 $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_2 \sin\theta_i), \exp(-j$

$$\frac{2\pi}{\lambda} d_3 \sin\theta_i, \dots, \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} d_M \sin\theta_i)]^T \quad (6)$$

1.2 阵列设置方法及阵列模糊性分析

为了能够实现相干信号源的解相干,可对非均匀线阵作如下设置:前 $(M - 1)$ 个阵元组成阵元间距为 $\lambda/2$ 的均匀线阵,第 M 个阵元与第 $(M - 1)$ 个阵元的间距可设置成 $k \times \lambda/2$, k 为大于 1 的正整数。因此,对于相干信号源可对阵列前 $(M - 1)$ 个阵元来实现解相干,而且因为第 M 个阵元与第 $(M - 1)$ 个阵元的间距较大,即整个阵列的有效孔径增大,因而该阵列的角度分辨力较之具有相同阵元数的均匀线阵有一定的改善,则由式(2)可得阵元的位置矢量为:

$$\mathbf{D} = \lambda/2 \times [0, 1, 2, \dots, M - 2, k + M - 2] \quad (7)$$

下面将对该非均匀线阵的模糊性进行分析。从数据模型式(4)可知方向估计模糊的原因在于对同一导向矢量可能有不同的角度对应,即存在 $\mathbf{a}(\alpha_1) = \mathbf{a}(\alpha_2)$, 其中 α_1, α_2 为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围内的不同角度,也即:

$$\exp(-j\pi m_i \sin\alpha_1) = \exp(-j\pi m_i \sin\alpha_2) \quad (8)$$

则有: $\pi m_i (\sin\alpha_1 - \sin\alpha_2) = 2K_i\pi$, 其中 K_i 为 m_i 对应的整数, $i = 2, 3, \dots, M$ 。

令 $\rho = \sin\alpha_1 - \sin\alpha_2$, 则 $2K_i = m_i\rho$, 可得: $\rho = 2K_i/m_i, i = 2, 3, \dots, M$ 。

又因为 α_1, α_2 为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 范围内的不同角度,易得: $|\rho| < 2, |K_i| < m_i$, 则对于 m_i 有:

$$\rho_i = \{0, \pm 2K_i/m_i\} | K_i| < m_i \quad (9)$$

所以,当 m_i ($i = 2, 3, \dots, M$) 为互异整数时,有 $\rho = \{\rho_2 \cap \rho_3 \cap \dots \cap \rho_M\} = \{0\}$, 即 $\alpha_1 = \alpha_2$, 也就是方向估计无模糊。

显然,由式(7)可以看出文中提出的非均匀线阵不会存在整个阵列的方位估计模糊。

2 信号源 DOA 估计的实现

为了达到改善对非相干信号源 DOA 估计的分辨力和用斜投影算法对相干信号源的解相干的目的,这里将非相干信号源和相干信号源分开估计。

2.1 非相干信源的 DOA 估计

假设 P 个信号源中前 q 个信号源是相干的,且这 q 个信号源可看成是一个与其它信号源都不相干的实际的信源。由式(4)可得接收数据的协方差矩阵 \mathbf{R}_X , 即:

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{E}[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (10)$$

如果 $p - q + 1 < M$, 对其进行特征值分解可得:

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Sigma}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \boldsymbol{\Sigma}_n \mathbf{U}_n^H \quad (11)$$

其中: \mathbf{U}_s 为 $(P - q + 1)$ 个大特征值 λ_i ($i = 1, \dots, P - q + 1$) 对应的特征向量,称为信号子空间,而 \mathbf{U}_n 为 $[M - (P - q + 1)]$ 个小特征值 λ_i ($i = P - q + 2, \dots, M$) 对应的特征向量,称为噪声子空间,因此,信号子空间和噪声子空间是正交的。对应于波达方向的导向矢量位于信号子空间,因而与噪声子空间正交。于是可定义 MUSIC 的空间谱为:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (12)$$

由上式可知,当 $\theta = \theta_i, i = q + 1, \dots, P$ 时, P_{MUSIC} 会出现 $(P - q)$ 个峰值,即该峰值与信号源中的非相干信号源的 DOA 是相对应的,所以可实现对非相干信号源的 DOA 估计。又因为该阵列为非均匀线阵,因此,对非相干信号源来说,与同阵元数的均匀线阵相比可得到更高的角度分辨力。

2.2 相干信源的 DOA 估计

因为该非均匀线阵的前 $(M - 1)$ 个阵元构成一均匀线阵,故可用该均匀线阵来实现阵列对相干信号源的估计,这里采用斜投影算法来实现对相干信源的 DOA 估计。

