

# 基于 LMI 的滑翔式飞行器鲁棒 $H_\infty$ 时滞控制

李传锋<sup>1,2,3</sup>, 王志燊<sup>1,3</sup>, 王永骥<sup>1,3</sup>, 刘磊<sup>1,3</sup>

(1. 华中科技大学控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074;

2. 洛阳理工学院计算机与信息工程系, 河南 洛阳 471023;

3. 华中科技大学图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 滑翔式飞行器是一类存在参数不确定性和外部扰动的非线性系统, 研究了该类对象的鲁棒  $H_\infty$  控制问题。采用对原系统方程部分线性化的方法, 得到滑翔式飞行器的状态空间描述形式。在系统中的非线性部分满足 Lipschitz 条件约束下, 考虑舵机特性等引起的时滞, 利用 Lyapunov 稳定性理论, 得到了系统鲁棒  $H_\infty$  控制器存在的充分条件。通过求解线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 的可行解问题, 得到  $H_\infty$  控制器的参数化表达式。仿真结果表明, 当存在参数不确定以及外部扰动时, 系统能够保持较强的鲁棒稳定性, 同时设计的控制器对干扰有较好的抑制作用。

**关键词:** 非线性系统; 滑翔式飞行器; 鲁棒  $H_\infty$  时滞控制; 线性矩阵不等式; Lyapunov 函数

**中图分类号:** TP 273; V 412

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.09.27

## Robust $H_\infty$ delay control for glide vehicles via LMI

LI Chuan-feng<sup>1,2,3</sup>, WANG Zhi-shen<sup>1,3</sup>, WANG Yong-ji<sup>1,3</sup>, LIU Lei<sup>1,3</sup>

(1. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;

2. Department of Computer and Information Engineering, Luoyang Institute of

Science and Technology, Luoyang 471023, China; 3. Key Laboratory of Ministry of Education for Image Processing and Intelligent Control, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The glide vehicle is a kind of typical nonlinear system which has parametric uncertainty and heavy external disturbance, and the robust  $H_\infty$  control problem of this object is researched. A partial linearization method is applied to the original system and the state space form of glide vehicles is gotten. Under the circumstance of nonlinear part of the system to satisfy Lipschitz conditions and considering the delay caused by actuator characteristics etc, a sufficient condition of  $H_\infty$  controller is derived using Lyapunov stability theory. The parameter expression of  $H_\infty$  controller is obtained by solving the feasible solution problem of linear matrix inequality (LMI). Simulation results show that the system can maintain strong stability and robustness when there exist uncertainties and external disturbances, besides, the designed controller has better anti-jamming capability.

**Keywords:** nonlinear system; glide vehicle; robust  $H_\infty$  delay control; linear matrix inequality; Lyapunov function

## 0 引言

由于飞行器系统是一个多变量、强耦合、快时变的复杂非线性系统, 当存在参数不确定性和外界干扰情况下, 如何设计飞行控制系统是诸多学者研究的热点<sup>[1-3]</sup>。 $H_\infty$  控制理论是解决不确定系统鲁棒性问题的一种有效方法<sup>[4-6]</sup>, 它将系统不确定信息反映到控制器的设计过程中。在考虑系统稳定性的前提下, 使相应的  $H_\infty$  范数指标达到极小值。随着线性矩阵不等式 (linear matrix inequality, LMI) 工具箱

在 Matlab 软件中的引入, 使得方程的求解更加方便, 一些学者利用这一有效求解方法对鲁棒  $H_\infty$  控制在飞行器中的应用进行了深入研究<sup>[7-9]</sup>。

然而, 对于飞行器这种复杂的非线性系统, 有的学者采用小偏差线性化方法对模型完全线性化<sup>[10-11]</sup>, 然后进行分析研究。这样根据简化模型设计出的控制器往往在实际的非线性系统中应用效果不太理想, 需要反复调试才能保证要求的控制指标。有的学者直接针对非线性模型进行设计<sup>[12-13]</sup>, 但方法复杂, 不便于利用计算机进行设计。本文利

收稿日期: 2010-12-03; 修回日期: 2011-04-26。

基金项目: 国家自然科学基金 (60975058, 61075095); 国家高技术研究发展计划 (863 计划) (2008AA04Z207); 湖北省自然科学基金 (2010CDB01904); 2010 航天支撑技术基金; 河南省教育厅自然科学基金 (2011A590001); 华中科技大学国防自主创新研究基金资助课题

