

# 基于导向矢量特征的多源 DOA 降维估计\*

翁晓君<sup>1,2</sup>, 张 旻<sup>1,2</sup>, 李鹏飞<sup>1,2</sup>

(1 解放军电子工程学院, 合肥 230037; 2 安徽省电子制约技术重点实验室, 合肥 230037)

**摘要:**针对利用智能学习方法进行多信号源方向估计模型难以构建的难题,文中提出了一种有效的降维构建方法。该方法首先对构造的 DOA 矩阵进行特征分解,获取各个信号源的 DOA 矩阵导向矢量,这样就可以用单信号样本来训练 RBF 神经网络模型,然后利用训练好的模型分别对分离出来的信号导向矢量进行映射估计,从而达到了对多信号源来波方向进行降维估计的目的,仿真结果也证明了文中方法的有效性和可行性。

**关键词:**多源方向估计; DOA 矩阵; 导向矢量; 特征分离; RBF 神经网络

**中图分类号:** TN911.23 **文献标志码:** A

## A Multi-source Direction Dimension-degraded Estimation Approach Based on Steering-vector

WENG Xiaojun<sup>1,2</sup>, ZHANG Min<sup>1,2</sup>, LI Pengfei<sup>1,2</sup>

(1 Electronic Engineering Institute of PLA, Hefei 230037, China;

2 Key Laboratory of Electronic Restriction of Anhui Province, Hefei 230037, China)

**Abstract:** To solve the modeling problem of multi-source direction estimation based on smart learning method, an effective dimension-degraded modeling approach was proposed in this paper. This approach based on decomposing the DOA matrix could result in the steering-vector of each signal source, then they were taken as the input vector to train the radial basis function neural networks (RBFNN) model with the training sets of single source, the trained model could approximate the nonlinear mapping from the separating input vectors of multi-source to direction-of-arrival. The simulation results showed the effectiveness and feasibility of this method.

**Keywords:** multi-source direction estimation; DOA matrix; steering-vector; separated character; RBFNN

## 0 引言

来波方向估计(即 DOA)在军用和民用方面都有着广泛的应用。目前解决高精度、超分辨和快速方向估计主要从信号处理<sup>[1-3]</sup>和智能计算两个角度考虑。特别是随着智能计算技术的快速发展,用智能计算的方法来进行 DOA 估计越来越引起国内外学者的关注,并已取得一大批有实用价值的成果<sup>[4-10]</sup>。相比用常规信号处理的方法,智能计算的优点在于它可以采用实际采集的训练样本构造非线性模型,而不是精确的数学方程式,这样能够避免常规处理方法较为苛刻的适用条件,从而更能满足实际需要。

目前利用协方差矩阵<sup>[7-8]</sup>和相位差<sup>[9-10]</sup>等作为输入特征来构建的模型对单信号源进行方向估计时能达到较高的精度,但是用它们来构建模型对多信号

进行方向估计时,由于多个信号源间方向存在组合问题,造成训练集过于庞大,模型构建难以实现<sup>[11]</sup>,一定程度影响了智能学习算法在多源 DOA 估计中的应用。文中提出了一种实现多源 DOA 估计的模型降维构建新方法,该方法的主导思想是实现多个信号的特征分离,因此只需提取单信号情况下的导向矢量作为特征来训练网络模型,就能达到对多信号源方向角估计的目的。与常规建模方法相比,训练样本大为减少,模型构建更加简洁,仿真实验证明了该方法能够满足高精度测向的需要。

## 1 理论依据

### 1.1 多信号源模型

首先,考虑  $M$  个各向同性的阵元均匀分布在半径为  $r$  的圆周上,各阵元之间相互独立工作,如图 1 所示。

\* 收稿日期:2010-12-01

基金项目:国家自然科学基金(60972161)资助

作者简介:翁晓君(1983-),男,福建莆田人,硕士研究生,研究方向:测向理论与智能信息处理。

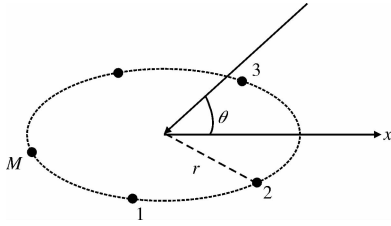


图 1 均匀圆阵的几何结构

假设有  $p(p < M)$  个独立远场窄带信号源入射到天线阵列,  $t$  时刻第  $l$  个阵元的接收信号为:

