

# 基于离散双正交傅里叶变换的 FMCW 雷达测距方法

王 虹, 李兴国, 王剑桥

(南京理工大学电子技术与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 针对毫米波调频连续波(frequency modulated continuous wave, FMCW)雷达调制斜率的非线性带来测距误差问题, 提出采用闭环控制与双正交傅里叶变换算法相结合的方法实现高精度测距。该方法首先通过分段降频得到非线性调制 FMCW 的片段, 再用离散双正交傅里叶变换求出各段调制斜率, 并按时间顺序排列生成校正曲线, 最后用闭环控制进行非线性实时校正。实验结果表明, 该方法使信号的调制斜率线性度误差下降到 0.27%, 测距误差降低了 87%。

**关键词:** 调频连续波雷达; 非线性校正; 离散双正交傅里叶变换; 调制斜率; 测距精度

中图分类号: TN 957; TN 409 文献标志码: A DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2012.07.13

## Ranging method of FMCW radar based on discrete biorthogonal Fourier transform

WANG Hong, LI Xing-guo, WANG Jian-qiao

(School of Electronic and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract:** According to the problem of ranging error of the frequency modulated continuous wave (FMCW) radar is mainly from nonlinear modulate slope, a ranging method combining discrete bi-orthogonal Fourier transform (DBFT) algorithm with close-loop control circuits is proposed to realize high accuracy ranging. The method first obtains the segment of the nonlinear FMCW radar by segmentation lower frequency, then analyzes the modulated slope by DBFT, and chronologically creates correction curve, finally real time corrects the nonlinearity by closed loop control. The result shows that the modulation slope linearity error is down to 0.27%, and the ranging error reduced by 87%.

**Keywords:** frequency modulated continuous wave (FMCW) radar; nonlinear correction; discrete bi-orthogonal Fourier transform; modulate slope; ranging accuracy

## 0 引言

毫米波调频连续波(frequency modulated continuous wave, FMCW)雷达具有大时宽带宽积, 可实现高距离分辨率。但由于压控振荡器(voltage-controlled oscillator, VCO)中变容管的非线性特点, 输出信号频率线性度低, 性能受到制约<sup>[1]</sup>。通常有开环和闭环两种方法改善这种非线性: 开环方式主要依赖预畸变控制, 根据预先测得 VCO 输出的频率电压关系曲线, 适当调整控制电压幅度, 控制 VCO 输出线性度高的线性调频(linear frequency modulation, LFM)信号<sup>[2]</sup>。闭环方式主要包括增加相位延迟差和

鉴别器反馈控制 VCO 的相位误差法, 以及增加多次变频、鉴频器输出误差信号反馈控制 VCO 的频率误差法等<sup>[3-4]</sup>。开环方法实现简单, 但实时可控性差; 闭环方法主要依赖于器件性能控制非线性, 器件性能变化仍会失控。因此要在闭环方法中加入数字信号处理方法, 自适应调整。陈祝明等采用距离谱最大值的估值算法<sup>[5]</sup>提高线性调频连续波(linear frequency modulated continue wave, LFMCW)雷达测距精度, 但只适于点目标情况。文献[6-7]采用非线性频率尺度缩放算法, 可校正测距的非线性频率项, 但存在跨距离聚焦。文献[8-9]用自适应短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT)和改进维那威尔分布

(Wigner-Ville distribution, WVD)法估计非线性瞬时频率、调制斜率,可结合闭环方法进行非线性校正,但此类算法计算较为复杂。

本文提出一种毫米波频段FMCW雷达闭环自适应非线性抑制方法,以58 GHz雷达为例,利用高稳源降低FMCW信号频率,分段采样后,通过双正交傅里叶变换得到实时非线性调制斜率值组,拟合生成校正曲线反馈控制VCO,改善VCO输出频率线性度,达到提高测距精度的目的。