作者简介: 李传锋 (1976-), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为飞行器制导与控制。E-mail: lcf\_999@163.com

用部分线性化方法得到系统模型,对非线性特性较弱的部分进行线性化,保留非线性特性较强的部分。研究了含非线性特性不确定系统的状态反馈鲁棒  $H_\infty$  控制问题。

有的学者在研究飞行器时忽略了控制时滞问题<sup>[14]</sup>。由于舵机本身的特性等原因,控制时滞是在飞行器系统中普遍存在的。为了提高控制系统的性能,本文考虑了滑翔式飞行器的控制时滞问题。在保证非线性函数满足 Lipschitz 约束的条件下,本文推导了系统状态反馈  $H_\infty$  控制律存在的充分条件,并采用 LMI 求解计算。最后通过模型仿真验证,表明了所提的针对部分线性化时滞模型的控制算法是合理有效的。

### 1 滑翔式飞行器运动模型

根据理论力学和运动学原理,建立飞行器系统的非线性模型,采用部分线性化的方法对非线性模型进行简化处理,得到飞行器的部分线性化模型。对飞行弹道上的多个特征点计算系统模型线性部分的数值,所得参数的平均值作为标称系统值,实际系数与标称系数的差值作为参数不确定部分。考虑控制时滞和存在外部干扰的情况下,不确定非线性飞行器系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A)x(t) + (B_{20} + \Delta B_2)u(t-h(t)) + B_1 w(t) + f(x(t)) \\ y(t) = C_1 x(t) + D_1 w(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  为系统的状态;  $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$  和  $B_{20} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  为模型中非线性特性较弱的部分线性化后的标称状态矩阵和输入矩阵;  $h(t)$  为系统的控制输入时变时滞,  $0 \leq h(t) \leq h, 0 \leq \dot{h}(t) \leq d < 1; u(t-h(t)) \in \mathbb{R}^m$  为考虑时滞的控制输入;  $w(t) \in \mathbb{R}^p$  为系统外部扰动信号,满足  $w(t) \in L_2[0, +\infty)$ ;  $f(x(t)) \in \mathbb{R}^n$  为非线性向量,反映实际系统的非线性特性,且满足全局 Lipschitz 条件,即  $\|f(x(t))\| \leq \|Gx(t)\|$ ;  $\Delta A$  与  $\Delta B_2$  为具有一定维数的实值常数矩阵,表示了系统模型中的参数不确定性。假定所考虑的参数不确定性是范数有界的,且具有以下形式:

$$[\Delta A \quad \Delta B_2] = DF(t)[E_1 \quad E_2] \quad (2)$$

式中,  $D \in \mathbb{R}^{n \times r}, E_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}, E_2 \in \mathbb{R}^{q \times m}$  为适当维数的已知常数矩阵;  $F(t) \in \mathbb{R}^{r \times q}$  为反映不确定性的函数矩阵,属于集合

$$\Omega = \{F(t) \mid F^T(t)F(t) \leq I, \forall t\}$$

本文解决的问题是,寻找控制律  $u(t-h(t)) = Kx(t-h(t))$ ,使得满足

$$\int_0^\infty y^T(\tau)y(\tau)d\tau < \gamma^2 \int_0^\infty w^T(\tau)w(\tau)d\tau$$

的  $\gamma$  达到最小,此问题也就是最优  $H_\infty$  控制问题。

### 2 飞行器系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制

引理 1<sup>[15]</sup> 假设对称矩阵  $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$  的分块表示为

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

其中,  $S_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}, S_{12} \in \mathbb{R}^{r \times (n-r)}, S_{21} \in \mathbb{R}^{(n-r) \times r}, S_{22} \in \mathbb{R}^{(n-r) \times (n-r)}$ , 则以下结论成立:

- (1)  $S < 0$ ;
- (2)  $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ ;
- (3)  $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ 。

引理 2<sup>[15]</sup> 对  $\sigma_1(y) = y^T Q_1 y \geq 0$ , 假定存在  $\bar{y} \in \mathbb{R}^m$ , 使得  $\sigma(\bar{y}) > 0$ , 则以下两条件是等价的:

