

一种新的 SAR 图像斑点噪声自适应抑制方法

张 琼^{1,2}, 沈民奋^{1,2}, 常春起³

(1. 汕头大学工学院, 广东 汕头 515063;

2. 中国科学技术大学电子科学与技术系, 安徽 合肥 230026;

3. 香港大学电机电子工程学系, 香港)

摘要: 在合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)图像斑点噪声抑制处理中, 为有效保护图像细节, 提出欧拉弹性能量各向异性扩散去噪模型。该模型将各向异性扩散模型转化为最小能量变分模型, 结合欧拉弹性能量模型的边界保护和增强能力, 在抑制噪声的同时能更有效地保护和增强细节信息。同时为了提高计算效率, 提出自适应变步长去噪算法。仿真和真实 SAR 图像的实验结果表明, 该算法不仅在抑制噪声的同时能够很好地保护图像细节, 而且有效减少了计算时间、提高了效率。

关键词: 各向异性扩散; 斑点噪声抑制; 自适应变步长迭代; 欧拉弹性模型

中图分类号: TP 751

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.06.43

Novel adaptive suppression method for SAR image speckles

ZHANG Qiong^{1,2}, SHEN Min-fen^{1,2}, CHANG Chun-qing³

(1. College of Engineering, Shantou University, Shantou 515063, China;

2. Department of Electronic Science and Technology, University of Science and Technology of China,

Hefei 230026, China; 3. Department of Electrical and Electronic Engineering, University of Hong Kong, China)

Abstract: To effectively preserve synthetic aperture radar (SAR) image edges while filtering, an anisotropic diffusion denoising model based on Euler's elastic energy model is presented. First, a minimum-energy variation model is derived from the anisotropic diffusion model. To preserve the image details while filtering, the Euler's elastic energy model is introduced. Then an adaptive step-size iteration scheme is proposed to improve the computational efficiency. The new algorithm using both simulated and real SAR images is validated. The experimental results show that the proposed method not only preserves image details effectively while filtering, but also improves the computational efficiency.

Keywords: anisotropic diffusion; speckle suppression; adaptive step-size iteration; Euler's elastic model

0 引言

合成孔径雷达(synthetic aperture radar, SAR)具有全天候、全天时、高分辨率、强透射等特点, 被广泛应用于民用和军事领域^[1-3]。但 SAR 是一种相干成像系统, 使所成图像含有大量的相干斑点噪声, 降低了图像质量, 影响了 SAR 图像的后续目标检测、分类和识别等应用, 所以相干斑点噪声抑制一直是 SAR 图像处理研究的一个重要课题。

目前, 去除斑点噪声的方法大致可分为三类: 第一类是基于局域统计特性的空域滤波^[4-7], 这类滤波器利用局部统计参数来判断该区域是属于背景区域还是边界区域, 从而

决定进行区域平均还是全通滤波, 这类算法虽然在一定程度上可以去除噪声, 但同时也导致边界模糊; 第二类是基于多分辨率分析的斑点噪声抑制算法^[8-11], 通过多尺度分解在抑制噪声的同时可以较好地保留图像细节, 但是这类算法大多建立在加性噪声的基础上, 而且需要确切地知道噪声的分布函数, 对于斑点噪声这样模型复杂的乘性噪声处理效果不够理想; 第三类是基于偏微分方程的各向异性扩散算法^[12-14], 该方法将图像特征引入扩散方程, 设计适当的扩散系数来控制扩散行为, 使垂直于梯度方向的扩散较大, 沿梯度方向的扩散较小, 在平滑图像的同时保留甚至增强图像边界。其中, 最具代表性的为文献[14]提出的各向异性扩散(speckle reducing anisotropic diffusion, SRAD)

模型,该模型采用最小均方误差方法,推导出瞬时方差系数作为边缘检测器,去噪性能优于之前同类的处理算法,可以部分增强图像边界,但也容易导致有意义的细节信息模糊甚至丢失,造成不准确甚至错误的判断;而且模型的迭代次数需要人为设定,只有迭代多次才能得到满意的结果。

