文章编号:1001-506X(2011)12-2593-05

适用于模型失配时的改进 IMM 算法

陈 映,程 臻,文树梁

(北京无线电测量研究所,北京 100854)

摘 要: 机动目标难以跟踪的主要原因是无法找到一个准确的模型来描述目标的运动,即此时目标运动模型是失配的。现今交互式多模型(interacting multiple-model, IMM)算法是一种常用的用于机动目标的跟踪算法。推导分析了现有的典型 IMM 滤波算法在跟踪机动目标时存在的不足,提出了一种更适用于运动模型失配情况下机动目标跟踪的改进 IMM 算法。该算法对在跟踪机动目标时滤波器的新息序列的均值特性进行推导分析,改进了 IMM 算法中模型概率的计算方法,提高了模型概率计算的准确性,从而提高对机动目标的跟踪精度。建立了典型的机动目标跟踪场景,将改进后的 IMM 算法和原有的典型 IMM 算法的跟踪性能进行了对比研究,并对模型转换概率的准确性进行了分析,仿真结果验证该改进算法的有效性。

关键词: 机动目标跟踪; 交互式多模型算法; 新息序列均值; 模型概率

中图分类号: TN 957

文献标志码: A

DOI: 10. 3969/j. issn. 1001-506X. 2011. 12. 05

Modified IMM algorithm for unmatched dynamic models

CHEN Ying, CHENG Zhen, WEN Shu-liang

(Beijing Radio Measurement Institute, Beijing 100854, China)

Abstract: The biggest difficulty in maneuvering target tracking is that the dynamic model of targets can not be found accurately, which means in most situations the dynamic models are unmatched. Interacting multiple-model (IMM) is the most popular algorithm for maneuvering target tracking nowadays. The paper analyzes the shortcomings of the current typical IMM algorithm for tracking maneuvering targets, and then puts forward a modified IMM algorithm which has a better performance for tracking maneuvering targets. Based on the analysis of innovation expectation, this modified IMM algorithm calculates the model probability in a revised way, which improves the precision for tracking maneuvering targets obviously. Based on a typical simulation scenario for tracking maneuvering targets, the tracking precisions of the modified IMM and current typical IMM are compared, and accuracies of model probabilities calculations for both algorithms are also studied. The simulation results validate the modified IMM algorithm.

Keywords: maneuvering target tracking; interacting multiple-model (IMM) algorithm; innovation expectation; model probability

0 引 言

机动目标跟踪技术在军事领域得到了较深入的研究,并取得了广泛的研究成果[1-3]。常用的机动目标跟踪方法大致有:机动噪声模型(singer模型和当前统计模型等)方法、机动检测后调整滤波参数的方法、"硬切换"的变维滤波方法和"软切换"的交互式多模型(interacting multiplemodel, IMM)滤波算法。机动目标跟踪技术的关键在于目标运动模型的建立。通常目标机动期间,其运动模型无法准确建立,以上方法的根本在于解决模型的不准确性问题。

IMM 滤波算法是由 Yaakov Bar-Shalom 和 Xiao-Rong Li 等人提出的一种非常适用于机动目标跟踪的滤波算法^[4-11]。国内外学者对该算法的应用及其改进算法做了相关的研究^[9-15],但是不管是最初提出的 IMM 算法还是后续所有的改进研究,在计算模型概率时都存在一个相同的前提假设,即假设每个模型的新息序列为零均值的高斯白噪声,而实际上通常这种假设并不成立。实际对于机动目标的跟踪,模型的建立通常是不准确的。IMM 算法模型集合可能存在两种情况,第一种是模型集合中总有一个模型针对当前时刻是准确的,但其他剩余模型却是失配的,此时准确的那

个模型工作在最优状态,其他模型并非工作在最优状态。第二种情况是模型集合中所有模型都不是百分之百准确的,但是对于合理的模型集合其中总有一个模型的失配程度最小,此时所有模型均非工作在最优状态。在实际跟踪中,第二种情况更为普遍。不管是哪种情况总是存在滤波器不可能工作在最优状态,此时失配滤波器的新息并非理想的零均值白噪声,通常情况下是有偏的。此时现有的IMM 算法用于计算模型概率的方法是基于滤波器工作在理想状态的前提得到的,即假设新息序列符合零均值高斯分布情况下根据各个模型的新息序列计算每个模型的归一化概率,这是有悖于实际情况,计算出来的模型概率是存在偏差的。