## 1 FMCW雷达闭环非线性抑制系统

为实现精确测距,在常规收发分离V波段FMCW测距雷达系统中,增加了闭环非线性抑制环路。如果对毫米波发射信号直接采样分析,目前采样速率无法达到,因此降频采样为调制斜率监控回路的主要功能。系统原理图如图1所示。

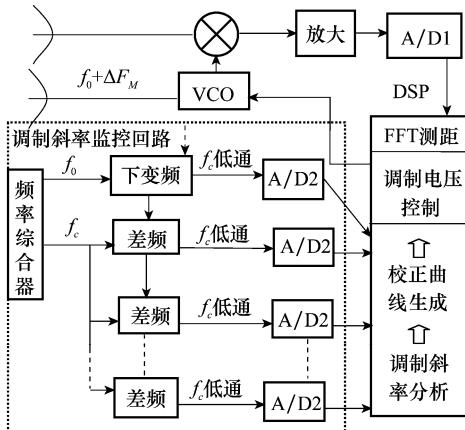


图1 FMCW闭环非线性抑制系统

为得到高距离分辨率,系统选择频偏较大,因此直接采样仍然困难,需要对信号再分段降频处理。图中VCO发射信号为 $f_0 + \Delta F_M$ ,经与高稳源 $f_0$ 下变频,降频为起始频率为0,上限频率 $\Delta F_M$ 的信号,该信号与发射信号调制斜率相同。将信号分为两部分,一部分经与 $f_c$ 差频得到上限频率为 $\Delta F_M - f_c$ 的信号,另一部分进行 $f_c$ 低通滤波,成为调制斜率分析的第一段信号。信号经过 $m = \Delta F_M / f_c$ 段差频后,被分成 $m$ 段,每段信号经 $f_c$ 低通并采样后,进行双正交傅里叶变换调制斜率分析。将得到的调制斜率按顺序拟合,生成发射信号的调制斜率曲线。在此基础上,根据预畸变法算出调制斜率校正曲线,反馈控制VCO,输出线性度较高的FMCW测距信号,改善测距精度。信号处理单元同时通过对差频信号快速傅里叶变换,完成测距功能。

锯齿波调制的LFMCW雷达测距差频信号 $f_I$ 与距离的 $R$ 关系为

$$f_I = 4\Delta F_M R / TC = 2kR/C \quad (1)$$

式中, $\Delta F_M$ 为调制频偏; $k$ 为调制斜率; $C$ 为光速。

由于 $k$ 的非线性误差 $\Delta k$ 存在,使得差频信号存在误差频率 $e(f)$ ,带来测距误差 $\Delta R_e$ 。距离分辨率取决于线性系统信号带宽 $B$ ,即 $\Delta R = C/2B$ ,误差频率使得目标回波频谱

展宽,距离分辨率也随之下降为 $\Delta R + \Delta R_e$ 。

对于非线性信号,发射信号与回波时序如图2所示。

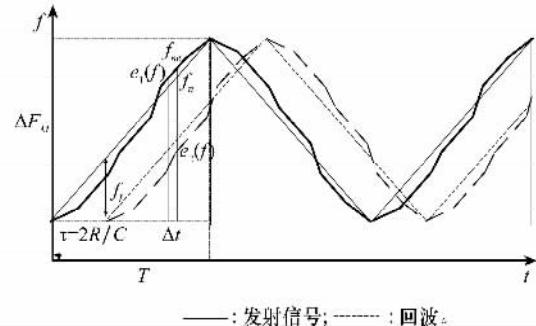


图2 非线性调制发射信号与回波

误差频率可以分为发射误差 $e_1(f)$ 和接收误差 $e_2(f)$ 。

先看发射误差,由于在较小采样时间段内,曲线近似为直线,当采样点足够多,在第 $n$ 个采样点处,根据式(1)得到

$$\frac{e_1(f)}{f_I} = \frac{\frac{|f_n - f_{n*}|}{\Delta t}}{\frac{2kR/C}{\Delta t}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{|k - k_n| T}{Nk\tau} \quad (2)$$

