

小波脊线法在暂态信号检测中的应用

王海¹, 范文晶¹, 许建华², 张超²

(1. 西安电子科技大学测量与仪器系, 陕西 西安 710071;
2. 电子测试技术国家科技重点实验室, 山东 青岛 266555)

摘要: 针对传统小波脊线法在暂态信号检测中存在的问题, 提出了改进算法。新方法引入小波包变换, 扩展了小波脊线法的应用范围, 并对算法本身进行了若干改进, 基本消除了边界效应, 提高了算法进行时频分析的实时性和精度。通过对仿真信号的分析, 验证了改进方法的优越性, 表明改进算法能有效地消除噪声干扰, 提取暂态信号的瞬时频率和瞬时幅值, 获得信号完整的、精确的时频分布。

关键词: 信号检测; 小波分解; 小波脊线法; 边界效应; 频域分析

中图分类号: TN 97 **文献标志码:** A

Application of wavelet-ridge method to detect transient signals

WANG Hai¹, FAN Wen-jing¹, XU Jian-hua², ZHANG Chao²

(1. Dept. of Measurement and Instrument, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;
2. National Lab. of Electronic Test & Measurement Technology, Qingdao 266555, China)

Abstract: Aiming at the problems of the traditional wavelet-ridge method applied in transient signal's detection, this paper puts forward an improved method. By introducing the wavelet-packet transformation, the application area of the wavelet-ridge method is extended. And by improving the method, the boundary effect is mostly eliminated, and the real-time performance and precision are increased. The analysis to the stimulation signal verifies the superiority of the improved method. It also indicates that the improved method can efficiently eliminate the disturbance of noises, abstract the instantaneous frequency and amplitude of the transient signal and get the complete and accurate time-frequency distribution of signals.

Keywords: signal detection; wavelet decomposition; wavelet-ridge method; boundary effect; frequency domain analysis

0 引言

暂态信号的时频信息检测在雷达、声纳、通信、电力、地震分析等领域占有重要的地位, 例如声纳信号的接收处理、地震波传播范围和强度预报、放射状分布系统和网状传输系统中雷电冲击脉冲的传播分析^[1]。暂态信号中奇异点的出现往往代表着事件的发生, 奇异点检测的目的就是对事件进行分析, 抓住信号特征, 进而采取适当的控制或预警措施。因此, 准确提取暂态信号的时间-频率特征成为提高暂态信息预测实时性和准确性的首要问题^[2-6]。

随着小波理论的发展和成熟, 尤其是快速小波分解算法——Mallet 算法及小波包算法的提出, 小波分析已在暂态信号的检测以及瞬时信号的时间-频率分析等领域得到了广泛应用^[7-11]。本文重点讨论了在暂态信号检测中有着

广泛应用的小波脊线法, 针对传统小波脊线法中存在的问题, 提出了改进算法。引入小波包变换扩展了小波脊线法的应用范围, 并对算法本身进行了若干改进, 基本消除了边界效应问题, 提高了算法进行时频分析的实时性和精度。通过对仿真信号的分析, 验证了改进小波脊线法的优越性, 表明改进算法能有效地排除噪声干扰, 提取暂态信号的瞬时频率和瞬时幅值, 获得信号完整的、精确的时频分布。

1 信号瞬时特征的小波脊线分析方法

设一个渐进单频信号为 $s(t) = A(t) \cos \phi(t)$, 用小波脊线法提取该信号的瞬时特征时需要对该信号时域、频域都有较高的分辨率, 本文选取了时、频特性较好的 Morlet 连续小波作为小波基。Morlet 小波时域、频域函数表达式为

$$\Psi(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2} + j\omega_0 t\right) \quad (1)$$

收稿日期: 2008-12-11; 修回日期: 2009-08-09。

基金项目: 国家自然科学基金(10703004)资助课题

作者简介: 王海(1976-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为时频信号处理、测量控制。E-mail: wanghai@mail.xidian.edu.cn

$$\psi(\omega) = \sqrt{2\pi} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2}\right] \quad (2)$$

