

基于 Fisher 信息距离的传感器管理方法

张华睿¹, 杨宏文¹, 胡卫东¹, 郁文贤²

(1. 国防科学技术大学 ATR 重点实验室, 湖南 长沙 410073;

2. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海 200030)

摘要: 在进行面向跟踪的传感器管理方法研究时,传统的思路主要以跟踪精度为导向,但是在数据关联环节,改善或维持目标之间的区分度才是传感器资源分配的主要目的。需求的偏差导致不合理的传感器资源分配结果。依据信息几何理论,以流形中的 Fisher 信息距离来定义目标之间的区分度,然后直接依据目标之间的区分度制定传感器资源分配策略。关联仿真实验表明,该方法相较于传统的传感器管理方法,有效提高了目标之间的关联正确率。

关键词: 传感器管理; 跟踪; 区分度; Fisher 信息距离; 信息几何

中图分类号: TN 95

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.08.12

Method for sensor management based on Fisher information distance

ZHANG Hua-rui¹, YANG Hong-wen¹, HU Wei-dong¹, YU Wen-xian²

(1. ATR Key Lab, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: While facing the research of tracking-oriented sensor management, the traditional way focuses on the precision of tracking. But the essential demand of the sensor resources is to improve or maintain the resolvability among different targets at the segment of data association, and the bias of demand leads to unreasonable distribution of sensor resources. According to the theory of information geometry, the resolvability defined by Fisher information distance in manifold is proposed. Then the distribution strategy of sensor resources is established based on the resolvability among targets directly. Compared with the traditional way, the simulation results show that the proposed method effectively improves the valid association rates.

Keywords: sensor management; track; resolvability; Fisher information distance; information geometry

0 引言

在进行面向跟踪的传感器管理方法研究时,现有的方法主要以跟踪精度为导向^[1-4],但是在数据关联环节以及其他注重信息相关准确度的融合应用中,改善或维持目标之间的区分度,提高数据关联正确率才是传感器探测资源分配的主要目的。在进行关联处理时,若目标间区分度较高,即使跟踪精度较低,也能保证关联正确;反之,则关联正确率下降。因此,在传感器管理中应直接依据目标之间的区分度制定资源分配策略。但是,如何定量地描述目标之间的区分度,仍然是一个较难解决的问题。因为目标之间的区分度与目标位置、状态误差等多个变量有关,难以从传统的欧氏空间的角度加以描述。因此,在进行此类分析时,要么选取多种具有代表性的场景,要么只涉及特定的方面,如文献[5]通过在两个场景中设定不同的目标数,来表征目标

的密集和稀疏程度,并以此作为目标之间的区分度来研究其对关联性能的影响。显然,这种描述方式无法真实、全面地反映区分度的意义。信息几何的发展使得对这个问题的解决出现了转机。

信息几何的概念最早在 20 世纪 40 年代提出^[6],此后经过了几十年的发展,最终因 Amari 等的工作^[7]而渐趋成熟。它将概率空间看成为赋予了黎曼度量的微分流形,进而从几何学的角度来研究统计模型方面的问题。结合本文的背景,在描述一个目标的状态时,可表述为:目标观测多少,传感器误差多少。隐含的意义为目标位置服从某个概率密度函数。将此概率引入到统计流形中,并以 Fisher 信息矩阵作为流形的度量。最终,统计流形中两个点之间的距离——Fisher 信息距离即可用来表征两个目标之间的区分度。区分度的定量描述为传感器管理方法提供了一种新的资源分配策略。

本文主要研究目标跟踪应用中的传感器管理问题,旨在提高其中的数据关联准确度。首先指出了在数据关联环节中以概率密度函数来描述目标之间区分度的必要性,然后介绍了信息几何的基本理论,提出以 Fisher 信息距离来表征区分度,并基于 Fisher 信息距离提出了一种新的传感器管理方法,最后是仿真实验和结论。

1 区分度与 Fisher 信息距离

区分度是指目标之间的位置相异程度。传统的方法在描述目标之间的区分度时,通常定义其为欧氏空间中两点之间的距离。但是在跟踪滤波等应用中,目标的位置一般以概率密度函数的形式给出。此时,以欧氏空间中确定位置定义的距离不再适用,转而需考虑两个概率密度函数之间的距离。因为距离的概念与所处空间的几何结构紧密相关,在此,首先简要介绍一下信息几何的基本原理。

概率密度函数表示一个从集合(到实数集 \mathbf{R} 的映射) $p: \mathcal{X} \rightarrow \mathbf{R}$, 且

$$\begin{aligned} p(x) &\geq 0; \forall x \in \mathcal{X} \\ \int p(x) dx &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

考虑一簇由参数 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ 确定的概率密度函数所组成的集合 S

$$S = \{p(x | \theta) | \theta \in \Theta \subseteq \mathbf{R}^n\} \quad (2)$$

则 S 称为一个统计流形,其中 θ 为 S 的坐标系。每一个参数 θ 对应一个概率密度函数 $p(x | \theta)$, 同时一个概率密度函数又对应于统计流形中的一个点。