式中, $f_n$ 和 $f_{n*}$ 分别为理论频率值和实际采样频率值; $R = C\tau/2$ ; $\Delta t = T/N$ 为采样间隔, $N$ 为单周期内采样点数。根据式(1)和式(2)得到

$$\Delta R_{e1} = R \frac{T |k_n - k|}{Nk\tau} \cdot \frac{k}{k_n} = \frac{TC \Delta k_n}{2Nk_n} \quad (3)$$

根据式(3)可知测距误差与调制斜率的起伏有关,在周期 $T$ 内的各段调制斜率误差 $\Delta k$ 越大,产生较大测距误差可能性越大。因此信号线性度好坏,以及相邻采样点间斜率起伏,都决定了测距精度和距离分辨率的高低。总体误差可为发射与接收误差的向量和,误差绝对值的加或减由调制曲线形状决定。

## 2 离散双正交傅里叶变换算法调制斜率分析

### 2.1 离散双正交傅里叶变换算法

数字信号处理器分析的是信号的离散值,因此本文讨论的是离散双正交傅里叶变换(discrete bi-orthogonal Fourier transform, DBFT)法<sup>[5]</sup>,它是将信号用双正交基展开,得到信号的调频斜率密度谱,一种类似于频谱的密度分布。通过DBFT,单斜率谱LFM信号在就会表现为相应的单冲激函数。

正如傅里叶变换核 $\exp(-i\omega t)$ 是针对被变换信号的频谱展开,双正交傅里叶变换核 $t\exp(-i\omega t^2)$ 是针对信号的调频斜率密度谱展开。将变换核离散化为 $t = n\Delta t$ 和 $\omega = k\Delta\omega$ ,信号时长 $T = N\Delta t$ ,斜率谱长度 $\Omega = N\Delta\omega$ , $\Delta\omega = 2\pi/T^2$ ,则变换核离散为

$$t\exp(-i\omega t^2) = \frac{T}{N} n \exp\left[-i2\pi k\left(\frac{n}{N}\right)^2\right] \quad (4)$$

通过分析可以看出,调频斜率谱的分辨率 $\Delta\omega$ 只与信号长度有关,最大斜率 $\Omega$ 既与信号长度有关,也与采样频率有关。

若离散调频连续波信号表示为  $f(n)$ , 离散斜率谱表示为  $F(k)$ , 参照离散傅里叶变换, 采用圆周卷积运算, 进行离散双正交傅里叶变换。则 DBFT 记做

$$\begin{cases} F(k) = \frac{2T}{N} \sum_{n=0}^N f(n) n \exp(-i2\pi k(\frac{n}{N})^2) \\ f(n) = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^N F(k) \exp(i2\pi k(\frac{n}{N})^2) \end{cases} \quad (5)$$

该算法具有线性可加性、共轭对称性和斜(率)移特性。

## 2.2 LFM 信号的 DBFT 调制斜率谱分析

设单一调制斜率 LFM 离散信号为

$$f(n) = \begin{cases} A_1 \exp(i2\pi k_1 \frac{n^2}{N^2}), & N \geq n \geq 0 \\ 0, & n < 0; n > N \end{cases} \quad (6)$$

则  $f(n)$  经 DBFT 得到的斜率谱为

$$|F_1(k)| = |\text{DBFT}(f(n))| = \left| \frac{2T}{N} A_1 \text{sinc}[\pi(k - k_1)] \exp[-i\pi(k - k_1)] \right| = \frac{2T}{N} A_1 \text{sinc}[\pi(k - k_1)] \quad (7)$$

当信号的调制斜率  $k_1$  为 10, 幅度为 1, 信号时长  $T = \sqrt{2\pi s}$ , 则斜率谱的分辨率  $\Delta\omega_2 = 1 \text{ rad/s}^2$ , 采样点数  $N = 100$ , 则  $f(n)$  的实部和斜率谱  $|F(k)|$  曲线如图 3 所示。