因为 $\psi(0) \neq 0$, 所以 Morlet 小波不满足容许性条件^[12], 但是在 $\omega_0 > 5$ 时可以近似认为 $\psi(0) = 0$, 近似满足容许性条件。

用传统的小波脊线法提取信号瞬时特征的步骤可以描述如下^[13]。

步骤 1 任意选取初始尺度 $\alpha_0(t_0)$ 为 $\alpha_r(t_0)$ 的初始值, 令 $k=0$ 。

步骤 2 迭代公式为

$$\alpha_{i+1}(t_0 + kT) = \frac{\omega_0}{d\Psi(t_0 + kT, \alpha_i(t_0 + kT))/dt}$$

当满足 $\left|\frac{\alpha_{i+1} - \alpha_i}{\alpha_i}\right| \leq \epsilon$ (ϵ 为给定任意小正数) 时, 得到 $t_0 + kT$ 时刻小波脊线值 $\alpha_r(t_0 + kT) = \alpha_{i+1}(t_0 + kT)$ 。

步骤 3 令 $\alpha_0(t_0 + (k+1)T) = \alpha_r(t_0 + kT)$, 继续步骤 2。重复以上迭代, 直到完成所有计算点。

步骤 4 求得小波脊线 $\alpha_r(b)$ 后, 可以根据式 (3) 和式 (4) 求得信号的瞬时幅度和瞬时频率

$$A_s(b) = \frac{|WT_s(a_r(b), b) \sqrt{|a'_r(b)\varphi_\psi(0) + \varphi''_\psi(0)|}}{\sqrt{\pi/2}A_\psi(0)} \quad (3)$$

$$\omega_s = \frac{\omega_0}{a_r(b)} \quad (4)$$

通过大量的仿真研究, 小波脊线法对暂态信号瞬时参数的提取有较好的结果^[14-15]。但是, 传统的小波脊线法存在以下缺点: ① 小波脊线法只适于求解渐进单频信号的瞬时参数, 不适于求解非平稳的多频率成分信号, 适用范围有限; ② 小波脊线算法存在边界效应, 影响了提取瞬时参数的精度。由于任意选取初始尺度 $\alpha_0(t_0)$ 作为 $\alpha_r(t_0)$ 的初始值不能保证迭代算法的收敛性。如果盲目选取初值, 以及 Morlet 小波中参数 ω_0 选择不当, 可能使得迭代算法无法收敛, 导致信号瞬时频率估计在信号起始段与实际频率存在很大的偏差, 表现为信号瞬时频率初始频率估计方差很大。

2 改进的小波脊线算法描述

针对传统的小波脊线法中存在的不足, 本文主要从以下几个方面改进小波脊线的算法, 并给出了改进小波脊线法的算法描述。

2.1 小波脊线法应用范围问题的改进

针对传统的小波脊线算法只适用于渐进单频信号, 不适于求解非平稳的多频率成分信号的问题^[16-18], 本文引入了小波包分解的方法。即先用小波包变换把非平稳的多频率分量信号分解成若干个基本模式分量, 这些分量都可以表示为一个渐进单频信号, 对每个渐进单频信号分别进行瞬时测频, 从而使小波脊线提取的瞬时频率和瞬时幅值具有了物理意义^[19], 解决了多频率成分信号的分析问题, 扩展了小波脊线法的应用范围。

在对非平稳的多频率成分信号进行小波包分解时, 设

信号数据 $\{x_n\}_{1 \leq n \leq 2^N}$ 的测量分辨率等于 $2^N(j-N)$, 数据长度为 2^N , 采样频率为 f_s 。选用时频特性较好的 dmey 小波基对信号进行逐层小波包分解, 第 L 层共有子空间 2^L 个, 即有 2^L 个子频带。每个子频带的信号长度为 2^{N-L} , 频带宽度为 $f_s/2^{L+1}$, 起始频率为 $f_m = mf_s/2^{L+1}$ ($m=0, 1, \dots, 2^L-1$)。随着 L 的增大, 一方面, 各子频带的宽度变窄, 频率分辨率不断提高, 与子空间对应的时频结构单元进一步细化; 另一方面, 信号的小波系数极大模稍稍增大, 而噪声的小波系数极大模却大大减小。