本文在 SRAD 模型的基础上,将 SRAD 模型转化为最小能量变分模型,并结合欧拉弹性能量模型的边界保护和增强能力,推导出欧拉弹性能量各向异性扩散去噪(SARD based on Euler's elastic energy, SRADEEE)模型。同时,为了提高计算效率,提出自适应变步长去噪算法,保证在抑制噪声的同时保护细节信息,并有效地减少迭代次数,提高效率。

1 SRAD 模型及其不足

为了改善 P-M 模型^[12]在处理含有斑点噪声的图像会增强斑点噪声的问题,文献[14]证明:基于局域统计特性的自适应滤波器可以转化成线性扩散模型。于是,将局部统计特性引入扩散系数中,提出了一种各向异性扩散方程 SRAD,即

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \operatorname{div}[c(q) \cdot \nabla I(x, y, t)] \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y), (\partial I(x, y, t)/\partial \vec{n})|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中, $I_0(x, y)$ 表示初始含斑点噪声的图像; $\partial\Omega$ 为图像的边界区域; ∇ 表示梯度算子; $\operatorname{div}(\cdot)$ 表示散度算子; $c(q)$ 为扩散系数,表达式为

$$c(q) = \frac{1}{1 + [q^2 - q_0^2(t)]/[q_0^2(t)(1 + q_0^2(t))]} \quad (2)$$

式中, q 是由局部方差决定的瞬时系数算子; $q_0(t)$ 是斑点噪声尺度系数。引入局部统计特性后, $q(x, y, t)$ 表示为

$$q(x, y, t) = \sqrt{\frac{(1/2)(\nabla I/I)^2 - (1/4)^2(\nabla^2 I/I)^2}{[1 + (1/4)(\nabla^2 I/I)]^2}} \quad (3)$$

该算子包含了梯度算子和拉普拉斯算子,用于检测图像中的边缘。在边缘和高对比度轮廓处 $q \gg q_0$, $c(q) \rightarrow 0$, SRAD 表现为保持细节;在均匀区域 $q \rightarrow q_0$, $c(q) \rightarrow 1$, SRAD 表现为各向同性平滑滤波。

尽管文献[14]提出的 SRAD 算法在去噪效果上有了很大的改进,但是仍然存在两点不足:

(1) SRAD 算法中的 q 是作为边缘检测算子来检测图像的边缘,在图像中受噪声污染的细节处检测出来的 q 相对较小, $c(q)$ 相对较大,各向同性扩散所占的比例比较大,经过多次迭代后细节会变得模糊甚至丢失(见图 1(e) 和图 1(g));

(2) SRAD 算法在去噪过程中,迭代步长和迭代次数需要一定的经验来确定,而且往往需要迭代多次才能得到满意的结果。

2 本文算法

2.1 自适应变步长迭代步长

SRAD 算法的数值迭代解得公式为^[14]

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{4h^2} [c_{i+1,j}^n(I_{i+1,j}^n - I_{i,j}^n) + c_{i,j+1}^n(I_{i-1,j}^n - I_{i,j}^n) + c_{i,j+1}^n(I_{i,j+1}^n - I_{i,j}^n) + c_{i,j-1}^n(I_{i,j-1}^n - I_{i,j}^n)] \quad (4)$$

式中, h 为计算的空间步长,一般选择 $h=1$; Δt 为两次迭代之间的步长。

$$c_{i,j}^n = c \left[q \left(\frac{1}{I_{i,j}^n} \sqrt{|\nabla_R I_{i,j}^n|^2 + |\nabla_L I_{i,j}^n|^2}, \frac{1}{I_{i,j}^n} \nabla^2 I_{i,j}^n \right) \right] \quad (5)$$