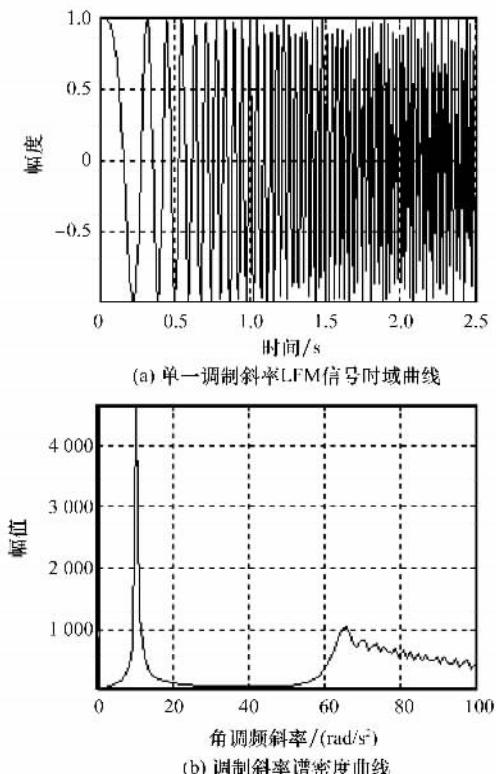


图 3 LFM 信号的 DBFT 调制斜率谱分析

由图 3 可见单一调制斜率的 LFM 信号  $f(n)$  在时域上为一有限时长的 Chirp 信号, 斜率谱  $|F(k)|$  是单 sinc 函数。

## 2.3 非线性调制信号调制斜率分析

若 VCO 初始频率  $f_0$ , 在单周期  $T$  内离散发射信号可表示为

$$f(n) = A_n \exp[i2\pi(f_0 \frac{nT}{N} + k_i \frac{n^2}{N^2} + \Phi)] \quad (8)$$

式中,  $N \geq n \geq 0$ ,  $\Phi$  为初始相位。在不发生非线性变化的情况下,  $k_i = k$ , 但由于非线性因素存在, 使得调制斜率变为多调制斜率向量  $\mathbf{k}_i$  ( $\mathbf{k}_i = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m\}$ ),  $\mathbf{k}_i$  满足单周期内分段线性条件, 即在调频信号的第  $m$  段, 调制斜率为单一值  $k_m$ 。发射信号的一部分经过与  $f_0$  高稳源下变频, 得到起始频率为 0 的调频信号。将该信号离散化, 分为  $m$  段, 每段周期  $T_m$  根据式(5), 利用 DBFT 求出第  $m$  段信号斜率谱为

$$|F_m(k)| = \frac{2T_m}{N_m} A_m \text{sinc}[\pi(k - k_m)] \quad (9)$$

式中,  $N_m$  为第  $m$  段采样点数,  $\Phi / N_m^2 \rightarrow 0$  忽略不计;  $|F_m(k)|$  是段内调制斜率谱密度。

## 3 调制斜率校正和实验结果

### 3.1 非线性调制斜率校正和误差计算

按照图 1 系统原理搭建系统, 主要参数为: 初始频率  $f_0 = 58 \text{ GHz}$ ; 频偏  $\Delta F_M = 400 \text{ MHz}$ ; 采样频率  $f_{s2} = 200 \text{ MHz}$ ; 调制周期  $T = 20 \mu\text{s}$ ; 分段数量  $m = 8$ 。由此经过 A/D 采样, 按顺序得到 8 段信号, 每一段信号的频率和带宽均为 50 MHz, 时长为  $t_m = T/8$ , 相应的斜率为  $k_m$ 。将 8 段信号分别经过 A/D 采样, 送入数字信号处理阶段, 进行 DBFT 变换。每段采样点数根据计算  $N_m = t_m f_{s2} = 500$ 。