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^p S_i(t - \tau_{li}) + n_l(t), l = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

写成矢量形式为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{X}(t)$  为  $M \times 1$  维的阵列输出;  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)]$  为  $M \times p$  维的方向矩阵;  $\mathbf{S}(t)$  为  $p \times 1$  维的信号矢量;  $\mathbf{N}(t)$  为  $M \times 1$  维的噪声矢量; 其中, 导向矢量:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = [e^{-j\omega_i \tau_{1i}}, e^{-j\omega_i \tau_{2i}}, \dots, e^{-j\omega_i \tau_{Mi}}]^T$$

$$i = 1, 2, \dots, p \quad (3)$$

其中  $\tau_{ki} = \frac{r}{c} \cos(\frac{2\pi(k-1)}{M} - \theta_i)$ ,  $\theta_i$  表示第  $i$  个信号的方向角。

定义  $\mathbf{X}(t)$  自协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{XX} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (4)$$

由于  $\mathbf{R}_{XX}$  中包含了全部的方向信息, 文献[7-8]以它作为输入特征来构建模型。但是该方法在多信号源情况下存在方向组合问题, 以两个信号源为例, 假定取样角度分辨间隔为  $5^\circ$ , 则角度组合为  $\{(0^\circ, 0^\circ), (0^\circ, 5^\circ), (0^\circ, 10^\circ), \dots, (0^\circ, 355^\circ); (5^\circ, 5^\circ), (5^\circ, 10^\circ), \dots, \dots; (355^\circ, 355^\circ)\}$ , 共需训练样本数为 2628 个, 随着信源数的增加或者角度分辨率的提高, 样本数将翻倍增加, 极大的提高了模型构建的复杂度。因此很有必要寻找一种只要用少量训练样本就能实现对多来波进行方向估计的有效方法。

### 1.2 DOA 矩阵导向矢量特征

把阵列输出  $\mathbf{X}(t)$  延时  $\tau$  后可以得到:

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{X}(t + \tau) = \mathbf{A}\Phi\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t + \tau) \quad (5)$$

其中:

$$\Phi = \text{diag}\{e^{-j\omega_1 \tau}, e^{-j\omega_2 \tau}, \dots, e^{-j\omega_p \tau}\} \quad (6)$$

$\omega_i$  为信号的频率。

定义  $\mathbf{X}(t)$ 、 $\mathbf{Y}(t)$  的互协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_{YX} = E\{\mathbf{Y}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{A}\Phi\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{R}_S = E\{\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)\}$ , 根据式(4)取  $\mathbf{R}_{XX}^* = \mathbf{R}_{XX} - \delta^2\mathbf{I}$ 。当无相干源存在时,  $\text{Rank}(\mathbf{R}_{XX}^*) = p$ 。对  $\mathbf{R}_{XX}^*$  进行

特征值分解:

$$\mathbf{R}_{XX}^* = \sum_{i=1}^p \lambda_i \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (8)$$

定义 DOA 矩阵为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{YX} \mathbf{R}_{XX}^\# \quad (9)$$

其中:  $\mathbf{R}_{XX}^\#$  是  $\mathbf{R}_{XX}^*$  伪逆, 其定义为:

$$\mathbf{R}_{XX}^\# = \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (10)$$

根据文献[12]有:

$$\mathbf{R}\mathbf{A} = \mathbf{A}\Phi \quad (11)$$

只要对 DOA 矩阵  $\mathbf{R}$  进行特征分解, 就能得到信号导向矢量,  $\mathbf{R}$  特征分解后为:

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^p \mu_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H \quad (12)$$

其中:  $\mu_i$  表示第  $i$  个非零特征值;  $\mathbf{e}_i$  表示第  $i$  个非零特征值所对应的特征向量, 它是矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $i$  列导向矢量  $\mathbf{a}_i(\theta_i)$  的估计量, 即:

$$\mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{a}}_i(\theta_i), i = 1, 2, \dots, p \quad (13)$$