众所周知, 信号小波系数较大者, 携带的信号能量较多, 小波系数较小者携带的信号能量较少^[20]。因此, 经 L 级小波包分解后的各子频带内的小波系数, 其模极大值的幅度是由信号的频率成分决定的。为了定量地反映信号的时频局部化特征, 设定一阈值

$$\xi = \sqrt{\ln[2^N \ln(2^N)/\ln 2]} \quad (5)$$

式中, 2^N 是数据长度。计算各个子空间中系数绝对值大于阈值 ξ 的个数。通过计算 U_N^j 各分解子空间的熵值, 可以获得信号的频率成分: ① 熵值不为零的子空间所对应的子频带一定含有信号的频率成分; ② 熵值不为零的子空间的最大模点所对应的时刻即为信号的到达时间。对含有频率成分的子频带进行重构, 可以获取近似的渐进单频信号。

至此已经把非平稳的多频率成分信号分解为若干个渐进单频信号, 在此基础上, 用小波脊线法对各单频信号进行测量, 得到每个分量的瞬时频率和瞬时幅值, 从而获得实信号完整的、精确的瞬时物理量, 扩展了小波脊线法的应用范围。

2.2 小波脊线法边界效应问题的改进

任意选取小波脊线算法的初始尺度及 Morlet 小波中参数 ω_0 选择不当, 使迭代算法发散, 是造成该算法边界效应的主要原因。因此, 不能任意选取初始尺度 $\alpha_0(t_0)$ 作为 $\alpha_r(t_0)$ 的初始值, 应保证 $\omega_s(t_0)$ 对应 $\alpha_0(t_0)$ 落在 $\alpha_r(t_0)$ 的一个邻域内, $\alpha_0(t_0)$ 和 $\alpha_r(t_0)$ 之间不应该有数量级以上的差异。

对于 Morlet 小波中参数 ω_0 的选择, 根据估算的初始瞬时频率值 $\omega_s(t_0)$, 恰当选择参数 ω_0 , 要使 Morlet 小波满足渐进和容许性条件, 取值要大于 5.33。对于 Morlet 小波来说, 振荡频率 ω_0 的选取对频率提取的误差有很大的影响, 选取不同的 ω_0 , 在不同频率区段的提取误差有明显不同, 不同频段选取相应的 ω_0 , 才能得到更准确的频率估计。

在迭代算法中, 前面一点的脊线值作为当前点的初始值, 如果由于迭代发散造成前面一点计算失败, 就会给当前点的计算带来不良影响, 从而导致计算失败, 产生较明显的边界效应。因此, 为了避免上述情况的发生, 根据信号的瞬时频率与小波脊线存在着 $f_k = \frac{\omega_0}{2\pi a_r(k)}$ 的关系。在具体实施中, 对当前点迭代初始值的选取进行了改进: 先求出信号所有采样点的脊线值的粗略估计, 如果前面一点迭代发散, 就用这种算法的结果作为当前点脊线的初始值。

为了减小小波脊线迭代算法的数据处理量, 提高算法的实时性, 在迭代过程中都采用归一化频率进行计算。由

于实际信号的频率范围是很宽的,信号的采样频率也是不同的,如果直接按照信号的真实频率计算的话,迭代步骤 2 中的 ϵ 很不好选择。因此,在改进仿真小波脊线算法的过程中,将信号实际频率以采样频率进行归一化,求取出实际结果以后,再乘以实际的采样频率就是实际信号的频率。在实际应用中,还要考虑采样频率的选取。显然,采样频率应尽可能高,但是过高的采样频率会带来不必要的计算量。实验表明,在满足小波脊线计算精度的前提下,采样频率至少为信号最高频率的 4 倍,最好为 8 倍左右。