首先,先简单介绍有关斜投影算子的一些基本定义。假定一矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times r}$, 记由 \mathbf{A} 的列向量生成的线性子空间为 $\langle \mathbf{A} \rangle$, 用符号 \mathbf{P}_A 定义为子空间 $\langle \mathbf{A} \rangle$ 的正交投影矩阵,且 $\mathbf{P}_A = \mathbf{I} - \mathbf{P}_A^\perp$, 最后定义基于值空间 $\langle \mathbf{A} \rangle$ 和零空间 $\langle \mathbf{B} \rangle$ 的斜投影算子为 \mathbf{E}_{AB} , 并且 $\mathbf{E}_{AB} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{P}_B^\perp\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H\mathbf{P}_B^\perp$ [4], 式中 $[\cdot]^H$ 表示矩阵的共轭转置。可以证明这一矩阵为幂等矩阵,但不是对称矩阵,且它满足:

$$\mathbf{E}_{AB}\mathbf{A} = \mathbf{A}; \mathbf{E}_{AB}\mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (13)$$

若入射的信源由非相干信源和相干信源组成,则式(10)可写成:

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{A}_c\mathbf{R}_c\mathbf{A}_c^H + \mathbf{A}_n\mathbf{R}_n\mathbf{A}_n^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (14)$$

式中: \mathbf{A}_c 、 \mathbf{A}_n 分别表示相干信源的方位角形成的阵列流行矩阵, \mathbf{R}_c 、 \mathbf{R}_n 则是相干信源和非相干信源的自相关矩阵。

下面定义一矩阵 $\mathbf{V}^{[5]}$:

$$\mathbf{V} \triangleq (\mathbf{I} - \mathbf{E}_{A_n A_c})(\mathbf{R}_X - \sigma^2\mathbf{I})(\mathbf{I} - \mathbf{E}_{A_n A_c})^H \quad (15)$$

式中 $\mathbf{E}_{A_n A_c} = \mathbf{A}_n(\mathbf{A}_n^H\mathbf{P}_{A_c}^\perp\mathbf{A}_n)^{-1}\mathbf{A}_n^H\mathbf{P}_{A_c}^\perp$, 然而,实际中很难求得 $\mathbf{P}_{A_c}^\perp$, 因此, $\mathbf{E}_{A_n A_c}$ 可由下式求得 $\mathbf{E}_{A_n A_c} = \mathbf{A}_n(\mathbf{A}_n^H(\mathbf{R}_X - \sigma^2\mathbf{I})^\# \mathbf{A}_n)^{-1} \times \mathbf{A}_n^H(\mathbf{R}_X - \sigma^2\mathbf{I})^\#$, $(\cdot)^\#$ 表示矩阵的 Moore-Penrose 逆。这里白噪声的方差可通过 2.1 中的矩阵奇异值分解得到的小特征值的平均值求得,即:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{M - (P - q + 1)} \sum_{i=P-q+2}^M \lambda_i \quad (16)$$

联立式(13)、式(14),可得:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}_c\mathbf{R}_c\mathbf{A}_c \quad (17)$$

由上式可以看出,矩阵 \mathbf{V} 仅含有相干信源的信息,而不含有非相干信源和噪声的信息。

因此,可通过矩阵 \mathbf{V} 的第一行来构造一个 Toeplitz 矩阵,记构造的矩阵为 \mathbf{F} , 则:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}(1,1) & \mathbf{V}(1,2) & \mathbf{V}(1,3) & \dots & \mathbf{V}(1,L) \\ \mathbf{V}^*(1,2) & \mathbf{V}(1,1) & \mathbf{V}(1,2) & \dots & \mathbf{V}(1,L-1) \\ \mathbf{V}^*(1,3) & \mathbf{V}^*(1,2) & \mathbf{V}(1,1) & \dots & \mathbf{V}(1,L-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{V}^*(1,L) & \mathbf{V}^*(1,L-1) & \mathbf{V}^*(1,L-2) & \dots & \mathbf{V}(1,1) \end{pmatrix} \quad (18)$$

结合式(17)可以证明 \mathbf{F} 的秩等于相干信源的个数 [6], 即可正确估计相干信源的个数,从而达到了解相干的目的。

3 计算机仿真

仿真 1: 对空间角度较小的非相干信源的估计能力。仿真实验采用八元阵, 并进行 50 次 Monte-Carlo 实验。仿真实验分两部分进行。图 2 中对阵元间距为 $\lambda/2$ 均匀线阵采用空间前向平滑算法, 子阵数取 2。而图 3 中对非等距线阵采用文中提出的非均匀线阵设置方法, 为 $d = 0.5\lambda \times [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12]$ 再采用上述的 DOA 估计方法。实验中数据快拍数为 100, 环境信噪比为 10dB。采用 4 个信号, 入射方向分别为 $-3^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ 其中后两个为相干信源。

由图 2、图 3 的仿真结果可知, 在阵元数确定的情况下, 采用非均匀线阵有不少优点, 在同样的条件下不仅可以无模糊地判别目标, 而且一定程度上可明显改善对非相干信源 DOA 估计能力。