为方便校正前后对比, 首先将反馈线断开, 即开环情况下, 利用数字信号处理器(digital signal processor, DSP)对各段采样信号进行 DBFT 法计算, 得到各段未加校正的调制斜率谱  $|F(k)|$  如图 4 所示。由图可见由于分段数量所限, 实际单段内信号斜率并不是单一的, 因此斜率谱略有展宽。经数字信号处理单元按照最大值计算得到的非线性调制斜率值为  $\mathbf{k}_i = \{22.43, 22.21, 21.95, 19.27, 18.13, 17.64, 21.84, 22.62\} \times 10^{12}$ , 系统 VCO 的原始调制斜率  $k = B/T = 20 \times 10^{12}$ 。

根据 BDFT 变换得来的  $k_i$  值以及式(4), 在 4 m 处目标对回波延时情况下, 计算得到的最大可能测距误差

$$\Delta R_{\text{emax}} = \frac{TC |k_8 - k|}{2nk_8} + \frac{TC |k_6 - k|}{2nk_6} = 0.1886 \text{ m}$$

式中,  $n = m \times N_m$ 。此时测距精度下降, 可见在调制斜率误差较大的情况下, 实际测距误差增大。同时由于差频误差存在, 测距频谱展宽, 此时距离分辨力下降。当系统带宽为 400 MHz, 理论极限测距分辨率  $\Delta R = 0.375 \text{ m}$ , 实际距离分辨力降低为  $\Delta R + \Delta R_e = 0.375 + 0.1886 = 0.5636 \text{ m}$ 。根据非线性调制斜率向量  $\mathbf{k}_i$  和初始调制斜率  $k$ , 可以计算得到校正曲线, 计算原理与开环预畸变法相同。通过数字信号处理单元计算, 可得到校正曲线斜率为  $\mathbf{k}_e = \{17.57, 17.79, 21.95, 20.73, 21.87, 22.36, 18.16, 17.38\} \times 10^{12}$ 。将反馈控制环闭合, 校正曲线转换为电压曲线控制 VCO, 实现线性度校正。