在参数化概率密度函数所组成的统计流形中,因为 Fisher 度量相对于坐标变换的不变性,使其成为统计流形的唯一选择。Fisher 度量或信息矩阵各元素为^[8]

$$g_{ij}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x | \theta) \frac{\partial \ln p(x | \theta)}{\partial \theta_i} \frac{\partial \ln p(x | \theta)}{\partial \theta_j} dx \quad (3)$$

定义连接两点的最短曲线长度,即测地线长度为两点之间的距离。用测地线长度来定义距离,有效解决了空间扭曲时给距离定义所带来的问题。以 Fisher 信息矩阵作为度量,则在统计流形中,两点 θ^1 和 θ^2 的测地线长度,即 Fisher 信息距离如式(4)所示^[9]

$$\begin{aligned} D(p(x | \theta^1), p(x | \theta^2)) &\triangleq \min_{\theta(t)} \int_{t_1}^{t_2} \left\| \frac{d\theta}{dt} \right\| dt = \\ &\min_{\theta(t)} \int_{t_1}^{t_2} \left[\sqrt{\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^T [g_{ij}] \left(\frac{d\theta}{dt} \right)} \right] dt \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\theta = \theta(t)$, $t \in \mathbf{R}$ 为 n 维统计流形中曲线,且 $\theta^1 = \theta(t_1)$, $\theta^2 = \theta(t_2)$ 。而 θ^1 和 θ^2 对应于概率密度函数 $p(x | \theta^1)$ 和 $p(x | \theta^2)$, 则概率密度函数 $p(x | \theta^1)$ 和 $p(x | \theta^2)$ 之间的距离即为统计流形中对应两点 θ^1 和 θ^2 之间的 Fisher 信息距离。

2 基于区分度的传感器管理方法

对于涉及跟踪的传感器管理问题,通常的作法是对每

个目标预先设定一个期望的跟踪精度,然后控制传感器使得目标的跟踪精度逼近期望的精度,剩余的资源可以用来完成其他探测任务或者直接保持传感器静默,其优化模型为^[10]

$$u_{\text{opt}} = \arg \min_{u \in \{0,1\}} F(I, I_0) \quad (5)$$

式中, I 为目标的实际跟踪精度; I_0 为期望跟踪精度; $F(\cdot)$ 为某种度量方法; u 为传感器控制参数。在此简化传感器控制参数为 0 或 1。当 I 满足 I_0 要求时, u_{opt} 等于 0, 传感器不观测目标; 当 I 不满足 I_0 要求时, u_{opt} 等于 1, 利用传感器观测目标。

上述方法以跟踪精度作为传感器管理的准则,但是在跟踪关联、指示交接等应用中,实际上需考虑的是目标之间的区分度。因此,应直接依据目标之间的区分度制定传感器资源分配策略。当目标之间区分度较高时,只需维持低精度跟踪,当目标之间区分度小于某个门限值时,应调度传感器观测目标,提高目标跟踪精度,以此达到区分目标的目的。基于区分度的传感器管理方法优化模型为

$$u_{\text{opt}} = \arg \min_{u \in \{0,1\}} F(D, D_{\text{threshold}}) \quad (6)$$

式中, D 为目标之间的区分度; $D_{\text{threshold}}$ 为区分度门限。当 D 大于 $D_{\text{threshold}}$ 时,传感器不观测目标; D 小于 $D_{\text{threshold}}$ 时,需利用传感器观测目标。

为了说明基于区分度的传感器管理方法的思想,考虑在二维空间中两个目标的跟踪关联问题,其中目标位置表示为 (x, y) 。假设通过传感器观测和滤波跟踪算法,获得两个目标的位置分布分别服从概率密度函数 $p(x, y | \theta^1)$ 、 $p(x, y | \theta^2)$, 则可计算得到两个目标之间的区分度 $D(p(x, y | \theta^1), p(x, y | \theta^2))$ 。将其与预先设定的 Fisher 信息距离门限值 $D_{\text{threshold}}$ 进行比较,当两个目标之间的 Fisher 信息距离小于门限值 $D_{\text{threshold}}$ 时,分配传感器观测目标; 当 Fisher 信息距离大于门限值 $D_{\text{threshold}}$ 时,传感器只需保持最低的观测频率,用以维持目标航迹。其具体步骤如下所示:

步骤 1 通过传感器观测和跟踪滤波算法构造目标的位置分布函数 $p(x, y | \theta^i) (i=1, 2)$;

步骤 2 计算目标之间的 Fisher 信息距离 $D(p(x, y | \theta^1), p(x, y | \theta^2))$;

步骤 3 若目标之间的 Fisher 信息距离小于门限值 $D_{\text{threshold}}$, 观测目标,若大于 $D_{\text{threshold}}$, 则利用最低观测频率;

