

基于 NDO 的飞行模拟转台伺服系统跟踪控制

王坚浩, 胡剑波, 高 鹏

(空军工程大学工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 针对飞行模拟转台伺服系统跟踪控制问题, 提出了一种基于非线性干扰观测器 (nonlinear disturbance observer, NDO) 的反推全局滑模控制方案。该方案利用 NDO 观测系统的参数不确定性及非线性摩擦干扰, 通过选择适当的设计参数使观测误差指数收敛, 进而对引入 NDO 的系统采用反推全局滑模设计控制器, 控制律的设计保证了闭环系统的稳定性。仿真结果表明, 所提控制方案能够有效克服参数不确定性及非线性摩擦干扰的影响, 实现了转角位置的精确跟踪, 并且有效去除了控制抖振。

关键词: 飞行模拟转台伺服系统; 非线性干扰观测器; 反推全局滑模控制; 摩擦干扰

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.10.31

Tracking control of flight simulator servo systems based on NDO

WANG Jian-hao, HU Jian-bo, GAO Peng

(Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Aiming at the tracking control problem of flight simulator servo systems, a backstepping global sliding mode control scheme based on nonlinear disturbance observer (NDO) is proposed. In the controller design, the NDO is employed to observe the parameters uncertainties and nonlinear friction disturbance of the system. The observer error is guaranteed to be exponential convergence by suitably choosing the design parameters. A backstepping global sliding mode controller is designed for the system with NDO, and the proposed control scheme can guarantee the stabilization of the closed-loop system. Simulation results demonstrate that the control scheme can effectively overcome the parameters uncertainties and nonlinear friction disturbance, achieve the precision position tracking performance and eliminate the chattering.

Keywords: flight simulator servo system; nonlinear disturbance observer (NDO); backstepping global sliding mode control; friction disturbance

0 引言

飞行模拟转台是对飞机、导弹、卫星等有关运动体的高精尖仿真实验设备, 在实验室条件下真实地模拟飞行器在空中飞行时的各种姿态, 获得实验数据。飞行模拟转台性能的优劣直接关系到仿真实验的可靠性和置信度, 其转台伺服控制系统设计是系统控制精度的重要保证。然而, 由于摩擦存在于所有的运动中, 对高精度、超低速伺服系统的影响尤为突出。在飞行模拟转台伺服系统中, 由于非线性摩擦环节的存在, 使系统的动态及静态性能受到很大程度的影响^[1], 主要表现为低速时出现爬行现象, 稳态时存在较大的静差或出现极限环振荡。此外, 系统还易受到不平衡负载力矩等因素引起的参数不确定性影响。因此, 有必要对飞行模拟转台伺服系统进行鲁棒性较强及精度较高的跟

踪定位控制策略研究。

近年来, 针对存在非线性摩擦干扰的飞行模拟转台伺服系统跟踪控制问题, 很多学者提出了诸如滑模控制^[2-4]、定量反馈控制^[5]、反推滑模控制^[6]等不依赖于摩擦模型的补偿控制方法以及重复控制^[7]等智能补偿控制方法。然而, 不依赖于摩擦模型的补偿控制方法虽然在原理上较为简单, 但对零速时非线性摩擦的补偿能力有限; 而重复控制的学习过程较长, 系统暂态性能难以保证, 且只对周期参考信号才具有良好的跟踪控制性能。

非线性干扰观测器 (nonlinear disturbance observer, NDO) 技术是一种有效的干扰补偿控制方法, 对于消除系统未知干扰和未建模动态等不确定性因素具有良好的效果。目前, NDO 技术已被广泛地应用于机器人控制^[8-10]、电机控制^[11-12]、飞机和导弹的飞行控制^[13-15]等领域。本文

收稿日期: 2010-10-18; 修回日期: 2011-04-25。

基金项目: 空军工程大学科研创新基金项目 (XS0901008) 资助课题

作者简介: 王坚浩 (1982-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为变结构控制、鲁棒自适应控制和智能控制。E-mail: hamilton_wang@163.com

结合 NDO 技术和反推全局滑模控制方法,针对飞行模拟转台伺服系统存在参数不确定性及非线性摩擦干扰的情况,利用 NDO 观测系统的参数不确定性及非线性摩擦干扰,通过选择适当的设计参数使观测器指数收敛。进而对引入 NDO 后的系统采用反推全局滑模设计控制器,以保证飞行模拟转台伺服系统具有良好的跟踪性能和较强的鲁棒性。

