第29卷 第5期 弹 箭 与 制 导 学 报 Vol. 29 No. 5
2009年10月 Journal of Projectiles，Rockets，Missiles and Guidance Oct 2009

扭摆法测量导弹转动惯量的误差分析*

黄德东，吴 斌，刘建平

（西北工业大学航天学院，西安 710072）

摘 要：通过扭摆测量导弹转动惯量的方法，分析了周期测量误差、系统阻尼、摆动体周期以及被测件和摆动体共摆周期对转动惯量测量精度的影响，得出转动惯量测量误差和周期测量误差、摆动体摆动周期、被测件和摆动体共摆周期之间的关系，给出了在典型的测量精度要求，不同的周期测量误差情况下，摆动体转动惯量和被测件转动惯量之间的最大比值。试验结果表明，在阻尼较小时，为了提高试件的测量精度，必须尽量减小摆动体的空转转动惯量。

关键词：导弹；转动惯量；扭摆；误差分析

中图分类号：TJ760.6 **文献标志码**：A

Error Analysis for Measurement of Missile's Movement Inertia with Torsion Pendulum

HUANG Dedong，WU Bin，LIU Jianping

（School of Astronautics，Northwestern Polytechnical University，Xi'an 710072，China）

Abstract：By measuring missile movement inertia with torsion pendulum，the influences of periodic measurement error，systemic damp，period of swing object and corporative period of the measured object and swinging object were analyzed. The relation among measurement error of movement inertia，measurement period，the period of swing object，corporative period of tested object and swing object was proved. The maximal ratio between movement inertia for swinging object and the measured object under conditions of different errors was given under typical measurement precision. The experiment results indicate the movement inertia for swing object must be minimized under low damp to enhance measurement precision of the measured object.

Keywords：missile；inertia；torsion pendulum；error analysis

0 引言

目前导弹和弹丸转动惯量测量主要采用扭摆法，通过测量摆动体的周期进行转动惯量计算。文献[1]考虑了摆动周期测量误差，并且分析了摆动体转动惯量大小对测量误差的影响，但没有给出转动惯量测量准确度和摆动体转动惯量之间的计算关系。文献[2－3]考虑了摆动系统阻尼对测量误差的影响，并采用相邻两个周期进行阻尼的计算，仿真结果表明在阻尼较大时，可以大大提高测量精度。但文献显然没有考虑光电传感器响应时间、摆动体空载转动惯量等因素对测量精度的影响，而这些因素对测量精度的影响远远大于阻尼的影响。文献[4]分析了周期测量误差、被测物体安装误差对弹丸测量精度的影响。在假设摆动体的转动惯量远远小于被测件转动惯量条件下，通过测量相邻两次转角计算周期误差，得出周期测量误差对弹丸转动惯量测量精度影响非常小的结论。由于弹丸转动惯量小，空摆动体为了适应大小不同的弹丸安装，一般安装盘都较大，因此导致空摆动体转动惯量可能比弹丸转动惯量大或者在一个数量级上，因此误差算式的假设在大多数情况下不成立。在实际测量中转动惯量小的弹丸测量精度很差（误差大于5％），而转动惯量大的弹丸测量精度较高（误差小于1％）。因此不能忽略空摆动体转动惯量的影响。

* 收稿日期：2008－04－16
作者简介：黄德东（1982－），男，山东潍坊人，硕士研究生，研究方向：飞行器结构设计。

1　测量原理

转动惯量是通过测量扭摆系统的自由摆动周期来计算的。扭摆模型如图 1 所示，其中，$oxyz$ 为弹体坐标，H 轴为转动轴，在本套装置中使用的是滚动轴承，经过实验验证，采用滚动轴承后系统本身阻尼很小。考虑粘性阻尼，系统自由摆动周期为[2]：

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sqrt{\frac{I}{K}}\tag{1}$$

式中：I 为试件对 H 轴的转动惯量；K 为扭杆刚度系数；ξ 为系统粘性阻尼系数。

则系统的转动惯量为：

$$I=\frac{K(1-\xi^2)}{4\pi^2}\cdot T^2=K_{eq}T^2\tag{2}$$

式中 $K_{eq}=\dfrac{K(1-\xi^2)}{4\pi^2}$ 。

设空测试台摆动周期为 T_0，测试台安装试件后，摆动周期为 T_X，并认为两种状态的系统粘性阻尼系数 ξ 不变，则测试台转动惯量为 I_0，测试台和试件的转动惯量为 I_x，且：