本文对机动模型跟踪情况下新息序列存在均值偏差的特性进行了推导分析,提出了一种适用于模型失配情况下改进的计算模型概率的方法。此方法假设由于目标机动导致的模型误差而产生的滤波器新息序列是非零均值的高斯白噪声,关键在于估计出新息序列的均值。这里采用衰减记忆滑窗平均的方法估计出新息序列的均值,对模型概率的计算方法进行修正。最后建立典型的机动目标跟踪仿真场景,采用无敏(unscented filter, UF)非线性滤波算法进行跟踪滤波仿真,通过与现有 IMM 算法跟踪滤波结果的对比,本文提出的修正 IMM 方法在跟踪机动目标时能更准确地计算模型概率,从而提高滤波跟踪精度,但该方法需要一定的时间长度用以估计新息序列的均值。

1 机动目标跟踪的新息序列分析

这里假设目标的运动方程是线性的,在此基础上对目标机动时的新息序列特征进行分析。设机动目标运动的状态量为X,假设跟踪目标离散后的动态系统模型为

 $X(k+1) = \mathbf{\Phi}(k) \cdot X(k) + \mathbf{F}(k) + \mathbf{\Gamma}(k) \cdot \mathbf{W}(k)$ (1) 式中, $\mathbf{\Phi}(k)$ 表示状态转移矩阵; $\mathbf{\Gamma}(k)$ 为过程噪声系数矩阵; $\mathbf{W}(k)$ 表示可能存在的过程噪声干扰,其符合零均值高斯分析; $\mathbf{F}(k)$ 表示外界机动干扰力,对于目标非机动时刻, $\mathbf{F}(k)=0$;对于目标机动时刻, $\mathbf{F}(k)\neq 0$,它是导致模型不能准确建立的最直接原因。

观测站的测量向量为 Z, 观测站测量方程为

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{X}(k)) + \mathbf{V}(k) \tag{2}$$

式中, $\mathbf{Z}(k)$ 为测量向量; $\mathbf{h}(\cdot)$ 表示测量方程,这里观测站测量方程为非线性的; $\mathbf{V}(k)$ 为测量噪声。对于测量方程为非线性的情况,滤波新息的计算方式如下:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{Z}(k) - \hat{\mathbf{Z}}(k/k - 1) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}(k/k - 1))$$

观测站实际测量向量 $\mathbf{Z}(k)$ 的预测误差为零均值的高斯白噪声,在模型准确的情况下 $\hat{\mathbf{X}}(k/k-1)$ 的预测误差为零均值的高斯白噪声,由于 $\mathbf{h}(\cdot)$ 的非线性,测量向量预测值 $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{X}}(k/k-1))$ 的误差的均值并不为零[16],即 $\hat{\mathbf{Z}}(k/k-1)$ 的估计误差的均值并不为零,从而导致新息序列 $\mathbf{v}(k)$ 的均值

并不为零,文献[16]说明了零均值的高斯测量白噪声通过 测量方程的非线性变换后得到的状态统计量的均值并不为 零,即对于非线性函数 X=g(Z),当测量量 Z 为零均值高斯 白噪声时,通过非线性函数 $g(\cdot)$ 后得到的伪测量 X 是非 零均值的。同理,对于等式(3),若 $\hat{X}(k/k-1)$ 的估计误差 是零均值的,通过非线性量测方程 h(•)得到的量测预测 $\mathbf{Z}(k/k-1)$ 的估计误差均值非零,从而导致等式(3)计算得 到的新息序列的均值非零。然而这仅是导致新息序列均值 不为零的较小的因素,若观测站测量误差较小的情况或观 测距离较近时,由于非线性测量方程导致新息序列均值不 为零的影响很小。为降低测量非线性对于滤波精度的影 响,本文采用非线性近似程度较高的 UF 滤波算法。本文 对此因素不予以考虑,而是主要分析由于机动干扰力引起 的新息序列均值不为零的情况。为方便推导,这里假设观 测站测量方程为线性的,由于零均值的高斯统计量通过线 性变换后得到的统计量仍符合零均值的高斯分布,此时由 于测量方程引起的新息序列不为零的因素不存在了。

$$\mathbf{Z}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \tag{4}$$

假设目标在 k_0 时刻之前不发生机动,下面 3 个式子给出了此时理想的滤波器方程,这里称之为滤波器 1。此滤波器在机动前工作在最佳状态,其中 K 为增益矩阵。

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \mathbf{\Phi}(k-1)\hat{\mathbf{X}}(k-1/k-1)$$
 (5)