经过以上算法改进,基本上可以消除小波脊线算法的边界效应问题,同时也增强了该算法的实时性,满足了对瞬时信号进行时频分析的要求。

3 改进的小波脊线算法仿真分析

图 1 是一个归一化的混频信号 S ,其信号表达式为

$$S(t) = \begin{cases} 2\sin(f_1 \times 2\pi t / f_s), & t \in [0, 250] \\ \sin(f_2 \times 2\pi t / f_s), & t \in [251, 500] \end{cases} \quad (6)$$

式中,信号频率 $f_1 = 2 \times 10^6$ Hz = 2 MHz, $f_2 = 4 \times 10^6$ Hz = 4 MHz,采样频率 $f_s = 1 \times 10^7$ Hz = 10 MHz。

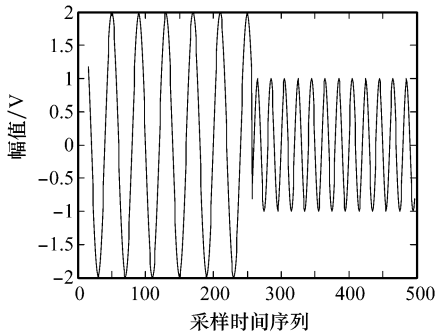


图 1 混频信号 S 的波形图

由于该混频信号为渐变单频信号,故可直接用小波脊线算法对该信号进行处理,即可得到该信号的瞬时频率。测频时将信号频率以采样频率进行归一化,取出实际结果以后,再乘以采样频率即可得实际信号的频率。以实际频率值为纵坐标,采样序列为横坐标作图就可以得到小波时间频率谱,如图 2 所示。

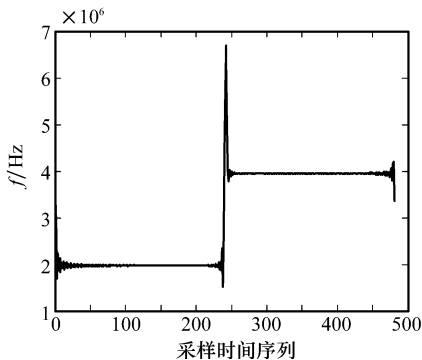


图 2 混频信号 S 的时间频率谱

图 3 为正弦混频信号瞬时频率估计曲线与理论数据曲线之间的误差曲线。由图 2 可知信号在采样点 $[0, 250]$ 上,频率集中在 2 MHz 左右;在采样点 $[251, 500]$ 上,频率集中在 4 MHz 左右,信号频率在采样点 250 处发生突变,这与信号的属性完全一致。由图 3 可知,改进算法很好地抑制了小波脊线算法的边界效应。除了突变点以外,测得信号的瞬时频率值与实际频率值的相对误差的最大值不超过 0.6%。由仿真结果可见,改进的小波脊线法对于信号瞬时参数的提取有较好的结果,很好地抑制了边界效应,可以满足瞬时频率测量的精度要求,同时精确定位了暂态扰动发生的时刻。

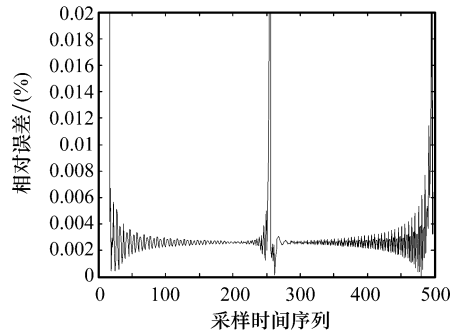


图 3 正弦混频信号的瞬时频率估计误差曲线

再对 AM 信号进行仿真,表达式为 $S_{AM} = 4(1 + \cos(2\pi f_c t / f_s)) \cos(2\pi f_w t / f_s)$,其中 $f_c = 20$ kHz, $f_w = 30$ kHz,采样频率为 240 kHz,采样点数为 1 000。由于该信号是多频率分量信号,是载波和已调波信号的叠加,故先用小波包变换对原始 AM 信号进行分解,将其分解为载波和已调波信号,结果如图 4 所示。在图 4 中, S 为原始 AM 信号, S_1 、 S_2 、 S_3 为在不同频段上分解得到的分量。