由上述分析可知, DOA 矩阵特征分解后得到的第  $i$  个特征向量  $\hat{\mathbf{a}}_i(\theta_i)$  对应于第  $i$  个信号, 不受其它信号的影响, 所以信号间的特征实现了分离。信号的方向信息全部包含在导向矢量中。

容易看出, 利用  $\mathbf{e}_i$  来求解方向角是一个逆变换过程:  $\hat{\theta}_i = \mathbf{a}_i^{-1}(\mathbf{e}_i)$ , 对于一个确定的阵列, 逆变换形式相同, 即  $\mathbf{a}_1^{-1}(\cdot) = \mathbf{a}_2^{-1}(\cdot) = \dots = \mathbf{a}_i^{-1}(\cdot)$ , 因此可以利用单个信号源进行学习来得到这个反变换  $\mathbf{a}_i^{-1}(\cdot)$ 。这样就可以变原来的多个信号源的组合学习为单个信号源的学习。

### 1.3 RBF 神经网络模型

根据上述分析可知, 方向角与导向矢量之间存在映射关系:  $f: \mathbf{e} \rightarrow \theta$ , 文中将通过构建 RBF 神经网络模型来反映这种非线性对应关系, 如图 2 所示。

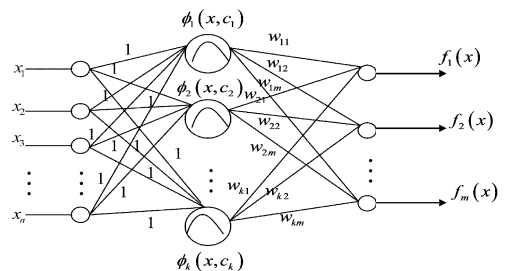


图 2 RBF 神经网络结构

图中输入层为导向矢量  $\mathbf{e}$ , 输出层为方向角  $\theta$ , 训练完成后 RBF 神经网络的输入输出映射关系为:

$$\theta = \sum_{i=1}^L \omega_i h(\|\mathbf{e}_i - \mathbf{c}_i\|^2) \quad (14)$$

其中： $L$  是 RBF 网络的隐层神经元数； $h$  表示基函数； $c_i (i = 1, 2, \dots, L)$  为基函数的中心； $w_i$  是隐层第  $i$  个神经元与输出层之间的连接权重。

文中采用  $k$  均值聚类算法和最小二乘法混合算法训练 RBF 神经网络。算法步骤如下：

1) 根据第 1.2 节方法改变频率及方向角来得到单信号训练样本集： $\{e^n, \theta^n \mid n = 1, 2, \dots, N\}$ ，其中  $\theta (0^\circ \sim 360^\circ)$ ， $N$  为样本数。

2) 将训练样本集输入到网络中，首先利用  $k$  均值聚类方法确定网络中心  $\{C_1, C_2, \dots, C_h\}$ ， $h$  为中心个数。

3) 确定中心宽度  $\sigma = d / \sqrt{2h}$ ， $d$  为中心之间最大距离。

4) 再利用递推最小二乘法计算网络的隐层与输出层之间的权值  $\{w_i, i = 1, 2, \dots, h\}$ 。

5) 计算网络的输出。这里选择高斯函数为基函数，网络输出可表示为：

$$\theta = \sum_{i=1}^h w_i e^{-\frac{|p_i - C_i|^2}{\sigma^2}} \quad (15)$$

6) 最后计算网络均方根误差。若符合要求则训练结束，否则增加一个中心返回步骤 2) 继续训练，直到满足要求为止。

## 2 实验仿真

### 实验 1 精度分析

本实验的目的是测试文中方法构建的模型进行多信号源方向估计的精度。

天线阵列采用均匀 5 元圆阵，半径 0.75m。训练样本：信噪比 10~15dB，频率 150~200 MHz，频率间隔 5 MHz，角度 0~360°，间隔 5°，共计 792 组。训练步骤见 1.3 节。

测试样本 1：首先考虑存在两个信号源的情况。信噪比 10~15dB，中心频率 153MHz，信源 1 的角度 0~320°，间隔 5°，信源 2 与信源 1 之间保持 40° 角度间隔，测试样本共计 64 组，仿真结果如图 3、图 4 所示。