- (1) 对使得  $\sigma_1(y) \geq 0$  的所有非零  $y \in \mathbb{R}^m, y^T Q_0 y > 0$ ;
- (2) 存在正数  $\tau \geq 0$ , 使得  $Q_0 - \tau Q_1 > 0$ 。

引理 3<sup>[15]</sup> 给定适当维数的矩阵  $Y, D$  和  $E$ , 其中  $Y$  是对称的, 则

$$Y + DFE + E^T F^T D^T < 0$$

对所有满足  $F^T(t)F(t) \leq I$  的矩阵  $F$  成立, 当且仅当存在一个常数  $\epsilon > 0$ , 使得

$$Y + \epsilon DD^T + \epsilon^{-1} E^T E < 0 \quad (3)$$

定义 1 对于不确定非线性飞行器系统(1), 其自治系统 ( $u(t) = 0, w(t) = 0$ ) 为

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + f(x(t))$$

若可以构造一个对该自治系统状态变量  $x(t)$  的一个二次函数  $V(x(t)) = x^T(t)Px(t) (P = P^T > 0)$ , 满足 Lyapunov 稳定的条件, 即  $V(0) = 0$ , 且对所有非零状态变量满足以下两个条件:

- (1)  $V(x(t)) > 0$ ;
- (2)  $\dot{V}(x(t)) < 0$ 。

则称系统是鲁棒稳定的。

若存在一个状态反馈控制律  $u(t-h(t)) = Kx(t-h(t))$ , 使得对应的不确定闭环系统  $\dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A)x(t) + (B_{20} + \Delta B_2)Kx(t-h(t)) + f(x(t))$  是鲁棒稳定的, 则称系统是鲁棒可稳定的。

定理 1 考察不确定非线性飞行器系统(1), 当  $w(t) = 0$  时, 若存在常数  $\tau_0 > 0, \epsilon > 0$ , 矩阵  $K$  以及对称矩阵  $Q > 0, X > 0$ , 满足

$$\begin{bmatrix} \Pi & B_{20}K & I & XE_1^T & \tau_0 XG^T \\ * & -(1-d)Q & 0 & K^T E_2^T & 0 \\ * & * & -\tau_0 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & -\tau_0 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

则不确定非线性飞行器系统(1)在反馈控制律  $u(t-h(t)) = Kx(t-h(t))$  作用下, 闭环系统是鲁棒稳定的, 其中  $\Pi = A_0 X + XA_0^T + \epsilon DD^T$ 。

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-h(t)}^t x^T(s)Qx(s)ds$$

式中,  $P, Q$  为待定正定矩阵。

$$\dot{V}(x(t)) = 2x^T(t)Px(t) + x^T(t)Qx(t) -$$

$$(1 - \dot{h}(t))(x^T(t-h(t))Qx(t-h(t))) \leq$$

$$2x^T(t)P[(A_0 + \Delta A)x(t) + (B_{20} + \Delta B_2)Kx(t-h(t)) + f(x(t))] + x^T(t)Qx(t) - (1-d)x^T(t-h(t))Qx(t-h(t))$$

令  $\zeta^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t-h(t)) \quad f^T(x(t))]$ , 则

$$\dot{V}(x(t)) = \zeta^T(t) \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & P \\ * & -(1-d)Q & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \zeta(t)$$

式中

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= P(A_0 + \Delta A) + (A_0 + \Delta A)^T P \\ \Omega_{12} &= P(B_{20} + \Delta B_2)K \end{aligned}$$

由全局 Lipschitz 条件得

$$\zeta^T(t) \begin{bmatrix} -G^T G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \zeta(t) \leq 0 \quad (5)$$

根据引理 2 可知,如果存在  $\tau_0 > 0$ ,满足

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & P \\ * & -(1-d)Q & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} - \tau_0 \begin{bmatrix} -G^T G & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (6)$$

则

$$\dot{V}(x(t)) < \tau_0 \zeta^T(t) \begin{bmatrix} -G^T G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \zeta(t) \leq 0$$

即  $\dot{V}(x(t)) < 0$ 。

再由定义 1 可知,闭环系统是鲁棒稳定的。

分别对式(6)进行左乘和右乘  $\text{diag}(P^{-1}, I, I)$ ,并令  $X = P^{-1}$ 得

$$\begin{bmatrix} \Omega_{011} & \Omega_{012} & I \\ * & -(1-d)Q & 0 \\ * & * & -\tau_0 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} \Omega_{011} &= (A_0 + \Delta A)X + X(A_0 + \Delta A)^T + \tau_0 G^T G \\ \Omega_{012} &= (B_{20} + \Delta B_2)K \end{aligned}$$