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) \tag{6}$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k-1)\mathbf{v}(k) \tag{7}$$

目标在 k_0 时刻发生机动,滤波器 1 已不工作在最佳状态。此时机动干扰力 $\mathbf{F}(k_0) \neq 0$,相应的滤波方程如下面 3 式所示,称之为滤波器 2。

$$\hat{\mathbf{X}}^* (k/k-1) = \mathbf{\Phi}(k-1)\hat{\mathbf{X}}^* (k-1/k-1) + \mathbf{F}(k)$$
(8)

$$\mathbf{v}^*(k) = \mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{X}}^*(k/k-1)$$
 (9)

$$\hat{\mathbf{X}}^* (k/k) = \hat{\mathbf{X}}^* (k/k - 1) + \mathbf{K}(k - 1)\mathbf{v}^* (k)$$
 (19)

在目标发生机动后,若确切地知道干扰力 F(k)的大小,滤波器 2 工作在最优状态,其对应的新息序列 $v^*(k)$ 的均值 $E[v^*(k)]=0$ 。而滤波器 1 此时并不工作最优状态,下面对其新息序列 v(k)的均值进行分析。

机动开始时刻 k_0 的滤波器 1 和滤波器 2 存在以下初始值关系式:

$$\hat{\mathbf{X}}^* (k_0/k_0) = \hat{\mathbf{X}}(k_0/k_0) \tag{11}$$

$$\hat{\mathbf{X}}^* (k_0/k_0-1) = \hat{\mathbf{X}}(k_0/k_0-1)$$

$$\mathbf{v}^* \left(k_0 \right) = \mathbf{v}(k_0) \tag{13}$$

(12)

令机动前后的状态向量 \hat{X} 的改变量为

$$\Delta \mathbf{X}(k) = \hat{\mathbf{X}}^* (k/k) - \hat{\mathbf{X}}(k/k) \tag{14}$$

新息序列的改变量为

$$\Delta \mathbf{v}(k) = \mathbf{v}^*(k) - \mathbf{v}(k) \tag{15}$$

综合式(5)~式(10)可以得到以下的递推关系:

$$\Delta \mathbf{X}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k))\mathbf{\Phi}(k-1)\Delta \mathbf{X}(k-1) + (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k))\mathbf{F}(k-1)$$
(16)

$$E(\Delta \mathbf{v}(k)) = E(\mathbf{v}^*(k) - \mathbf{v}(k)) = \mathbf{H}(k)\mathbf{\Phi}(k-1) \cdot \Delta \mathbf{X}(k-1) + \mathbf{H}(k)\mathbf{F}(k-1)$$
(17)

由于 $E[v^*(k)] = 0$,可得到

$$E(\mathbf{v}(k)) = \mathbf{H}(k)\mathbf{\Phi}(k-1)\Delta\mathbf{X}(k-1) + \mathbf{H}(k)\mathbf{F}(k-1)$$
(18)

为方便理解,根据式(16)将式(18)写成非递归的形式如下 E(v(k)) =

$$\begin{cases}
\mathbf{H}(k) \sum_{l=2}^{k-k_{0}-1} \prod_{m=l}^{k-k_{0}-1} \mathbf{\Phi}(k_{0}+m) [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k_{0}+m)\mathbf{H}(k_{0}+m)] \cdot \\
\mathbf{F}(k_{0}+l-1) + \mathbf{H}(k)\mathbf{F}(k-1), k \geqslant k_{0} + 2 \\
\mathbf{H}(k_{0}+1)\mathbf{F}(k_{0}), k = k_{0} + 1 \\
0, k \leqslant k_{0}
\end{cases}$$
(19)

可以看出当 $k > k_0$,由式(17)可以看出由于 F(k)的影响, $E(v(k)) \neq 0$ 。可见 F(k)影响到了新息序列的统计特性。本文假设机动时滤波器 1 的新息序列符合非零均值的高斯分布,且有 $Cov[v^*(k)] = Cov[v(k)]$ 。可以看出,除了新息序列的协方差矩阵之外,此时还需要实时对新息序列的均值进行估计才能准确地表征该序列的统计特性。根据这一统计特性可以更为精确地计算每个模型的似然函数以及每个模型的模型概率,这就是本文提出的改进 IMM 算法的主要思想。