由式(5)可知,当同一幅图像达到近似相同的处理效果时,采用的迭代步长越大,需要的迭代次数越少;迭代步长越小,所需的迭代次数越多。为了缩短迭代次数迭代步长应该取得大些。然而,在实验中发现迭代步长增大会使图像边界变模糊,甚至造成重要的诊断信息丢失(见图 1(g));缩短迭代步长虽然可以保留大部分细节信息,但同时也带来部分噪声无法去除的问题(见图 1(d) 和图 1(e))。因此,可以得到如下结论:

(1) 增大迭代步长可以减少迭代次数,但同时可能会造成图像中的边界模糊甚至有用信息的丢失;

(2) 较小迭代步长虽然可以保留图像中的细节信息,但是将导致迭代次数的增加和噪声的残留。

由于图像在迭代过程刚开始时含的噪声比较多,此时“去噪”应占主导地位,使用较大的迭代步长,可以较快地去除图像中大部分噪声;随着迭代次数的增加,图像中的噪声慢慢地减少,此时图像细节的保护占主导地位,应该使用较小的迭代步长来精细地处理图像中的细节和噪声。因此,提出基于相对峰值信噪比的自适应变步长算法,即

$$\Delta t^k = t_0 / (1 + nStep^k) \quad (6)$$

式中, Δt^k 表示第 k 次迭代的步长; $nStep^k$ 为第 k 次迭代时迭代步长改变的次数, $nStep^0 = 0$; t_0 为迭代步长的初始值,实验中取 $t_0 = 1.5$ 。 $nStep^k$ 根据迭代后相对峰值信噪比的大小来改变,即

$$nStep^k = \begin{cases} nStep^k + 1, & RPSNR^k < RPSNR_{th} \cdot \Delta t^k \\ nStep^k, & RPSNR^k \geq RPSNR_{th} \cdot \Delta t^k \end{cases} \quad (7)$$

式中, $RPSNR_{th}$ 为预设的相对峰值信噪比(relative peak signal-to-noise ratio, RPSNR)门限,根据多次实验结果比较,选择 $RPSNR_{th} = 0.08$, 当相对峰值信噪比小于 0.000 5 时停止迭代; $RPSNR^k$ 为图像前后两次迭代的相对峰值信噪比,表达式为^[15]

$$RPSNR^k = |PSNR^{k+1} - PSNR^k| / PSNR^k \quad (8)$$

$$PSNR^k = 20 \cdot \lg (MAX_I / \sqrt{MSE^k}) \quad (9)$$

$$MSE^k = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \|I^k(i, j) - I^{k-1}(i, j)\|^2 \quad (10)$$

式中, MAX_I 表示图像点颜色的最大数值, 在 8 位表示的图像中为 255; MSE^k 表示最小均方误差(minimum square error, MSE); m 和 n 分别表示图像的长和宽。

2.2 欧拉弹性能量各向异性扩散模型

SRAD 模型可等效为如下变分函数的解^[16]

$$\min [E_{\text{SRAD}}(I)] = \min \left[\iint_{\Omega} h(q) dx dy \right] \quad (11)$$

式中, $h(\cdot)$ 为非负增函数。

为了克服 SRAD 算法在细节处的各向异性扩散程度弱的问题, 在细节处引入欧拉弹性模型^[17-18], 从而在保护细节的同时保证受噪声污染的等照度细节的连续性。曲线 Γ 的欧拉弹性能量表示为

$$E_{\Gamma}[\gamma] = \int_{\gamma} (a + b\kappa^2) ds \quad (12)$$

式中, ds 表示弧长; $\kappa(s)$ 为标量曲率; a, b 为两个正的常数权重, 实验中取 $a=0.2, b=0.5$ 。

为保证在扩散过程中保护和增强边界, 最理想的边界扩散曲线 Γ'_λ 应满足

$$\Gamma'_\lambda = \arg \min_{\gamma_\lambda \in C_\lambda} \int_{\gamma_\lambda} (a + b\kappa^2) ds = \arg \min_{\gamma_\lambda \in C_\lambda} E_{\Gamma}[\gamma_\lambda] \quad (13)$$