根据引理 1 和引理 3,式(7)与式(4)等价。

证毕

**定理 2** 对于稳定的系统(1),给定  $\gamma > 0$ ,如果存在对称矩阵  $X > 0, Q > 0$ ,标量  $\tau > 0, \epsilon > 0$  和矩阵  $Y$ ,使得式(8)成立,则  $u(t-h(t)) = Kx(t-h(t))$  是系统(1)的  $\gamma$ -次优鲁棒  $H_\infty$  控制律。

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & B_{20}Y & \tau^{-1}I & B_1 + XC_1^T D_1 & XG^T & XE_1^T & XC_1^T \\ * & -(1-d)Q & 0 & 0 & 0 & Y^T E_2^T & 0 \\ * & * & -\tau^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & D_1^T D_1 - \gamma^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\tau^{-1}I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

式中,“\*”代表由矩阵中对称性得到的矩阵块; $\Phi_1 = A_0 X + XA_0^T + \epsilon DD^T; K = YX^{-1}$ 。

**证明** 选取 Lyapunov 函数为

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t) + \int_{t-h(t)}^t x^T(s)Qx(s)ds$$

式中, $P, Q$  为  $n$  维待定正定矩阵。

将  $u(t-h(t)) = Kx(t-h(t))$  代入系统(1)得

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) + y^T(t)y(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) &= 2x^T(t)Px(t) + \\ x^T(t)Qx(t) - (1-h(t))x^T(t-h(t))Qx(t-h(t)) &\leq \\ 2x^T(t)P[(A_0 + \Delta A)x(t) + (B_{20} + \Delta B_2)Kx(t-h(t)) + \\ f(x(t)) + B_1 w(t)] + x^T(t)Qx(t) - (1-d)x^T(t-h(t)) \cdot \\ Qx(t-h(t)) + x^T(t)C_1^T C_1 x(t) + 2x^T(t)C_1^T D_1 w(t) + \\ w^T(t)D_1^T D_1 w(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) &= \xi^T(t)\Sigma\xi(t) \end{aligned}$$

式中

$$\xi^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t-h(t)) \quad f^T(x(t)) \quad w^T(t)]$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Phi_2 & P(B_{20} + \Delta B_2)K & P & PB_1 + C_1^T D_1 \\ * & -(1-d)Q & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & D_1^T D_1 - \gamma^2 I \end{bmatrix}$$

$$\Phi_2 = P(A_0 + \Delta A) + (A_0 + \Delta A)^T P + C_1^T C_1$$

由于非线性函数满足全局 Lipschitz 条件,所以  $f^T(x(t))f(x(t)) - x^T(t)G^T Gx(t) \leq 0$ 。由引理 2 可知,如果存在一个

常数  $\tau > 0$ ,可得

$$\begin{bmatrix} \Phi_3 & P(B_{20} + \Delta B_2)K & P & PB_1 + C_1^T D_1 \\ * & -(1-d)Q & 0 & 0 \\ * & * & \tau I & 0 \\ * & * & * & D_1^T D_1 - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

式中

$$\Phi_3 = P(A_0 + \Delta A) + (A_0 + \Delta A)^T P + C_1^T C_1 + \tau G^T G$$

将式(9)左右分别乘以  $\text{diag}(P^{-1}, I, \tau^{-1}I, I)$ ,并令  $X = P^{-1}$ 得

$$\begin{bmatrix} \Phi_4 & (B_{20} + \Delta B_2)Y & \tau^{-1}I & B_1 + XC_1^T D_1 \\ * & -(1-d)Q & 0 & 0 \\ * & * & -\tau^{-1}I & 0 \\ * & * & * & D_1^T D_1 - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0$$

式中

$\Phi_4 = A_0 X + \Delta AX + XA_0^T + X^T \Delta A + XC_1^T C_1 X + \tau XG^T GX$  由引理 1 即可通过变换得到式(7)。