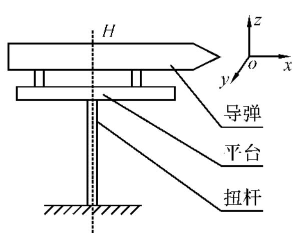

图 1　扭摆系统示意图

$$I_0=K_{eq}T_0^2\tag{3}$$

$$I_x=K_{eq}T_X^2\ I_P\tag{4}$$

由此得出，试件的转动惯量为：

$$I_P=I_x-I_0=K_{eq}(T_X^2-T_0^2)\tag{5}$$

分别使导弹 oz 轴或 oy 轴和测试台 H 轴重合，可测量导弹偏航和俯仰方向的转动惯量（J_x，J_y）。如果导弹长度较短，可将导弹竖直安装在测试台上，使导弹 ox 轴和测试台 H 轴重合，可测量导弹滚动方向的转动惯量（J_x）。如果导弹太长，不能竖直安装，则需采用横滚方式或测量惯性积的方法间接测量[3]。

2　误差分析

由测量的机理可以得到测量误差主要来自下面几部分：

1）摆动周期测量误差引起的计算误差 e_t

在文献[2]和文献[3]中指出 $e_t=e_{td}=2\Delta T_d/T_d$，这种计算方法很显然是没有考虑标准件的测量周期 T_0 对测量系统误差的影响，正确的误差分析必须把 T_0 考虑进去，分析如下：

由式(5)可得[4]：

$$\Delta I_p=\xi(I_p)=$$

$$\sqrt{\left(\left(\frac{\partial I_p}{\partial T_X}\right)\Delta T_X\right)^2+\left(\left(\frac{\partial I_p}{\partial T_0}\right)\Delta T_0\right)^2}$$

计算得：

$$\Delta I_p=2K_{eq}\sqrt{(T_X\Delta T_X)^2+(T_0\Delta T_0)^2}$$

设 $\Delta T_X=\Delta T_0=\Delta T$，则有：

$$\Delta I_p=2K_{eq}\Delta T\sqrt{T_X^2+T_0^2}$$

因此转动惯量测量的相对误差为：

$$e_t=\frac{\Delta I_p}{I_p}=\frac{2\Delta T\sqrt{T_X^2+T_0^2}}{T_X^2-T_0^2}$$

由于 $\sqrt{T_X^2+T_0^2}\leqslant T_X+T_0$，因此有：

$$e_t\leqslant 2\Delta T\frac{T_X+T_0}{T_X^2-T_0^2}=2\Delta T\frac{1}{T_X-T_0}$$

所以取：

$$e_t=2\Delta T\frac{1}{T_X-T_0}\tag{6}$$

2）阻尼比的变化引起的误差 e_ξ

转动惯量的变化影响阻尼比，阻尼比影响转动惯量，假设加有效载荷后转动惯量是加负载前的 k 倍，$k>0$，则影响如下[2]：

$$\begin{cases}\dfrac{\Delta\zeta}{\zeta}=-\left[1-\dfrac{1}{\sqrt{k}}\right]\\[2ex]\dfrac{\Delta J}{J}=\left(1-\dfrac{1}{k}\right)\dfrac{\zeta^2}{1-\zeta^2}\end{cases}\tag{7}$$

3）被测物体径向偏移和轴线倾斜引起的误差 e_y[3]

由于径向偏移 Δx 引起的测量值误差：

$$\gamma_1=\frac{m\Delta x^2}{J}$$

由旋转角 β 引起的测量值误差 $\gamma_2=\dfrac{\Delta J}{J}=$

$$\frac{J_x\cos^2\left(\dfrac{\pi}{2}+\beta\right)+J_z\cos^2\beta+\dfrac{l^2}{4}m\sin^2\beta-J_z}{J_z}$$，即：

$$e_y=\gamma_1+\gamma_2\tag{8}$$

转动惯量相对误差 $e^*=e_t+e_\xi+e_y$，下面对上述误差进行详细的分析。

该装置采用滚动轴承支承，在摆动过程中会

产生阻尼。阻尼和轴承上支承的重量、弯矩、初试摆动角度有关，因此 K_{eq} 在空载及加载测量状态不同。为了提高测量精度，在标定 K_{eq} 时应尽量选用和实际测量试件质量特性相同的标准件，并设计机构使每次摆动的起始位置一样，最大限度地消除阻尼不一致引起的误差，阻尼变化产生的误差相对于测量周期产生的误差已经很小，可以忽略。