1 飞行模拟转台伺服系统模型

飞行模拟转台伺服系统是高精度三轴伺服系统,其任意框模型在正常情况下可简化为线性二阶环节的系统,在低速运行情况下存在较强的非线性摩擦,此时控制对象就变为非线性系统,任意框的伺服系统结构图如图 1 所示。

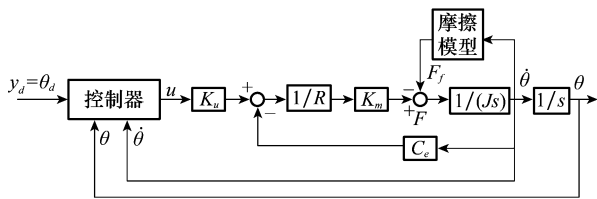


图 1 飞行模拟转台伺服系统结构图

该系统采用直流电机,电流环和速度环为开环, K_u 为脉宽调制(pulse width modulator, PWM)功率放大器放大系数, R 为电枢电阻, K_m 为电机力矩系数, J 为转动惯量, C_e 为电压反馈系数, θ 为转角, $\dot{\theta}$ 为转速, $F_f(t)$ 为非线性摩擦, u 为控制电压。根据伺服系统结构,飞行模拟转台位置状态方程可描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_m C_e}{JR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_u K_m}{JR} \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} F_f(t) \quad (1)$$

式中, $x_1(t) = \theta(t)$ 为转角; $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$ 为转速。

考虑飞行模拟转台伺服系统非线性模型中存在摩擦力矩和不平衡负载力矩等因素引起的不确定性,式(1)可转化为非线性状态空间形式,表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = (a_0 + \Delta a)x_2 + (b_0 + \Delta b)u(t) - (1/J)F_f(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中, $a_0 = -K_m C_e / (JR)$; $b_0 = K_u K_m / (JR)$; Δa 、 Δb 表示由不平衡负载力矩等因素引起的参数不确定性。

令系统总的 uncertainty 为 $F(t)$,即

$$F(t) = \Delta a x_2 + \Delta b u(t) - (1/J)F_f(t) \quad (3)$$

则 \dot{x}_2 可以改写为

$$\dot{x}_2 = f(x) + b_0 u + F \quad (4)$$

式中, $f(x) = a_0 x_2$ 。

2 飞行模拟转台伺服控制系统设计

将系统的参数不确定性及非线性摩擦干扰视为不确定

干扰,因此直接对系统(2)设计反推全局滑模控制器时,系统输出与期望输出之间偏差较大。为此,首先使用干扰观测器观测系统不确定干扰,未观测出的部分不确定干扰采用反推全局滑模控制进行补偿。系统控制结构设计如图 2 所示。

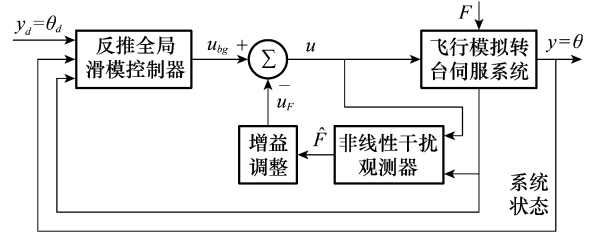


图 2 系统控制结构设计

控制目标为针对存在参数不确定性及非线性摩擦干扰的非线性系统(2),设计基于 NDO 的自适应反推全局滑模控制器 u ,使得系统输出 $y = \theta$ 能够稳定跟踪给定期望输出 $y_d = \theta_d$ 。

2.1 NDO 设计

本文采用的 NDO^[8]形式为

$$\dot{\hat{F}} = \hat{\omega} + p(x_1, x_2)$$

$$\dot{\hat{\omega}} = -L(x_1, x_2)\hat{\omega} + L(x_1, x_2)[-p(x_1, x_2) - f(x) - b_0 u] \quad (5)$$

式中, $p(x_1, x_2)$ 为待设计的非线性函数; $L(x_1, x_2)$ 为非线性观测器的增益,应满足

$$L(x_1, x_2)\dot{x}_2 = dp(x_1, x_2)/dt \quad (6)$$

定义 NDO 的观测误差为

$$\tilde{F} = F - \hat{F} \quad (7)$$

一般情况下没有干扰 F 的微分先验知识,假设相对于观测器的动态特性,干扰的变化是缓慢的,即

$$\dot{F} = 0 \quad (8)$$

根据式(5)、式(7)和式(8),观测器误差系统动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{F}} &= \dot{F} - \dot{\hat{F}} = -\dot{\hat{\omega}} - \dot{p}(x_1, x_2) = \\ &L(x_1, x_2)[\hat{\omega} + p(x_1, x_2)] - L(x_1, x_2)[\dot{x}_2 - f(x) - b_0 u] = \\ &L(x_1, x_2)\tilde{F} - L(x_1, x_2)F = -L(x_1, x_2)\tilde{F} \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可知,通过选择适当的 $L(x_1, x_2) > 0$,可以使观测器的观测误差按指数收敛。