式中, C_λ 表示在相同初始条件下所有可能的扩散曲线。经过适当的坐标转换和运算, 式(13)的能量最小形式可改写为

$$E_{\Gamma}[I] = \iint_{\Omega} \phi(\kappa) |\nabla I| dx dy \quad (14)$$

式中, Ω 为图像区域。为了降低噪声的影响, 对图像先进行微量的平滑, 因此有

$$E'_{\Gamma}[g * I] = \iint_{\Omega} \phi(\kappa) |\nabla(g * I)| dx dy \quad (15)$$

式中, g 为对 I 平滑滤波函数, 本文选择 Gauss 函数。令 $u=g*I$, 由变分法可求得式(15)的最小能量解为

$$\partial u / \partial t = \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla \cdot (V^1, V^2) = \partial V^1 / \partial x + \partial V^2 / \partial y \quad (16)$$

$$\mathbf{V} = (V^1, V^2) = (a + b\kappa^2) \mathbf{n} - \frac{\tau}{|\nabla u|} \frac{\partial(2b\kappa |\nabla u|)}{\tau} \quad (17)$$

式中, \mathbf{n} 和 τ 分别为图像边界的法向和切向。

加入欧拉弹性扩散后的能量表示为

$$E(I) = E_{\text{SRAD}}(I) + \lambda(q) E'_{\Gamma}(I) \quad (18)$$

式中

$$\lambda(q) = \begin{cases} 2 \cdot \frac{q_0}{q}, & q > q_0 \\ 0, & q \leq q_0 \end{cases}$$

为欧拉弹性能量加权项。即弹性扩散只在细节处引入, 从而避免边界的过扩散。对式(18)求最小能量解得到本文提出的 SRADEEE 模型, 即

$$\partial I / \partial t = \operatorname{div} [c(q) \nabla I] + \lambda(q) \cdot \nabla \cdot \mathbf{V} \quad (19)$$

在 SRADEEE 模型中, 对于图像中的“细节”, q 与 q_0 的相差较小, $\lambda(q)$ 较大, 加入欧拉弹性扩散后能加强沿细节切向的扩散, 即对细节起到保护和增强的作用; 而对于图像中的“强边界”, $q \gg q_0$, $\lambda(q)$ 很小, 此时由欧拉弹性扩散所引入的部分可以忽略不计; 对于图像中的噪声区域, 由于 $\lambda(q)$ 为 0, 模型退化为 SRAD。

3 实验结果及分析

为分析本文算法的有效性, 对于仿真图像和实际 SAR 图像, 将其分别与 SRAD 算法^[14] 和自适应小波门限去噪(adaptive wavelet thresholding, AWT)^[17] 算法进行比较和分析。实验中选用 haar 小波三层分解, 电脑的主要配置参数及软件为 1.66G CPU、1G 内存、Microsoft Windows XP 系统和 Matlab7.5.0 软件平台。

3.1 评价标准

3.1.1 边缘保持度

在实验中对于仿真图像采用 Pratt 品质因数(figure of merit, FOM)^[19] 来对比不同斑点噪声抑制方法的边缘保持性能。其定义为

$$FOM = \sum_{i=1}^{\hat{N}} \frac{1}{1 + d_i^2 \alpha} / \max(\hat{N}, N_{\text{ideal}}) \quad (20)$$

式中, \hat{N} 为检测到的边缘像素; N_{ideal} 为理想的边缘像素; d_i 为第 i 个检测到的边缘像素到最近的理想边缘像素的距离; α 为一个常数, 取 $\alpha=1/9$; FOM 取 $0 \sim 1$ 之间, 越接近 1 越好。在 FOM 计算中, 对不同的滤波算法采用统一边缘检测算子——canny 算子。

3.1.2 等效视数

对于实际 SAR 图像等效视数(equivalent number of looks, ENL)的定义为

$$ENL = (0.5M/SD)^2 \quad (21)$$

式中, M 和 SD 分别是滤波后图像的均值和标准差。ENL 越大表明算法的平滑能力越强。

3.2 仿真图像实验结果

原始图像、加入斑点噪声后的图像以及不同算法的处理结果如图 1 所示。实验选取了 6 个区域: R1、R2、R3、R4、R5、R6, 如图 1 所示。表 1 为图 1 各子图的 FOM 和均值方差对比。表 2 为对应图 1(c) ~ 图 1(h) 的处理时间。