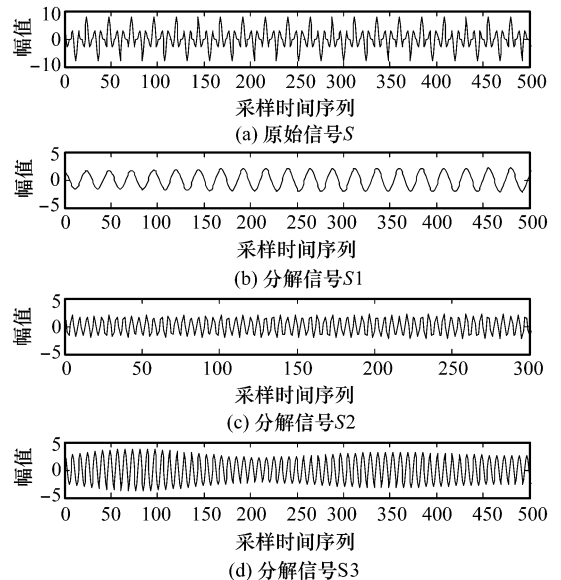


图 4 原始 AM 信号与小波包分解得到的分解信号波形

由图中可以看出, S1、S2、S3 近似为渐进单频信号, 其中 S2 为载波信号, S1 和 S3 为两个已调波信号。对分解信号 S1、S2、S3 分别用小波脊线迭代法提取小波脊线, 再由式(4)计算瞬时频率。图 5 即为用小波脊线法得到的 AM 信号的瞬时频率。

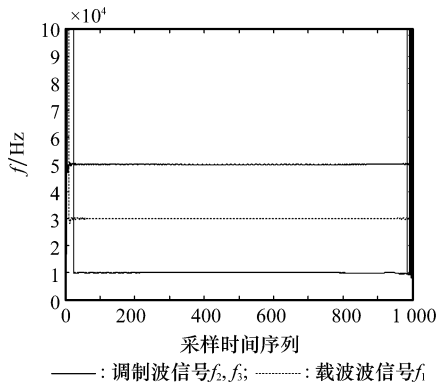


图 5 AM 信号的瞬时频率

其中, 频率 $f_1 = f_c = 30$ kHz 的信号为载波信号, 频率 $f_2 = f_c - f_w = 10$ kHz 和 $f_3 = f_c + f_w = 50$ kHz 的信号为两个已调波信号。图 6 为 AM 信号瞬时频率估计曲线与理论数据曲线之间的误差曲线。

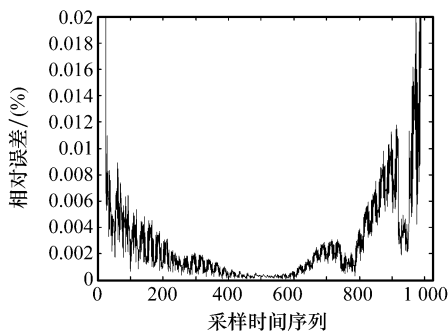


图 6 AM 信号瞬时频率估计误差

由图 5 和图 6 可见, 得到的瞬时频率与真实频率相当吻合, 从第 20~980 点所求的瞬时频率值都非常精确, 其相对误差最大值不超过 1%。这说明利用小波包变换对多频率分量信号进行分解, 然后利用小波脊线提取分解出的信号的瞬时特征是可行的, 该方法的引入极大地扩展了小波脊线法的适用范围。