选择 $L(x_1, x_2) = h, h > 0$ 为常数,设计

$$p(x_1, x_2) = h x_2 \quad (10)$$

将 NDO 的输出送到增益调整模块,并将观测到的干扰转化成相应的输入通道的控制量。

由式(4)可知

$$\dot{x}_2 = f(x) + b_0(u + F/b_0) \quad (11)$$

因此,增益为 $1/b_0$,可得

$$u_F = \hat{F}/b_0 \quad (12)$$

2.2 控制器设计

采用 NDO 后,式(4)可改写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= f(x) + b_0 u + F = f(x) + b_0 (u_{hg} - u_F) + F = \\ & f(x) + b_0 u_{hg} - \hat{F} + F = f(x) + b_0 u_{hg} + \tilde{F} \quad (13) \end{aligned}$$

由式(13)可知,采用 NDO 后,系统的干扰由 F 变为 \tilde{F} , 总干扰减少,原系统(2)可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + b_0 u_{hg} + \tilde{F} \end{cases} \quad (14)$$

对于系统(14),采用反推全局滑模控制方法设计鲁棒控制器,定义系统状态跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1 = y - y_d \\ e_2 = x_2 - \alpha_1(x_1) \end{cases} \quad (15)$$

式中, $\alpha_1(x_1)$ 为待设计的虚拟控制量。

对 e_1 求导得

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{y} - \dot{y}_d = \dot{x}_1 - \dot{y}_d = x_2 - \dot{y}_d = \\ & e_2 + \alpha_1(x_1) - \dot{y}_d \end{aligned} \quad (16)$$

因此,设计虚拟控制量为

$$\alpha_1(x_1) = -k_1 e_1 + \dot{y}_d \quad (17)$$

式中, $k_1 > 0$ 为设计参数。

将虚拟控制量 $\alpha_1(x_1)$ 代入式(16),则第一个误差子系统的动态方程为

$$\dot{e}_1 = -k_1 e_1 + e_2 \quad (18)$$

对 e_2 求导,得

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1(x_1) = f(x) + b_0 u_{hg} + \tilde{F} - \dot{\alpha}_1(x_1) \quad (19)$$

定义全局滑模面为^[16]

$$s = c_1 e_1 + e_2 - g(t) \quad (20)$$

式中, $c_1 > 0$ 为设计参数; $g(t)$ 是为了满足全局动态滑模而设计的非线性函数,并满足:① $g(0) = c_1 e_1(0) + e_2(0)$, ② $t \rightarrow \infty$ 时, $g(t) \rightarrow 0$, ③ $g(t)$ 一阶可导。

由式(20)可知,系统滑模面 s 在 $t=0$ 时刻即收敛到零,消除了滑模控制的趋近模态,使系统在响应的全过程都具有鲁棒性。

对 s 求导,得

$$\dot{s} = c_1 (-k_1 e_1 + e_2) + f(x) + b_0 u_{hg} + \tilde{F} - \dot{\alpha}_1(x_1) - \dot{g} \quad (21)$$

则设计控制律为

$$\begin{aligned} u_{hg} &= [c_1(k_1 e_1 - e_2) - f(x) + \\ & \dot{g} + \dot{\alpha}_1(x_1) - k_2 s - \hat{\delta} \text{sgn } s] / b_0 \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $k_2 > 0$ 为设计参数; $\hat{\delta}$ 为未知不确定干扰 $|F| < \delta$ 上界 δ 的估计值,且满足 $\tilde{\delta} = \delta - \hat{\delta}$ 。

参数自适应律可设计为

$$\dot{\hat{\delta}} = \gamma |s| \quad (23)$$

式中, $\gamma > 0$ 为设计参数。

定义整个闭环系统的 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} s^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\delta}^2 + \frac{1}{2} \tilde{F}^2 \quad (24)$$