由于  $\dot{V}(x(t)) + y^T(t)y(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0$ ,当初状态  $x(0) = 0$  时,有

$$\begin{aligned} \int_0^t y^T(\tau)y(\tau)d\tau < V(x(t)) + \int_0^t y^T(\tau)y(\tau)d\tau < \\ V(x(0)) + \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau)d\tau = \gamma^2 \int_0^t w^T(\tau)w(\tau)d\tau \end{aligned}$$

因此,  $\int_0^t \mathbf{y}^T(\tau)\mathbf{y}(\tau)d\tau < \gamma^2 \int_0^t \mathbf{w}^T(\tau)\mathbf{w}(\tau)d\tau$ . 证毕

由于本文研究的是变时滞控制系统,为了保证系统在时滞为零的情况下的性能,根据 Lyapunov 稳定性推论,在上面的 LMI 基础上再添加以下不等式:

$$\mathbf{A}_0\mathbf{X} + \mathbf{B}_{20}\mathbf{Y} + (\mathbf{A}_0\mathbf{X} + \mathbf{B}_{20}\mathbf{Y})^T + 2\sigma\mathbf{X} < \mathbf{0} \quad (10)$$

可保证系统在时滞为零时线性部分的根的实部小于  $-\sigma$ ,从而在一定程度上改善了系统的快速性。

以上定理是关于系统鲁棒  $H_\infty$  次优的,下面讨论系统(8)鲁棒  $H_\infty$  最优问题。

**定理 3** 对于稳定的系统(1)和给定的  $\gamma > 0$ ,如果优化问题

$$\min \gamma$$

$$\text{s. t. } \begin{bmatrix} \Phi_1 & \mathbf{B}_{20}\mathbf{Y} & \tau^{-1}\mathbf{I} & \mathbf{B}_1 + \mathbf{X}\mathbf{C}_1^T\mathbf{D}_1 & \mathbf{X}\mathbf{G}^T & \mathbf{X}\mathbf{E}_1^T & \mathbf{X}\mathbf{C}_1^T \\ * & -(1-d)\mathbf{Q} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Y}^T\mathbf{E}_2^T & \mathbf{0} \\ * & * & -\tau^{-1}\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & \mathbf{D}_1^T\mathbf{D}_1 - \gamma^2\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\tau^{-1}\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & * & -\epsilon\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

有解  $(\tilde{\tau}, \tilde{\epsilon}, \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{X}}, \tilde{\mathbf{Y}})$ , 则  $\tilde{\mathbf{u}}(t-h(t)) = \tilde{\mathbf{Y}}\tilde{\mathbf{X}}^{-1}\mathbf{x}(t-h(t))$  为系统(1)的最优鲁棒  $H_\infty$  控制律。由定理 2 即可得证。

$[\delta_\varphi \ \delta_\psi \ \delta_\gamma]^T$ , 系统输出为  $\mathbf{y}(t) = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ 。其中  $\alpha, \beta, \gamma$  分别为飞行器攻角、侧滑角、滚转角;  $\omega_z, \omega_y, \omega_x$  分别为俯仰、偏航、滚转角速度;  $\delta_\varphi, \delta_\psi, \delta_\gamma$  为俯仰、偏航、滚转舵偏角。

### 3 仿真验证及结果分析

对某型号滑翔式飞行器建立非线性模型,状态变量为  $\mathbf{x}(t) = [\alpha \ \omega_z \ \beta \ \omega_y \ \gamma \ \omega_x]^T$ , 系统控制输入为  $\mathbf{u}(t) =$

采用部分线性化的方法对模型中非线性特性不强的部分进行线性化。系统有关参数为

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -0.9509 & 0.0233 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8217 & -0.9726 & -0.7328 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.9553 & 0.1090 & 0 & 0.6915 \\ 0 & 0 & -0.4493 & -0.5806 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5185 & 0.6035 \\ -0.9673 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7887 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_1 = [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$$

$$\mathbf{B}_{20} = \begin{bmatrix} -0.0004 & 0 & 0 \\ -3.1786 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \\ 0 & -0.2684 & 1.4159 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4571 & -18.955 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0.02 & 0.1 & 0 \\ 0.02 & 0.02 & 0.1 & 0.01 & 0.2 & 0.01 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0.01 & 0.1 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0.02 & 0.1 & 0.001 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0.04 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0.04 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0423 & 0.02 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0.02 & 0 & 0.14 \\ 0 & 0 & 0.0213 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0 & 0.9128 & 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.1014 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0.41 & 0.434 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.155 & 0.5905 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{F}$  为随机对角矩阵,其元素绝对值小于 1。系统的非线性特性为

$$f(\mathbf{x}(t)) = \frac{1}{3} \left\{ \sin \mathbf{x}(t) + \frac{1}{2} \sin \left[ 2\mathbf{x}(t) + \frac{\pi}{12} \right] - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{12} \right\}$$