从表 2 可以看出 AWT 算法由于计算时不需迭代, 所以在处理时间上有明显优势, 但从图 1(c) 和表 1 可知处理后的图像边缘比较模糊, 区域 R4 和 R6 中包含较多的噪声。由于图 1(d) 是由迭代步长和迭代次数都相对较小的 SRAD 算法处理所得, 所以计算所需时间较图 1(e) 短, 图像中的细节依然得以保留, 见图中的区域 R5。同时, 由于迭代步长和迭代次数较小, 所得结果含有较多噪声, 所以

在边界检测时会产生很多虚假边界。因此,在不同参数的 SRAD 算法中,该图的 FOM 最小,各区域的方差较大。随着迭代次数增加,噪声明显减少(见图 1(e)),但计算时间也显著增加,各区域的方差随之减小。在相同步长下迭代次数的增加会使细节信息模糊。噪声的减小将使检测出来的错误边界变少,在图像细节信息丢失不严重的情况下,增加步长将导致 FOM 指数上升。以上实验现象很好地验证了本文之前提到的 SRAD 算法中步长和迭代次数与去噪和保护细节相矛盾的问题。图 1(f)和图 1(g)的迭代步长增大,所需处理时间也是随之变大。由于迭代步长的增加图像中的噪声较少,但同时随着迭代次数的增多,细节边界也变得更加模糊。图 1(h)为本文算的计算结果,在相对峰值信噪比停止门限设置为 0.000 5 时,本文算法只需 1.124 9 s,从表 1 可知本文算法处理后各区域的均值与原图比较接近而方差相对于图 1(c)~图 1(g)有很大的改善,说明本文算法处理后噪声明显减少;同时,从 FOM 指数来看,本文算法得到的 FOM 指数最高,说明本文算法对图像的边缘恢复的最好。因此,本文提出的 SRADEEE 算法在去噪能力、边缘保持度和计算时间上都有明显改善。