对 V 按时间 t 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \dot{e}_1 + s \dot{s} - \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma + \tilde{F} \dot{\tilde{F}} = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \\ & s(c_1 \dot{e}_1 + \dot{e}_2 - \dot{g}) - \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma + \tilde{F} [-L(x_1, x_2) \tilde{F}] = \\ & -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + s[c_1(-k_1 e_1 + e_2) + f(x) + \\ & b_0 u_{hg} + \tilde{F} - \dot{\alpha}_1(x_1) - \dot{g}] - \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma - L(x_1, x_2) \tilde{F}^2 \end{aligned} \quad (25)$$

将式(22)代入式(25),可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + s(\tilde{F} - \hat{\delta} \text{sgn } s - k_2 s) - \\ & \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma - L(x_1, x_2) \tilde{F}^2 \leq -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + \delta |s| - \\ & \hat{\delta} |s| - k_2 s^2 - \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma - L(x_1, x_2) \tilde{F}^2 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 - \\ & k_2 s^2 - L(x_1, x_2) \tilde{F}^2 + \tilde{\delta} |s| - \tilde{\delta} \dot{\hat{\delta}} / \gamma \end{aligned} \quad (26)$$

将式(23)代入式(26),可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 - k_2 s^2 - L(x_1, x_2) \tilde{F}^2 = \\ & -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 - k_2 s^2 - h \tilde{F}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

将式(27)改写为

$$\dot{V} \leq -e^T Q e - h \tilde{F}^2 \quad (28)$$

$$\text{式中, } e = [e_1, e_2, g]^T; Q = \begin{bmatrix} k_1 + c_1^2 k_2 & c_1 k_2 - 1/2 & -c_2 k_2 \\ c_1 k_2 - 1/2 & k_2 & -k_2 \\ -c_1 k_2 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix}.$$

因此,总可以选取适当的设计参数 k_1, k_2 和 c_1 ,使得

$$\dot{V} \leq 0 \quad (29)$$

由式(24)、式(28)和式(29)可知, V 为正定, \dot{V} 为负定。则系统状态在 Lyapunov 意义下是渐进稳定的。

3 仿真分析

本节考虑存在参数不确定性及非线性摩擦干扰的飞行模拟转台伺服控制系统,对系统输出跟踪正弦信号进行仿真,对比有无 NDO 的反推全局滑模控制的输出跟踪精度。

飞行模拟转台伺服系统主要参数及标称值为

$$K_u = 11, R = 7.77 \Omega, K_m = 6 \text{ Nm/A}$$

$$J = 0.6 \text{ kgm}^2, C_e = 1.2 \text{ V/(rad/s)}$$

在现有摩擦模型中^[17-20], LuGre 模型获得了广泛应用^[17,20],该模型能够准确地描述摩擦过程中复杂的动态、静态特性,如爬行、极限环振荡、滑前变形、摩擦记忆、变静摩擦及静态 Stribeck 曲线,其模型描述为

$$F_f(t) = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + a \dot{\theta} \quad (30)$$

$$\dot{z} = \dot{\theta} - \frac{\sigma_0 |\dot{\theta}|}{g(\dot{\theta})} z \quad (31)$$

$$g(\dot{\theta}) = F_c + (F_s - F_c) \exp(-|\dot{\theta}/V_s|) + a \dot{\theta} \quad (32)$$

式中, σ_0, σ_1 为动态摩擦参数; a 为粘性摩擦系数; F_c 为库仑摩擦力; F_s 为静摩擦力; V_s 为切换速度。

转角期望输出 $y_d = 0.5 \sin 2t$, 系统模型参数偏离标称值 25%, LuGre 摩擦模型参数为 $\sigma_0 = 260, \sigma_1 = 2.5, a = 0.02, F_c = 280, F_s = 340, V_s = 0.01, g(t)$ 设计为 $s(0) \exp(-8t)$ 。基

于 NDO 的反推全局滑模设计参数为 $c_1 = 30, k_1 = 5, k_2 = 5, h = 15, \gamma = 10, \text{NDO 初值 } \hat{\delta}(0) = 125$ 。仿真结果如图 3~图 6 所示。图 3 为实际转角输出与期望输出曲线;图 4 为实际转速和虚拟转速曲线;图 5 为实际干扰与观测值曲线;图 6 为系统控制电压输入曲线。

将无 NDO 的反推全局滑模控制方案与本文控制方案进行仿真对比。无 NDO 的反推全局滑模设计参数为 $c_1 = 30, k_1 = 5, k_2 = 5, \delta = 125$ 。图 7 为无 NDO 情况下的系统控制电压输入曲线;图 8 为有无 NDO 两种情况下的转角跟踪误差曲线比较。