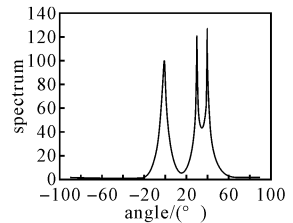


图 2 均匀线阵的 DOA 估计

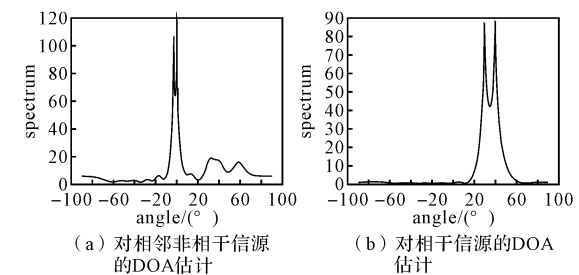


图 3 对空间角度较小的非相干信源的估计能力

仿真 2: 信源过载能力。高斯白噪声背景下, 采用 $d = 0.5\lambda \times [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12]$ 非均匀线阵接收空间 $45^\circ, 25^\circ, -45^\circ, 60^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 3^\circ,$

30°, 33°, -30° 方向上的 10 个等功率入射信源, 其中前 5 个完全相干, 后 5 个不相关, 信噪比为 10dB, 快拍数为 100。仿真结果如图 4 所示。

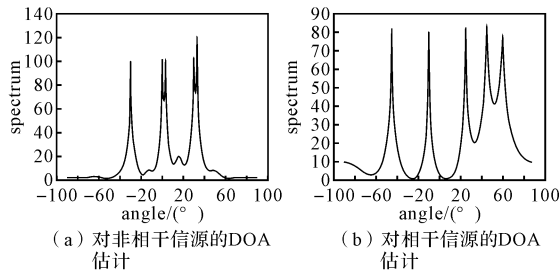


图 4 信源过载能力

由图可见, 文中采用斜投影算法分辨相干信源, 而 MUSIC 算法分辨非相干信源, 两者联合估计入射信源方向, 在信源数多于阵元数的情况下仍能给出较好的估计结果, 具有较强的信源过载能力。

仿真 3: 算法统计性能验证。高斯白噪声背景下, 比较不同算法的统计性能。8 阵元均匀线阵接收空间 5°、15° 方向上的 2 个等功率相干信源, 快拍数为 200。仿真结果为 100 次蒙特卡罗实验的统计结果, 图 5 给出了前后向空间 (FBSS) 算法与文中算法的估计偏差、估计方差随 SNR 变化的比较曲线, 这里前后向空间平滑算法的子阵数为 7。

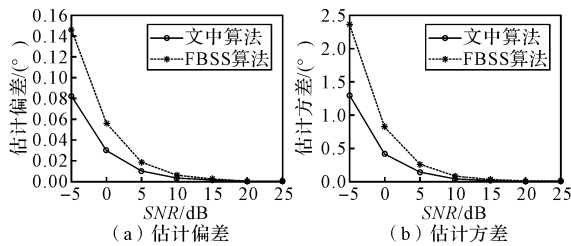


图 5 文中算法与 FBSS 算法统计性能实验结果

从蒙特卡罗实验的统计结果可以看出, 由于高斯白噪声的影响, 在较低信噪比的情况下, FBSS 算法具有较大的估计偏差和估计方差。而文中算法由式(15)可以看出: 在进行斜投影时已去除了高斯白噪声。由于误差的存在, 虽不能完全去除高斯白噪声的影响, 但是白噪声对其影响已很小。因此, 文中算法在统计性能方面要明显好于 FBSS 算法。

4 结论

文中提出一种非等距线阵设置的简单方法,

分析了其模糊性并得出了一维线阵计算模糊方向的公式, 然后分别用经典的 MUSIC 算法和斜投影算法实现对非相干和相干信源的 DOA 估计。相比一般稀布线阵和其他解相干的 DOA 估计算法, 文中提出的设置方法和解相干算法具有以下优点:

1) 通过对阵列设置不仅使阵列的有效孔径增大, 对非相干信号源的方位分辨率较之 ULA 阵有较大的改善, 而且克服了一般稀布线阵方位估计模糊和去相关能力差的缺点。

2) 将非相干信源与相干信源分开分辨, 重复利用阵列接收数据, 使得阵列具有较强的信源过载能力。对于具有 $M(M > 2)$ 个阵元的文中阵列, 如果待估信源中有 $R(R < M)$ 组相干信源, 则该阵列可估计 $(M - R - 1)$ 个非相干信源, $(M - 2)$ 个相干信源, 则总共最多可估计 $(2M - R - 3)$ 个信源。

3) 由于在处理过程中, 通过数据协方差矩阵的奇异值分解的小特征值估计出了高斯白噪声的方差, 并将其对消掉了, 所以文中算法受高斯白噪声的影响很小, 具有很好的统计性能。

参考文献:

- [1] R Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Tran. Antennas and Propagation, 1986, 34(2): 276-280.
- [2] M D Zoltowski, C P Mathews. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-nyquist spatio-temporal sampling[J]. IEEE Tran. Signal Processing, 1994, 42(10): 2781-2794.
- [3] 陈辉, 王永良, 万山虎. 利用阵列几何设置改善方位估计[J]. 电子学报, 1999, 27(9): 97-99.
- [4] R T Behrens, L L Scharf. Signal processing applications of oblique projection operators[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1994, 42(6): 1413-1424.
- [5] Xu Xu, Zhongfu Ye, Yufeng Zhang. A deflation approach to direction of arrival estimation for symmetric uniform linear array[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2006, 5(1): 486-489.
- [6] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 110-117.