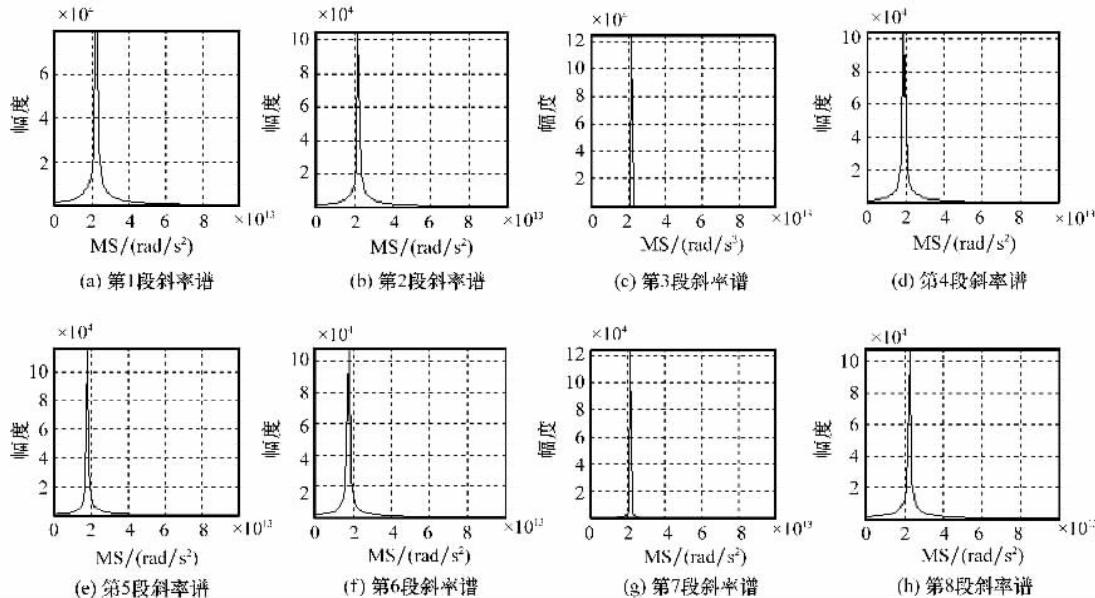


图4 不同采样段内调制斜率谱

### 3.2 调制斜率校正和实验结果

图5是开环与闭环情况下的实测结果。图5(a)是在开环情况下,取样频率测量,按照预畸变法校正的DSP记录实测结果。图5(b)是在58 GHz情况时FMCW测距系统增加非线性抑制环路后,目标在4 m处DSP记录的实测差频回波信号和频谱。

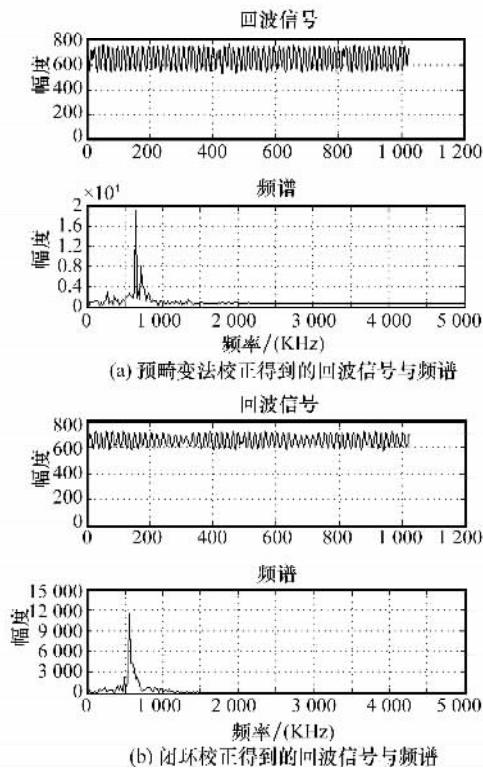


图5 开环与闭环校正差频回波和频谱对比

对比可见,图5(b)的频谱较为干净,对经过DSP计算得到的距离为3.978 m。图5(a)采用开环预畸变法,频谱噪声

较大,计算得到的距离为4.076 m。根据监测结果,利用校正曲线控制VCO,得到的频率线性度误差可减小到0.072%,4 m时的最大测距误差可计算得到为0.022 m,测距误差对校正前降低了87%以上,距离判断更精确。对比采用预畸变法线性误差为1.903%,测距误差0.076 m。对比单采用频综和锁相环闭环修正<sup>[2-10]</sup>,线性度有数量级上的进步。

为验证本文方法在距离分辨率上的改善,进行了双目标测距实验,两个等大的目标分别放在3 m和3.5 m处。图6(a)为未经非线性校正仅对回波信号采用窄带滤波<sup>[11]</sup>的测距结果,图6(b)为采用本文方法校正后的测距结果。