2 适用于模型失配时的修正 IMM 算法

本文采用的实时估计信息序列均值的方法为衰减记忆滑动平均方法,即选择一定的时间窗口长度 N,计算该窗口内的新息序列的均值为

$$\bar{\mathbf{v}}(k) = \alpha \bar{\mathbf{v}}(k-N) + \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^{k} \mathbf{v}(i)$$
 (20)

式中, α 为衰减因子; $\bar{v}(k)$ 为当前时间窗口内新息序列的均值估计; $\bar{v}(k-N)$ 为上一个时间窗口内新息序列的均值估计;对 $\bar{v}(k-N)$ 采用衰减记忆的方法进行处理。根据不同的机动干扰力 F(k)的变化情况可以选择不同合适的衰减因子 α 和不同的时间窗口长度 N。

测量向量预测误差的协方差阵为

$$S(k) = H(k)P(k/k-1)H^{T}(k) + R_{n}$$
 (21)
式中, $P(k/k-1)$ 为状态向量预测误差协方差阵; R_{n} 为观测站测量误差矩阵。

IMM 的模型集合为 $\{M_j, j=1,2,\cdots,r\}$,总的模型数目为r,模型之间的转移矩阵为 $[\mathbf{p}_{ij}](i,j=1,2,\cdots,r)$,每个模型的概率 $\mu_j(j=1,2,\cdots,r)$ 。则对应于第j个滤波器的似然函数为

 $\Lambda_{j}(k) = p[v(k)] = \mathbb{N}[v(k); \bar{v}(k), S(k)]$ (22) 式中, $\mathbb{N}[\cdot]$ 表示正态分布。

IMM模型概率的计算方法为

$$\mu_{j}(k) = \frac{1}{c} \Lambda_{j}(k) \sum_{i=1}^{r} p_{ij} \mu_{i}(k-1)$$
 (23)

式中

$$c = \sum_{j=1}^{r} \Lambda_{j}(k) \sum_{i=1}^{r} p_{ij} \mu_{i}(k-1)$$
 (24)

以上给出了改进 IMM 算法中每一帧模型概率的计算方法,其每一帧每个模型状态向量的交互初始化方法与现有典型的 IMM 算法相同,可参考文献[11]。每个模型的滤波算法采用 UF 滤波算法,UF 具体的算法步骤可参考文献[17]。改进 IMM 算法的拓扑图如图 1 所示。

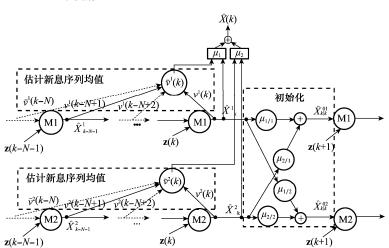


图 1 改进的适用于机动目标跟踪的 IMM 拓扑图

该改进 IMM 算法适用目标机动较强且复杂的情况,此时没法采用一个运动模型对目标运动进行准确描述或者没法采用多个模型对目标运动分段进行准确描述。在这种情

况下,该算法通过利用一定长度时间的数据对目标机动均值进行估计,改进通常 IMM 算法的模型概率计算方法,提高模型概率估计的准确性从而达到提高跟踪精度的目的。

3 算法仿真验证及结果分析

为验证本文给出的改进 IMM 算法的有效性,本文设计了一个典型的机动目标跟踪场景。设目标在二维平面内做机动运动,总运动时间为 350 s,前 50 s 目标作匀速直线运动,第 50~250 s 做正弦机动,250~350 s 又恢复匀速直线运动。整个运动期间沿 X 轴的速度始终为 300 m/s。在目标非机动运动期间,目标沿 Y 轴的速度为 0;在机动运动期间,目标沿 Y 轴的速度为 $v_y(t)=1$ 000 ω cos (ωt),其中 $\omega=\pi/10$ 。得到的运动轨迹如图 2 所示。