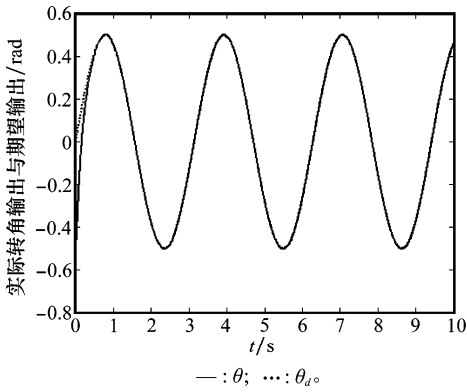


图 3 实际转角输出 θ 与期望输出 θ_d

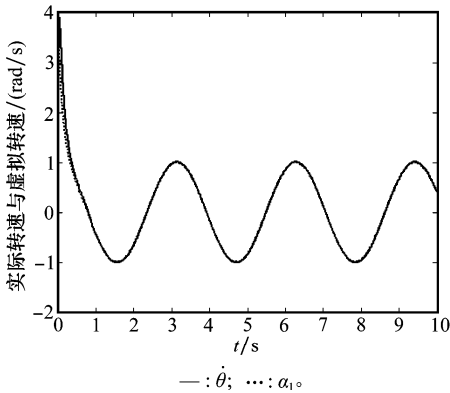


图 4 实际转速 $\dot{\theta}$ 与虚拟转速 α_1

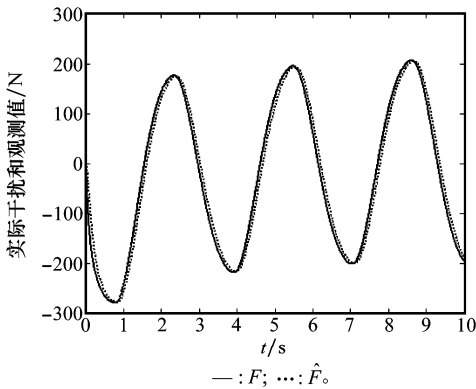


图 5 实际干扰 F 和观测值 \hat{F}

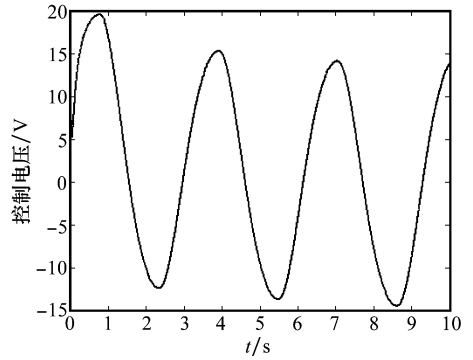


图 6 控制电压(有 NDO)

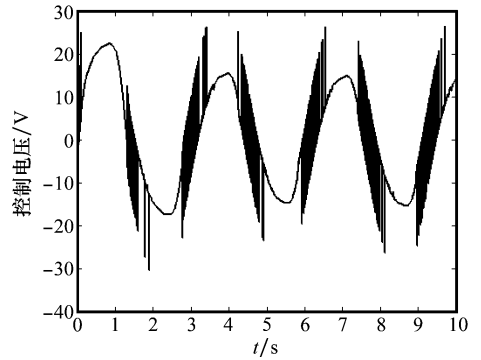


图 7 控制电压(无 NDO)

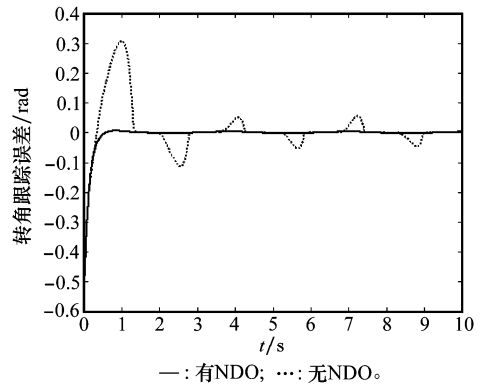


图 8 转角跟踪误差

从仿真结果可以看出,通过 NDO 在线观测系统的参数不确定性及非线性摩擦干扰,实现了转角位置和转速的稳定精确跟踪,并且消除了控制抖振现象,控制输入值变化平稳,表明本文所提控制方案对不确定干扰具有较强的鲁棒性,转角跟踪误差在 0.5 s 时间内即收敛到零,而无 NDO 的反推全局滑模控制方案的转角跟踪误差在稳定后仍达到 $\pm 0.05 \text{ rad}$ 。