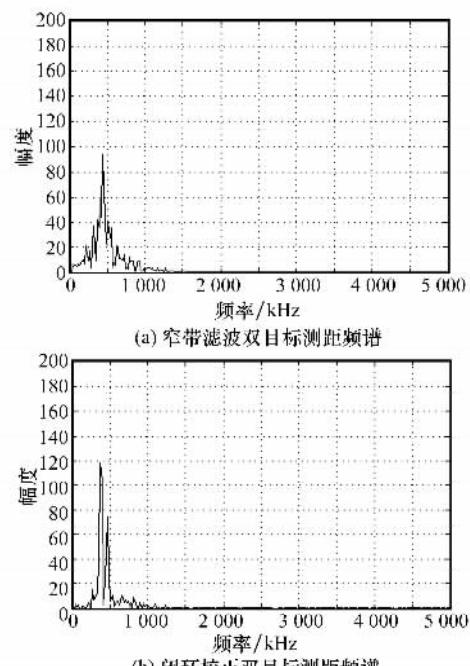


图6 3 m 和 3.5 m 双目标回波频谱校正前后对比

利用 DSP 对图 6(a)进行频谱分析,无法分辨出两个目标,分析结果为 3.425 m 单目标。而图 6(b)中两根频谱对应距离分别为 3.032 m 和 3.537 m,虽然双目标情况精确度下降到 1.03%,较远目标由于遮挡原因,频谱能量有损失,但经 DSP 计算可分辨出来。以上实验数据来源于样机内 DSP 的数据存储空间,通过接口电路采集到电脑上。测试主要通过室内测试,目标为球形反射体,背景为吸波材料。相关实验器材如图 7 所示。



图 7 测距实验

## 4 结 论

基于 DBFT 的闭环调制线性度校正方法,是针对毫米波频段 FMCW 雷达的自适应非线性抑制方法。通过在 58 GHz 下 FMCW 雷达系统上实验,证实利用该方法进行测距可实现精确测距,并提高距离分辨率。

## 参考文献:

- [1] 陈祝明,丁义元,向敬成. 提高线性调频连续波雷达测距精度的最大值估值算法 [J]. 系统工程与电子技术,1999,21(6):39–45. (Chen Z M, Ding Y Y, Xiang J C. An algorithm estimating maximum for improving range precision of FMCW radar [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 1999, 21(6):39–45.)
- [2] Kim S Y, Myung N H. Wideband linear frequency modulated waveform compensation using system predistortion and phase coefficients extraction method[J]. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 2007, 17(11): 808–810.
- [3] 任成明,金昶明,沈秀英,等. 一种新型非线性 PLL 模型及其在毫米波集成防撞雷达中的应用[J]. 红外与毫米波学报, 2004, 23(1): 53–59. (Ren C M, Jing C M, Shen X Y, et al. Novel nonlinear PLL model and its application in 8 mm integrated automobile anti collision radar[J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2004, 23(1): 53–59.)
- [4] Laloue A, Nallatamby J. An efficient method for nonlinear distortion calculation of the AM and PM noise spectra of FMCW radar transmitters[J]. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, 2003, 51(8): 1966–1976.
- [5] Meta A, Hoogeboom P, Lighthart L P. Non-linear frequency scaling algorithm for FMCW SAR data[C]// Proc. of the 3rd European Radar Conference, 2006: 9–12.
- [6] Jiang Z H, Kan H, Wan J. Scale transform algorithm used in FMCW SAR data processing[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(4): 745–749.
- [7] Kwok K, Jones L. Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2000, 48(10): 2964–2972.
- [8] 赵拥军,黄洁. 雷达信号细微特征时频分析法[J]. 现代雷达, 2003, 12: 26–29. (Zhao Y J, Huang J. Time-frequency analysis of fine feature of radar signal[J]. *Modern Radar*, 2003, 25(12): 26–29.)
- [9] 王本庆,李兴国. LFM 信号调频斜率的双正交 Fourier 变换分析算法 [J]. 电子与信息学报, 2009, 31(7): 1620–1623. (Wang B Q, Li X G. Analysis algorithm to frequency rate of LFM signal based on bi-orthogonal Fourier transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(7): 1620–1623.)
- [10] 邢小明,安凌凌,齐锋. 高精度高重复频率线性调频测距用雷达频综器的设计[J]. 现代雷达, 2000, 22(3): 79–83. (Xing X M, An L L, Qi F. The design of a high accuracy radar frequency synthesizer for LFM ranging in HPRF mode[J]. *Modern Radar*, 2000, 3: 79–83.)
- [11] 王虹,李兴国. FMCW 雷达差频信号的非线性分析[J]. 电光与控制, 2009, 17(10): 33–36. (Wang H, Li X G. Analysis to nonlinearity of difference-frequency signal for FMCW radar[J]. *Electronics Optics & Control*, 2009, 17(10): 33–36.)