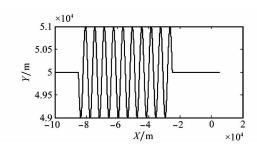


图 2 目标运动轨迹

观测站位于原点处,采样时间间隔 T=0.5 s。观测站测量量为目标的距离 R 和目标方位角 A,表达式如下:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{25}$$

$$A = \tan\left(\frac{y}{x}\right) \tag{26}$$

观测站的距离测量精度为 $\sigma_R = 20$ m, 角度测量精度 为 $\sigma_A = 0.04^{\circ}$ 。

为评估跟踪精度,采用 M 次蒙特卡洛仿真,目标跟踪精度采用均方根误差 RMSE 值表示。设 M 次蒙特卡罗仿真得到目标的滤波位置为 (x_j,y_j) ,而对应的目标真实位置为 (x_{ij},y_{ij}) ,其中 $j=1,2,\cdots,M$ 。总的目标跟踪位置RMSE 值为

RMSE =
$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{M} (x_j - x_{0j})^2}{M} + \frac{\sum_{j=1}^{M} (y_j - y_{0j})^2}{M}}$$
 (27)

速度跟踪的 RMSE 值采用类似的表达式。

根据该场景目标的运动特点,选择一个 CV 模型和一个 CA 模型作为 IMM 算法的模型集合,将本文提出的改进 IMM 算法和典型 IMM 算法的跟踪精度进行比较,跟踪误差结果如图 3 和图 4 所示。其中用于估计新息序列均值的时间窗口长度选择 N=15,衰减因子 $\alpha=0.1$ 。为确保两种算法的可比较性,在仿真过程中两种算法的其他参数选择均相同,如过程噪声协方差矩阵、状态向量及其协方差矩阵的初值等。

为了更清楚地了解改进的 IMM 算法在跟踪机动目标时的优势,图 5 和图 6 分别给出了两种 IMM 算法的模型概率交互曲线。

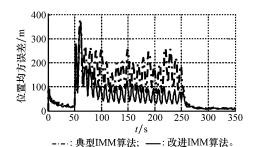


图 3 两种算法的位置跟踪精度对比

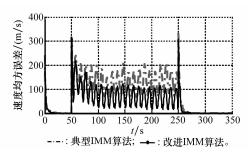


图 4 两种算法的速度跟踪精度对比

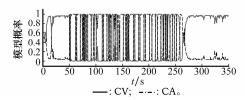


图 5 模型概率交互曲线(典型 IMM 算法)

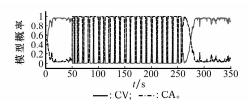


图 6 模型概率交互曲线(改进 IMM 算法)

从图 3 和图 4 可以明显看出,在目标发生机动时,改进后的 IMM 算法跟踪精度明显较高,且跟踪的误差表现更为稳定。这一点可以从其模型的交互特性中找到答案。从图 5 和图 6 可以看出,改进的 IMM 算法模型的交互正确性更高,而现有的 IMM 算法在滤波期间模型会出现交互混乱的情况。为看得更为清晰,图 7 和图 8 给出了目标机动时的两种算法的模型概率交互放大图,为方便分析同时还给出了归一化的 Y 轴加速度曲线(纵坐标在图的右侧显示)。可以看出目标沿正弦轨迹机动运动过程中,当加速度过零点时,改进 IMM 算法能够很准确地选择加大 CV 模型的权值,而当加速度较大时,其能很准确地选择 CA 模型作为主要的滤波模型。而典型的 IMM 算法的模型概率交互则不那么准确。这就是导致两种算法跟踪性能差异的直接原因。而导致模型概率交互不够准确的根本原因就在于当目标机动后,滤波器的新息序列的均值已不再为零,此时采用

现有典型 IMM 算法计算得到的模型概率是有偏差的。本文采用的改进 IMM 算法通过对新息序列均值的估计,改进了计算模型概率的方法,提高了模型概率计算的准确性,从而提高目标机动时的跟踪精度。

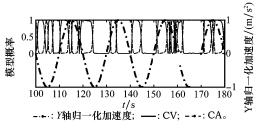


图 7 模型概率交互曲线放大图(典型 IMM 算法)

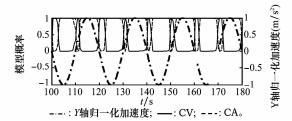


图 8 模型概率交互曲线放大图(改进 IMM 算法)