4 结束语

本文针对存在参数不确定性及非线性摩擦干扰的飞行模拟转台伺服控制系统,提出了一种基于 NDO 的反推全局滑模控制方案。该方案利用 NDO 来观测系统的不确定干

扰,进而对引入 NDO 后的系统采用反推全局滑模设计控制器。仿真结果表明,采用本文提出的控制器设计方案,在飞行模拟转台伺服系统的转角位置和转速跟踪控制中能够较好地克服参数不确定性及非线性摩擦干扰的影响,达到较高的跟踪精度。同时,该方案设计简单、物理意义明显,具有很好的工程应用价值。

参考文献:

- [1] 刘强,尔联洁,刘金琨. 摩擦非线性环节的特性、建模与控制补偿综述[J]. 系统工程与电子技术,2002,24(11):45-52. (Liu Q, Er L J, Liu J K. Overview of characteristics, modeling and compensation of nonlinear friction in servo systems[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(11): 45-52.)
- [2] Liu J K, Er L J. Sliding mode controller design for position and speed control of flight simulator servo system with large friction[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2003, 14(3): 59-62.
- [3] Liu J K, Han L. Discrete sliding mode control based on disturbance observer and its application on flight simulator servo system[C]// *Proc. of the International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, 2006: 925-928.
- [4] Liu J K, Sun F C. Fuzzy global sliding mode control for a servo system with lugre friction model[C]// *Proc. of the 6th World Congress in Intelligent Control and Automation*, 2006: 1933-1936.
- [5] Liu J K, Er L J. QFT robust control design for 3-axis flight table servo system with large friction[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2004, 17(1): 34-38.
- [6] Liu J K, Sun F C. Nominal model-based sliding mode control with backstepping for 3-axis flight table[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2006, 19(1): 65-71.
- [7] 刘金琨,尔联洁. 飞行模拟转台高精度数字重复控制器的设计[J]. 航空学报,2004,25(1):59-61. (Liu J K, Er L J. Design of high precision digital repetitive controller for flight simulator servo-system[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2004, 25(1): 59-61.)
- [8] Chen W H. A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators[J]. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 2000, 47(4): 932-938.
- [9] Korayem M H, Haghghi R. Nonlinear disturbance observer for robot manipulators in 3D space[C]// *Proc. of the International Conference on Intelligent Robotics and Applications*, 2008: 14-23.
- [10] Nikoobin A, Haghghi R. Lyapunov-based nonlinear disturbance observer for serial n -links robot manipulators[J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, 2009, 55(2-3): 135-153.
- [11] Lin F J, Chou P H, Kung Y S. Robust fuzzy neural network controller with nonlinear disturbance observer for two-axis motion control system[J]. *IEE Proceeding of Control Theory and Applications*, 2008, 2(2): 151-167.
- [12] Hwang Y H, Park K K, Yang H W. Robust adaptive backstepping control for efficiency optimization of induction motors with uncertainties[C]// *Proc. of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 2008: 878-883.
- [13] Li P, Qin W W, Zheng Z Q. Nonlinear disturbance observer-based finite-time convergent second order sliding mode control for a tailless aircraft[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, 2009: 4572-4576.
- [14] 乔继红,戴亚平,刘金琨. 基于非线性干扰观测器的直升机滑模反演控制[J]. 北京理工大学学报,2009,29(3):224-228. (Qiao J H, Dai Y P, Liu J K. Sliding back-stepping control for helicopters with nonlinear disturbance observer[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2009, 29(3): 224-228.)
- [15] Lee H J, Huang X L, Yin H. Enhanced sliding mode control for missile autopilot based on nonlinear disturbance observer[C]// *Proc. of the International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization*, 2009: 210-213.
- [16] Lu Y S, Chen J S. Design of a global sliding-mode controller for a motor drive with bounded control[J]. *International Journal of Control*, 1995, 62(5): 1001-1019.
- [17] Canudas D W, Olsson H, Astrom J, et al. A new model for control of systems with friction[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1995, 40(3): 419-425.
- [18] Swevers J, Farid A B, Ganseman C G, et al. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000, 45(4): 675-686.
- [19] Farid A B, Vincent L, Jan S. The generalized maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1883-1887.
- [20] Ashwani K P, Jinhyoung O, Dennis S B. On the lugre model and friction induced hysteresis[C]// *Proc. of the American Control Conference*, 2006: 3247-3252.