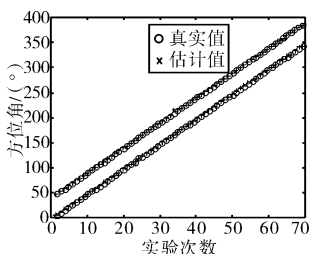


图 3 2 个信号源时的 DOA 估计结果

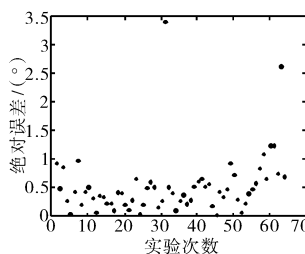


图 4 估计绝对误差

图 3 为估计结果，图 4 为估计值与真实值的绝对误差。这里把一次实验的绝对误差定义为：

$$\Delta = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (|\hat{\theta}_i - \theta_i|) \quad (16)$$

其中： $P$  为信源数， $\theta_i$  为第  $i$  个信源方向角的真实值， $\hat{\theta}_i$  为相应估计值。结合图 3、图 4 可以看出，估计结果有很好的精确度，与真实值基本重合，平均绝对误差为  $0.43^\circ$ 。

测试样本 2：考虑存在 3 个信号源的情况。信噪比 10~15dB，中心频率 178MHz，信源 1 的角度 0~300°，角度间隔 5°，3 个信源之间角度间隔分别为 30°、30°，测试样本共计 60 组。仿真结果如图 5、图 6 所示。

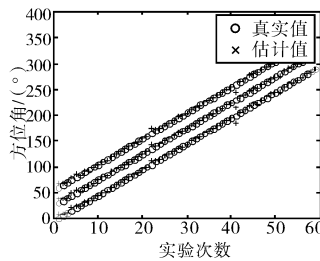


图 5 3 个信号源时的 DOA 估计结果

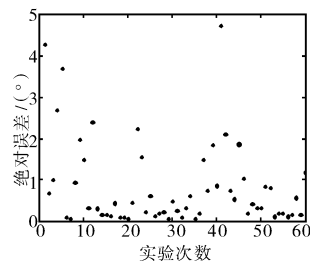


图 6 估计绝对误差

结合图 5、图 6 可以看出，在存在 3 个信号源的情况下，模型仍然具备较高的估计精度，平均绝对误差约为  $0.76^\circ$ 。同样，当存在 4 个信号源时，仍可以用该方法实现方向角的高精度估计，限于篇幅，结果不一罗列。

综合上述实验可以看出，文中利用单个信号来训练 DOA 估计模型的方法能够实现对多个信号源来波方向的有效估计，而且具有良好的估计精度。

### 实验 2 性能比较

本实验的目的是比较用文中方法构建的模型与用协方差矩阵作为方向特征构建的模型的性能。

训练样本：信噪比 10~15dB，频率 160~180MHz，步进 5MHz，角度 0~360°，步进 5°，按照 1 个、2 个、3 个信源数的情况，分别提取训练本来训练以协方差矩阵作为输入方向特征的常规多来波方向估计模型。文中方法只要根据 1.3 节方法提取单个信号源本来训练模型即可。

测试样本：信噪比 10~15dB，中心频率 168.6 MHz，角度 0~360°，步进 6°，信号源间角度间隔按照两个信号源时间间隔 10°，3 个信号源间隔分别为 10°、20° 的情况来测试训练好的模型。实验条件：P4 3.0GHz CPU；512M 内存；Matlab7.1 开发平台。表

1 为网络性能比较结果。

表 1 网络性能比较

	角度			输入特征维数	训练时间 /s	总测试时间/s	平均测试误差/(°)
	信源数	取样间隔/(°)	训练样本数				
协方差矩阵	1	5	360	20	35.71	0.121	1.08
	2	5	12852	20	1780	0.127	2.79
	3	5	298272	20	/	/	/
文中方法	1	5	360	5	26.08	0.124	0.42
	2	5	360	5	26.08	0.131	0.46
	3	5	360	5	26.08	0.136	0.72

由表 1 可以看出,当存在 3 个信号源时,由于考虑了信号源间的角度组合问题而使得训练样本过于庞大,网络无法收敛到目标值;当信号源为两个时,网络虽然能够收敛,但是估计精度较差。而采用文中方法,训练样本大为减少,构建的模型也更加简洁,估计的精度也得到很大的提高。

### 3 结束语

文中利用 DOA 矩阵经特征分解能分离出各个信号源导向矢量的特点,提取单信号源的导向矢量作为特征输入来训练模型。该方法实现了对多信号源方向角的降维估计,有效缓解了信号源个数和训练样本集数目的矛盾,有较高的实际应用价值。

#### 参考文献:

[1] 季飞,余华,谢泽明,等.基于 DOA 矩阵法的矢量传感器阵列二维波达方向估计[J]. 电子与信息学报,2008,30(8):1886-1889.