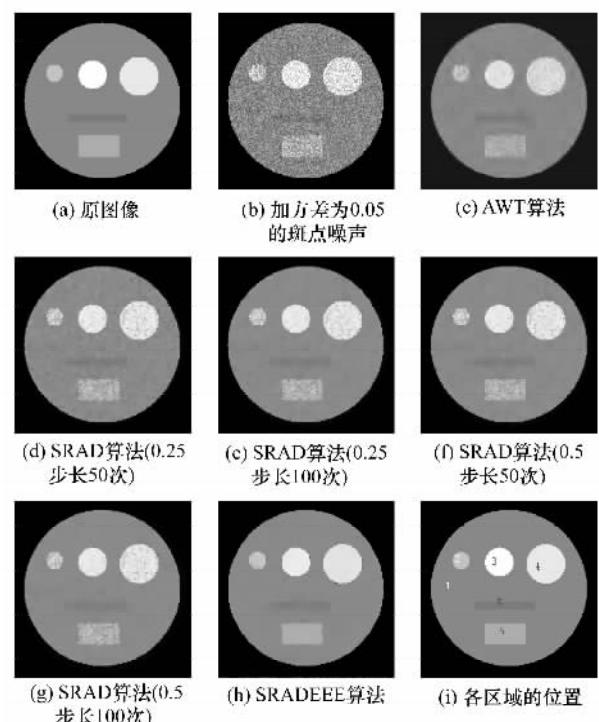


图 1 不同算法对仿真图像处理结果的比较

表 1 不同算法和参数得到结果的 FOM 和各区域的均值、标准差

	R1	R2	R3	R4	R5	R6	FOM
图 1(a)	128	192	255	232	113	167	1
图 1(b)	128.121 3± 28.652 1	192.382 5± 41.635 7	230.832 1± 31.802 2	219.938 6± 37.048 2	111.851 3± 25.313 6	167.562 1± 37.326 1	0.246 4
图 1(c)	127.776 5± 7.578 0	183.548 9± 18.775 4	220.007 6± 11.787 8	211.007 6± 14.800 2	116.195 6± 3.697 7	162.659 9± 12.955 2	0.291 7
图 1(d)	129.573 2± 6.571 1	192.363 8± 26.348 6	229.571 4± 12.991 2	221.365 9± 19.760 2	115.918 6± 3.894 2	168.384 9± 20.329 8	0.303 8
图 1(e)	129.588 2± 5.042 5	192.328 5± 24.980 2	229.581 8± 11.347 4	221.433 2± 18.000 8	117.286 5± 2.791 8	168.334 6± 18.643 6	0.502 0
图 1(f)	129.587 2± 5.011 1	192.357 6± 24.637 1	229.573 6± 11.165 8	221.443 6± 17.683 1	117.293 9± 2.807 1	168.329 7± 18.312 8	0.502 8
图 1(g)	129.556 2± 4.374 0	192.295 2± 23.826 6	229.558 1± 10.208 6	221.478 7± 16.508 7	119.116 3± 1.910 5	168.270 1± 17.194 3	0.574 5
图 1(h)	128.327 4± 4.020 7	191.091 5± 9.040 4	235.042 2± 5.175 9	224.416 1± 5.896 3	116.493 7± 3.493 7	166.413 9± 5.381 0	0.885 2

表 2 不同算法的运行时间

	AWT 算法	SRAD 算法 (0.25 步长 50 次)	SRAD 算法 (0.25 步长 100 次)	SRAD 算法 (0.5 步长 50 次)	SRAD 算法 (0.5 步长 100 次)	SRADEEE 算法	s
运行时间	0.567 1	1.397 8	2.703 8	1.375 5	2.693 0	1.124 9	

3.3 实际 SAR 图像实验结果

实际 SAR 图像的处理结果如图 2 所示。经过多次实验比较,选择迭代步长为 0.5 的 SRAD。在峰值信噪比阈值为 0.000 5 时,SRAD 需要迭代 92 次,所需计算时间为 1.276 7 s,而本文算法只需迭代 15 次,所需计算时间仅为 0.354 3 s。不同的评价准则对不同滤波算法处理结果的比较如表 3 所示。

表 3 不同算法对实际 SAR 图像处理结果比较

	M	SD	FOM	ENL
SAR 图像	0.262 0	0.057 5	4.557 7	5.193 2
AWT 图像	0.217 3	0.028 4	7.650 1	14.630 9
SRAD 图像	0.194 4	0.038 4	5.059 1	6.424 0
SRADEEE 图像	0.260 8	0.024 6	10.586 4	28.018 0

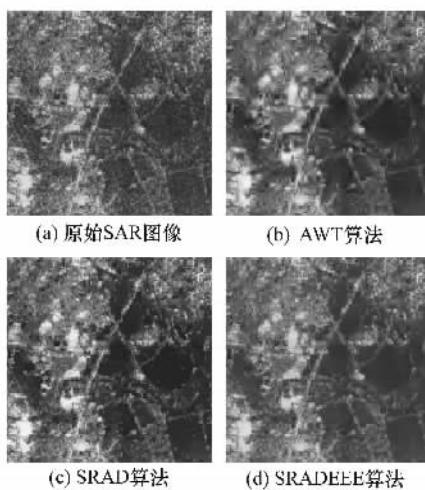


图 2 不同算法对实际 SAR 图像的处理结果

通过实验结果以及评价标准的对比可以看出, SRADEEE 算法对斑点噪声有较好的抑制效果, 并且在去除噪声的同时较好地保留了细节信息。AWT 算法虽然具有较大的 ENL, 但图像中的细节信息也基本丢失。