选取  $\mathbf{G} = 0.5\mathbf{I}$ 。系统的实际输入时滞为 5 ms。取  $d =$

0.01,  $\gamma=0.5$ , 根据定理 2, 并添加式 (10) ( $\sigma=1.5$ ), 利用 Yalmip 工具箱求解得到状态反馈控制器为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 16.758\ 9 & 0.467\ 8 & -0.746\ 7 & 0.078\ 6 & 8.515\ 9 & -1.426\ 8 \\ 3.606\ 5 & -0.009\ 2 & 30.272\ 4 & 6.125\ 4 & -73.442\ 5 & -17.259\ 0 \\ -0.075\ 1 & -0.002\ 6 & 0.722\ 7 & 0.145\ 4 & -1.427\ 2 & -0.157\ 2 \end{bmatrix}$$

在非零初始状态下, 系统的稳态响应曲线如图 1 所示。其中,  $\alpha, \beta, \gamma$  分别表示飞行器的攻角、侧滑角、滚转角。系统的外部干扰为  $w(t) = \sin t \cos t^2$ , 则干扰曲线如图 2 所示。

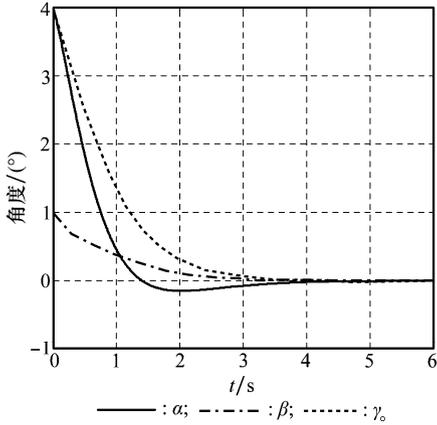


图 1 非零初始状态系统稳态响应曲线

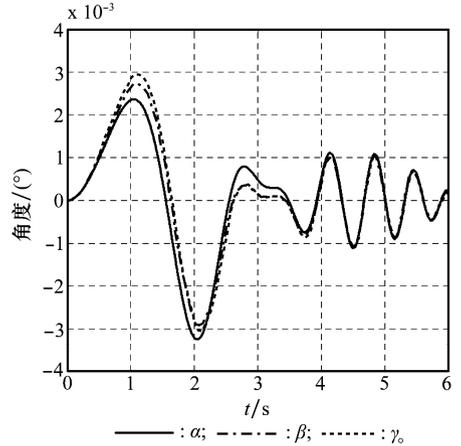


图 3 干扰作用下系统输出曲线

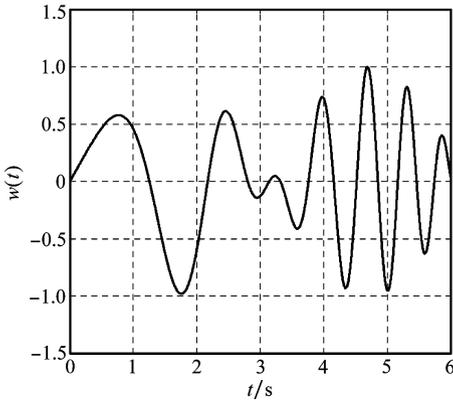


图 2 干扰变化曲线

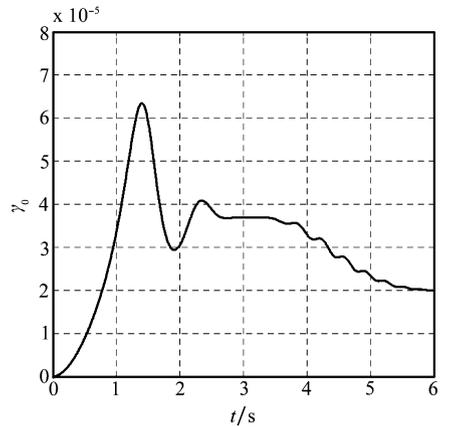


图 4 系统对干扰的抑制曲线

在干扰作用下, 系统的输出响应曲线如图 3 所示。图 4 为扰动抑制变化曲线, 扰动抑制表示为

$$\gamma_0(t) = \int_0^t \mathbf{y}^T(\tau) \mathbf{y}(\tau) d\tau / \int_0^t \mathbf{w}^T(\tau) \mathbf{w}(\tau) d\tau$$