[2] 夏铁骑,汪学刚,郑毅,等.联合对角化-DoA 矩阵方法[J]. 中国科学 E 辑:信息科学,2008,38(4):599-606.

[3] Guo X S, Wan Q, Yang W L, et al. Low-complexity 2D coherently distributed sources decoupled DOAs estimation method[J]. SciChina Ser F-Inf Sci, 2009, 52(5): 835-842.

[4] S Vigneshwaran, Narasimhan Sundararajan. Direction of arrival estimation under array sensor failures using a minimal resource allocation neural network[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(2):334-343.

[5] Wang M, Yang S, Wu S, et al. A RBFNN approach for DOA estimation of ultra wideband antenna array[J]. Neurocomputing, 2008, 71(4/6):631-640.

[6] Nelson Jorge G Fonseca, Michael Coudyser, Jean-Jacques Laurin, et al. On the design of a compact neural network-based DOA estimation system[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(2):357-366.

[7] 严颂华,吴世才,吴雄斌.基于神经网络的高频地波雷达目标到达角估计[J]. 电子与信息学报,2008, 30(2):339-342.

[8] 安冬,王守觉.基于仿生模式识别的 DOA 估计方法[J]. 电子与信息学报,2004,26(9):1468-1472.

[9] Ching-Sung Shieh, Chin-Teng Lin. Direction of arrival estimation based on phase differences using neural fuzzy network[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2000,48(7):1115-1124.

[10] 张旻,李鹏飞.基于互相关函数相角特征的 RBF 神经网络来波方向估计[J]. 电子与信息学报,2009, 31(12): 2926-2930.

[11] Simon Haykin. Neural networks: A comprehensive foundation[M]. 2nd ed. 北京:清华大学出版社,2001.

[12] 殷勤业. 高分辨率波达方向估计[D]. 西安:西安交通大学,1989.

(上接第 175 页)

#### 参考文献:

[1] 钟翔超.制导航弹任务规划设计[D]. 南京:南京理工大学,2008.

[2] Bassem R Mahafza. 雷达系统分析与设计[M]. 北京:电子工业出版社,2008:18-68,108.

[3] Pierre T Kabamba, Semyon M Meerkov, Frederick H Zeitz III. Optimal path planning for unmanned combat aerial vehicles to defeat radar tracking[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(2):279-288.

[4] Frederick H Zeitz III. UCAV path planning in the presence of radar-guided surface-to-air missile threats[D]. American: the University of Michigan, 2005.

[5] 李修和,陈永光,沈阳,等.电子战环境下双基地雷达对隐身目标的跟踪技术研究[J]. 电子学报,2004, 32(6):

918-922.

[6] 马统一. 经济应用数学—概率论与数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2004:62-68.

[7] 陈永光,李修和,沈阳. 组网雷达作战能力分析与评估[M]. 北京:国防工业出版社,2006:200.

[8] 高金源,焦宗夏,张平. 飞机电传操纵系统与主动控制技术[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005:153-161.

[9] 李季,孙秀霞. 基于改进 A-Star 算法的无人机航迹规划算法研究[J]. 兵工学报,2008,29(7):788-792.

[10] 谭德荣,严新平. 变权值加快收敛的路径寻优实时算法[J]. 交通运输工程学报,2004,4(1):118-120.

[11] 曾佳,申功璋. 一种无人机自主变步长航迹规划方法[J]. 弹箭与制导学报,2008,28(6):21-24.

[12] 吴剑,代冀阳,周继强. 无人机航路规划中的变步长 A-star 算法[J]. 电光与控制学报,2011,35(5): 1-4.