4 结 论

本文将 SRAD 模型转化为求能量最小变分形式, 利用欧拉弹性能量变分模型的边界保护能力来改进 SRAD 变分模型的细节保护和边界增强能力; 在迭代求解时提出使用自适应变步长来代替传统的固定步长迭代求解方法, 大大减少了算法所需的计算时间。仿真和真实 SAR 图像的实验结果证明, 本文提出的算法不仅在去除噪声的同时保留了细节信息, 而且大大缩短了计算时间。

参 考 文 献:

- [1] Mishra A K, Bernard M. Automatic target recognition using multipolar bistatic synthetic aperture radar images[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(4): 1906–1920.
- [2] 匡纲要, 高贵, 蒋咏梅. 合成孔径雷达目标检测理论算法及应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2007. (Kuang G Y, Gao G, Jiang Y M. *Synthetic aperture radar detection theory algorithms and application* [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2007.)
- [3] Petillot I, Trouve E, Bolon P, et al. Radar-coding and geocoding lookup tables for the fusion of GIS and SAR data in mountain areas[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2010, 7(2): 309–313.
- [4] Yang X Z, Clausi D A. Structure preserving speckle reduction of SAR images using nonlocal means filters[C] // Proc. of the 16th IEEE International Conference on Image Processing, 2009: 2985–2988.
- [5] Maini R, Sohal J S. Performance evaluation of prewitt edge detector for noisy images[J]. *Journal on Graphics, Vision and Image Processing*, 2006, 6(3): 39–46.
- [6] Roomi S M, Lekshmi I M, Kumar V A. A recursive Gaussian weighted filter for impulse noise removal[J]. *Journal on Graphics, Vision and Image Processing*, 2006, 6(3): 33–37.
- [7] Lee J S. Improved sigma filter for speckle filtering of SAR imagery[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(1): 202–213.
- [8] 闫肃, 赵久奋, 王顺宏. 一种改进的相干斑点噪声抑制算法[J]. 计算机仿真, 2009, 26(3): 8–11. (Yan S, Zhao J F, Wang S H. A modified algorithm for reducing speckle noise in SAR image[J]. *Computer Simulation*, 2009, 26(3): 8–11.)
- [9] Chang S G, Yu B, Martin V. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression[J]. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 2001, 20(8): 772–783.
- [10] Radford D, Kurekin A, Marshall D, et al. A new DCT-based multiresolution method for simultaneous denoising and fusion of SAR images[C] // Proc. of the 9th International Conference on Information Fusion, 2006: 1–8.
- [11] Oktem R, Egiazarian K, Lukin V, et al. Locally adaptive DCT filtering for signal-dependent noise removal[C] // Proc. of the Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2007: 10–23.
- [12] Perona P, Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis Machine Intelligence*, 1990, 12(7): 629–639.
- [13] Luo H G, Zhu L M, Ding H. Coupled anisotropic diffusion for image selective smoothing[J]. *Signal Processing*, 2006, 86(7): 1728–1736.
- [14] Yu Y J, Acton S T. Speckle reducing anisotropic diffusion[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2002, 11(11): 1260–1270.
- [15] 张良培, 王毅, 李平湘. 基于各向异性扩散的 SAR 图像斑点噪声滤波算法[J]. 电子学报, 2006, 34(12): 2250–2254. (Zhang L P, Wang Y, Li P X. The filtering algorithm for SAR image speckle noise based on anisotropic diffusion[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(12): 2250–2254.)
- [16] Yu Y J, Yadegar J. Regularized speckle reducing anisotropic diffusion for feature characterization[C] // Proc. of the IEEE International Conference on Image Processing, 2006: 1577–1580.
- [17] Shen J, Sung H K, Chan T. Euler's elastica and curvature-based inpainting[J]. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2003, 63(2): 564–592.
- [18] Gu J W, Zhang L, Yu G Q, et al. Metal artifacts reduction in CT images through Euler's elastica and curvature based sinogram inpainting[C] // Proc. of the SPIE International Society for Optical Engineering Image Processing, 2006: 1965–1972.
- [19] Pratt W K. *Digital image processing* [M]. New York: Wiley, 1977.