反映了系统对干扰的抑制作用, 数值越小, 表明对干扰的抑制能力越强。

从图 3 和图 4 可以看出, 当系统存在外部扰动时, 所设计的鲁棒  $H_\infty$  控制器具有较强的干扰抑制能力。

### 4 结束语

针对滑翔式飞行器这一复杂非线性系统, 为了使线性化的模型逼近真实的系统, 采用了部分线性化的方法。在非线性函数满足全局 Lipschitz 条件的情况下, 推导了不确定系统鲁棒  $H_\infty$  控制状态反馈控制律存在的充分条件, 并用 LMI 形式给出了参数化表示, 从而保证了干扰抑制的上界。通过飞行器模型仿真验证, 当存在不确定因素以及外部干扰时, 系统能够保持较强的鲁棒稳定性, 同时对干扰有一定的抑制作用。

## 参考文献:

- [1] Snell A. Decoupling control design with applications to flight[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1998, 21(4): 647 - 655.
- [2] Huang R, Liu Y, Zhu J J. Guidance, navigation and control system design for tripropeller vertical-take off-and-landing unmanned air vehicle[J]. *Journal of Aircraft*, 2009, 46(6): 1837 - 1856.
- [3] Chowdhary G V, Johnson E N. Theory and flight-test validation of a concurrent-learning adaptive controller [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2011, 34(2): 592 - 607.
- [4] Doyle J C, Glover K, Khargonekar P P, et al. State-space solution to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problem[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831 - 847.
- [5] 王惠娇, 薛安克, 鲁仁全, 等. 参数不确定离散奇异系统的鲁棒  $H_\infty$  控制[J]. 自动化学报, 2007, 33(12): 1300 - 1305. (Wang H J, Xue A K, Lu R Q, et al. Robust  $H_\infty$  control for discrete singular systems with parameter uncertainties[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(12): 1300 - 1305.)
- [6] Adil A, Mohamed D, Mohamed B. Design of robust  $H$  reduced-order unknown-input filter for a class of uncertain linear neutral systems[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2010, 55(1): 6 - 19.
- [7] Arun K W C, Sen S, Ray G, et al. Dynamic control allocation for tracking time-varying control demand[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2008, 31(4): 1150 - 1157.
- [8] 郑总准, 王永骥, 谢富强, 等. 基于  $H_\infty$  鲁棒动态逆的飞行器轨迹跟踪方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1309 - 1313. (Zheng Z Z, Wang Y J, Xie F Q, et al. Trajectory tracking law for hypersonic vehicles based on  $H_\infty$  robust dynamic inversion[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(6): 1309 - 1313.)
- [9] Trottemant E J, Scherer C W, Weiss M, et al. Robust missile feedback control strategies[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(6): 1837 - 1846.
- [10] Lee K H, Lee J H, Kwon W H. Sufficient LMI conditions for  $H_\infty$  output feedback stabilization of linear discrete-time systems[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2006, 51(4): 675 - 680.
- [11] Kang S, Kim H J, Lee J, et al. Roll - pitch-yaw integrated robust autopilot design for a high angle-of-attack missile[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2009, 32(5): 1622 - 1628.
- [12] Zheng Q, Wu F. Nonlinear  $H_\infty$  control designs with axisymmetric spacecraft control[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2009, 32(3): 850 - 859.
- [13] Chakraborty A, Seiler P, Balas G J. Susceptibility of F/A-18 flight controllers to the falling-leaf mode: nonlinear analysis[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 34(1): 73 - 85.
- [14] 高道祥, 孙增圻, 罗熊, 等. 基于 Backstepping 的高超声速飞行器模糊自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(5): 805 - 810. (Gao D X, Sun Z Q, Luo X, et al. Fuzzy adaptive control for hypersonic vehicle via backstepping method[J]. *Control Theory and Applications*, 2008, 25(5): 805 - 810.)
- [15] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 1 - 90. (Yu L. *Robust control-linear matrix inequality method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 1 - 90.)