对于尺寸较小的测量试件，e_y 对测量值误差影响较大，但由于本装置适用于测量较大试件且质心在同一台装置上测量，质心位置测量精度一般小于 0.3mm，由移轴公式引起的误差和由旋转角 β 引起的测量值误差相对其余的测量误差很小，可以不予考虑。

所以本测量装置的主要测量误差为摆动周期测量产生的误差，即使用式(6)作为主要误差计算公式。由式(6)可见，周期测量误差 ΔT 和空载及加载两种状态摆动周期 T_X-T_0 的差值直接影响试件转动惯量 I_P 的测量精度。

本设计周期测量用光电传感器，较好的光电传感器开关时间常数小于 1 ms，要使其相对误差小，一方面要求摆动周期尽量长，也即扭杆刚度尽量小，另一方面，应取周期的多次平均值。综合考虑扭杆设计和摆动的有效次数，一般选取空载摆动周期大于 1 s，取 10 次周期平均值，则周期 T 的最大相对误差可达 0.02%。

3　计算结果

转动惯量相对误差 e^* 和空载及加载两种状态摆动周期的差值有关，差值越大，相对误差越小，因此应尽量减小测试台的转动惯量。如果测试台的转动惯量确定，由式(6)可以算出满足设计精度要求的导弹的最小转动惯量。

$$e^* = 2\Delta T \frac{1}{T_X - T_0}$$

而 $\dfrac{I_P}{I_0} = \dfrac{T_X^2 - T_0^2}{T_0^2} = \dfrac{(T_X - T_0)(T_X + T_0)}{T_0^2}$

由于 $T_X \geqslant T_0$ 所以有：

$$\frac{I_P}{I_0} \geqslant \frac{2T_0(T_X - T_0)}{T_0^2} = \frac{2(T_X - T_0)}{T_0}$$

则 $\dfrac{I_P}{I_0} = \dfrac{4(T_X - T_0)}{2\Delta T}\dfrac{\Delta T}{T_0} = 4\dfrac{\Delta T}{T e^*}$

如果确定了 I_0，则转动惯量测量精度要达到 e^*，必须有：

$$I_P \geqslant 4\frac{\Delta T}{T}\frac{I_0}{e^*}$$

表 1 列出了几种精度下装置可以测量的试件的最小转动惯量

表 1　满足设计精度要求的导弹的最小转动惯量

	$\Delta T/T=$ 0.01%	$\Delta T/T=$ 0.02%	$\Delta T/T=$ 0.05%	$\Delta T/T=$ 0.001%
$e^*=$ 0.25%	$I_0<$ 6.25 I_P	$I_0<$ 3.125 I_P	$I_0<$ 1.25 I_P	$I_0<$ 0.625 I_P
$e^*=$ 0.5%	$I_0<$ 12.5 I_P	$I_0<$ 6.25 I_P	$I_0<$ 2.50 I_P	$I_0<$ 1.25 I_P
$e^*=$ 1%	$I_0<$ 25.0 I_P	$I_0<$ 12.5 I_P	$I_0<$ 5.00 I_P	$I_0<$ 2.50 I_P

4　结论

文中对影响转动惯量测量精度的主要因素进行了详细的分析，计算了机械式扭摆阻尼误差对测量精度的影响，推导了试件转动惯量测量相对误差和摆动体周期、试件与摆动体共摆周期、周期测量误差之间的计算式，得出了摆动体转动惯量、试件转动惯量、周期测量误差和试件转动惯量测量误差之间的关系，给出了转动惯量测量仪在给定测量准确度情况下计算最小可测转动惯量的公式。

参考文献：

[1]　吴斌，杨全洁. 用扭摆法测量导弹惯性积的误差分析[J]. 弹箭与制导学报，2005，25(4)：153－155.

[2]　李化义，张迎春，李葆华，等. 高精度转动惯量测量仪分析与设计[J]. 计量学报，2004，25(3)：250－253.

[3]　车英，李占国，陈礼华，等. 弹丸转动惯量测试系统及其误差分析[J]. 兵工学报，2000，21(1)：87－89.

[4]　费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京：机械工业出版社，2002.