4 结 论

本文分析了现有典型 IMM 算法在跟踪机动目标时存在的不足,分析结果表明了在跟踪机动目标时滤波器的新息序列均值不为零。据此提出了一种改进的 IMM 算法,该算法采用衰减记忆滑动平均的方法估计出新息序列的均值,改进了模型概率的计算方法,其按照新息序列符合非零均值高斯分布的特点计算每个模型的似然函数,从而提高模型概率计算的准确性以达到提高滤波精度的目的。本文建立了典型的机动目标跟踪场景,综合目标运动加速度的变化曲线和模型概率变化曲线比较了两种 IMM 算法的模型概率转换准确性和二者最终的滤波精度。仿真结果表明,对于此类强机动运动目标,改进的 IMM 算法通过对一段时间内新息序列均值的估计,其模型概率计算准确性和滤波精度相对于原有的典型 IMM 算法明显得到提高,该算法具有较好的理论和工程参考价值。

参考文献:

- [1] 周宏仁, 敬忠良. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社,1991; 58-75. (Zhou H R, Jing Z L. *Meanuvering target tracking*[M]. Beijing; National Defense Industry Press,1991;58-75.)
- [2] 何友. 多传感器信息融合及应用[M]. 北京:电子工业出版社, 2000:14 - 16. (He Y. Multi-sensor information fusion and applications[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2000:14 - 16.)
- [3] Shalom Y B. Tracking and data association [M]. Orlando: Academic Press, 1988:123 148.

- [4] Blom H A P, Shalom Y B. The interacting multiple model algorithm for systems with Marko switching coefficients [J]. *IEEE Trans. on AC*, 1988, 33(8);780-783.
- [5] Mahendra M, La Scala B F. IMM estimator for ground target tracking with variable measurement sampling intervals [C]// Proc. of the 9th International Conference on Information Fusion, 2006; 1 - 8.
- [6] Zhang M, Knedlik S, Loffeld O. An adaptive road-constrained IMM estimator for ground target tracking in GSM networks[C]// Proc. of the 11th International Conference on Information Fusion, 2008:1 8.
- [7] Gong S L, Wu H L, Tao C. Tracking maneuvering target on airport surface based on IMM-UKF Algorithm [C] // Proc. of the International Conference on Optoelectronics and Image Processing, 2010:671-675.
- [8] Djouadi M S, Morsly Y, Berkani D. A fuzzy IMM-UKF algorithm for highly maneuvering multi-target visual-based tracking[C] // Proc. of the Mediterranean Conference on Control & Automation, 2007:1-7.
- [9] Shalom Y B, Li X R. Estimation and tracking principles, techniques, and software [M]. Boston London: Artech House, 1993.
- [10] Mazor E, Averbuch A, Bar-Shalom Y. Interactive multiple model methods in target tracking: a survey [J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1):103-123.
- [11] Li X R, Vesselin P J. Survey of maneuvering target tracking. Part V: multiple-model methods [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4):1255-1321.
- [12] Qu H Q, Li S H. The model set multiple hypotheses IMM algorithm for maneuvering target tracking [C] // Proc. of the 9th International Conference on Signal Processing, 2008;2302 2305.
- [13] 曲彦文,张二华,杨静宇. 基于 UKF 与模型误差的交互式多模型算法[J]. 系统仿真学报,2009,21(12):3565 3569. (Qu Y W, Zhang E H, Yang J Y. Interacting multiple model algorithm based on UKF and model error[J]. Journal of System Simulation,2009,21(12):3565 3569.)
- [14] 朱安福,景占荣,高田,等. 基于 UKF 的交互多模型算法[J]. 系 统仿真学报,2009,21(3):655-657. (Zhu A F, Jing Z R, Gao T, et al. Interacting multiple model algorithm based on UKF[J]. *Journal of System Simulation*,2009,21(3):655-657.)
- [15] 孙松斌,宋建梅,张婧. 超低空拦截导弹武器系统的 UKF-IMM 目标跟踪算法[J]. 系统工程与电子技术,2009,31(10):2367-2371. (Sun S B, Song J M, Zhang J. Target tracking UKF-IMM algorithm of super-low altitude interceptors[J]. Systems Engineering and Electronics,2009,31(10):2367-2371.)
- [16] 杨春玲,倪晋麟,刘国岁,等. 转换坐标系卡尔曼滤波器的雷达目标跟踪[J]. 电子学报,1999,27(3):121-123. (Yang C L, Ni J L, Liu G S, et al. Converted measurement KF for radar target tracking[J]. Acta Electronic Sinica,1999,27(3):121-123.)
- [17] Branko R, Sanjeev A, Neil G. Beyond the Kalman filter: particle filters for tracking applications [M]. Boston London: Artech House: 2004.