4 结 论

本文提出了一种提取信号瞬时频率的改进小波脊线算法。这种小波分析方法是一种新的非线性、非平稳信号的处理方法。由于引入了小波包变换, 可以把非平稳、多频率分量信号分解成渐进单频信号分量, 从而使由小波脊线提取的瞬时频率和瞬时幅值具有物理意义, 扩展了小波脊线法的适用范围。对传统的小波脊线法进行了改进, 基本消除了算法的边界效应问题, 提高了频率测量的精度, 减少了

计算量, 缩短了程序的运行时间。该方法能有效地分析暂态信号, 排除噪声干扰, 实现了精确的时刻定位, 获得暂态信号精确的瞬时物理量, 得到非平稳、多频率分量信号的完整的时-频分布。

参 考 文 献:

- [1] Heydt G T, Galli A W. Transient power quality problems analyzed using wavelets [J]. *IEEE Trans. on Power Delivery*, 1997, 12(2): 908-915.
- [2] Perunicic B, Mallini M, Wang Z, et al. Power quality disturbance detection and classification using wavelets and artificial neural networks [C] // *Proc. of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, 1998: 77-82.
- [3] 胡晓光, 戴景民, 纪延超, 等. 基于小波奇异性检测的高压断路器故障诊断 [J]. *中国电机工程学报*, 2001, 21(5): 67-70.
- [4] 彭志科, 何永勇, 卢青, 等. 用小波时频分析方法研究发电机碰摩故障特征 [J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(5): 75-79.
- [5] 范中, 田立生. 利用子波变换检测瞬时信号 [J]. *电子学报*, 1996, 24(1): 78-82.
- [6] 王肖芬, 徐科军, 沈峰. 小波滤波器幅频特性的研究 [J]. *合肥工业大学学报: 自然科学版*, 2003, 26(2): 171-175.
- [7] 曹志彤, 何国光, 陈宏平, 等. 电机故障特征值的倍频小波分析 [J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(7): 112-116.
- [8] 钱立军, 蒋东翔. 小波变换在横向裂纹转子升速过程状态监测中的应用 [J]. *中国电机工程学报*, 2003, 23(5): 86-89.
- [9] 管霖, 吴国沛, 黄雯莹, 等. 小波变换在电力设备故障诊断中的应用研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2000, 20(10): 46-49.
- [10] 贾民平, 许飞云. 基于小波分析的进化谱及在故障诊断中的应用 [J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2002, 32(6): 925-928.
- [11] 张君, 韩璞. 基于变换的振动信号分析中能量泄露的研究 [J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(10): 238-243.
- [12] 王兵. 一种提取小波脊线的迭代算法 [J]. *数学杂志*, 2005, 25(3): 295-298.
- [13] 郁春来. 改进小波脊线法算法分析和仿真 [J]. *现代雷达*, 2005, 27(8): 46-48.
- [14] 孙涛. 小波变换和希尔伯特-黄变换在时频分析中的应用 [J]. *中国水运*, 2006, 11(4): 111-113.
- [15] 程军胜, 于德介, 杨宇. 基于 EMD 的信号瞬时特征的小波分析方法 [J]. *地震工程与工程震动*, 2004, 24(2): 181-186.
- [16] Sabadell F J. Spectral localization of seismic data with a phase corrected wavelet transform [J]. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 2001, 20: 595.
- [17] Liu J L. Time-frequency decomposition based on ricker wavelet [J]. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 2004, 23: 1933.
- [18] Jeffrey C, Patrick F. Virtues and vices of quadric time-frequency distributions [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(9): 2641-2650.
- [19] Han P, Cheng G G. Application of wavelet analysis to the fault diagnosis of rotating machinery [J]. *Journal of Wuhan University of Science and Technology: Natural Science Ed.*, 2003, 26(1): 60-62.
- [20] 林敏, 陈希武, 周兆经. 基于正交小波包的瞬时频率检测 [J]. *计量学报*, 2000, 21(3): 227-231.