步骤 4 判断算法是否结束,若不是,转到步骤 1。

3 Fisher 信息距离的近似计算方法

信息几何作为一种新兴理论,很多方面发展还不够完善。到目前为止,只有在二维高斯函数和固定均值或协方差的多维高斯函数组成的流形上, Fisher 信息距离的计算才能够得到解析解,而对于一般性的概率密度函数,则难以计算。针对这个问题,本文提出了一种 Fisher 信息距离的近似算法。

当两个概率密度函数 p_1, p_2 非常靠近时, p_1 和 p_2 之间的 Kullback Leibler(KL) 散度近似为 Fisher 信息距离的一半^[11], 即

$$\lim_{p_1 \rightarrow p_2} D_F(p_1, p_2) = 2D_{KL}(p_1, p_2) \quad (7)$$

式中, $D_{KL}(p_1, p_2) = \int \lg\left(\frac{p_1}{p_2}\right) p_1 dx$. 由于 KL 散度不满足对称性, $D_{KL}(p_1, p_2) \neq D_{KL}(p_2, p_1)$, 造成近似距离 $D_F(p_1, p_2) \neq D_F(p_2, p_1)$, 因此可将近似公式修改为

$$\hat{D}(p_1, p_2) = D_{KL}(p_1, p_2) + D_{KL}(p_2, p_1) \quad (8)$$

当概率密度函数 p_1 和 p_2 不靠近时, KL 散度对 Fisher 信息距离的近似性变差. 此时, 通过对流形密集采样, Fisher 信息距离可近似表述为一条由流形中两两相互靠近的点所组成的“弧长”的和^[12], 而每一小段“弧长”仍然可通过 KL 散度近似, 如图 1 所示. 为了寻找这样一组满足条件的点, 可利用图论中的最短路径算法进行求解, 即最优化解式为

$$D_F(p_1, p_2) = \min_i \sum_{i=1}^{M-1} \hat{D}(p'_i, p'_{i+1}), p'_i \rightarrow p'_{i+1} \quad (9)$$

式中, $I = \{p'_i, i = 1, 2, \dots, M\}$ 为流形中的采样点, 且 $p'_1 = p_1, p'_M = p_2$.

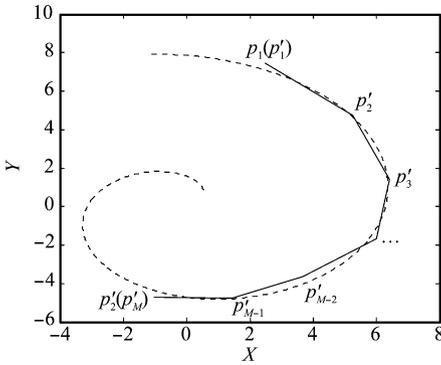


图 1 Fisher 信息距离近似解法示意图

对于最短路径问题, 可采用经典的 complete isometric feature mapping (Isomap) 算法求解. 通过对其进行必要的改进, 结合本文背景, 则求取概率密度函数 p_1 和 p_2 之间近似 Fisher 信息距离的算法步骤如下:

步骤 1 对流形进行密集采样, 获得采样点为 $p'_i (i = 1, 2, \dots, N)$, 其中 $p'_1 = p_1, p'_N = p_2$;

步骤 2 初始化距离矩阵 D , 如果 p_1 与 p_2 之间距离小于设定值 ϵ , $D(i, j) = \hat{D}(p'_i, p'_j)$, 否则, $D(i, j) = +\infty$;

步骤 3 对每个值 $k = 1, 2, \dots, N$, 替换 $D(i, j)$ 为 $\min\{D(i, j), D(i, k) + D(k, j)\}$, 最终的距离矩阵 D 中的值即为对应两点之间的最短距离;

步骤 4 获取 p_1 和 p_2 之间 Fisher 信息距离近似值即为 $D(1, N)$.

通过分析经典 Isomap 算法, 可以估算出本文近似方法的

计算复杂度. 其中在构造距离矩阵的过程中, 需计算 $N(N-1)$ 次 KL 散度; 而计算最短路径时的计算复杂度为 $O(N^3)$. 近似算法所花的计算时间主要是用在计算最短路径上.

4 仿真实验

为了验证本文方法的有效性, 设定仿真实验. 假设探测空间内存在两个目标 t_1, t_2 , 其运动轨迹如图 2 所示. t_1 从 $(0, 15.5)$ 出发, $0 \sim 10$ s 时以 -1 m/s 速度沿 Y 轴运动, $10 \sim 20$ s 时向 X 轴转弯, X、Y 方向上加速度均为 0.1 m/s², 在 $20 \sim 30$ s 时作匀速运动, $30 \sim 40$ s 时向 Y 方向转弯, X、Y 方向上加速度分别为 -0.1 m/s² 和 0.1 m/s², $40 \sim 50$ s 时做匀速运动. 其运动轨迹为图中虚线部分. t_2 从 $(0, -15.5)$ m 出发, $0 \sim 10$ s 时以 1 m/s 速度沿 Y 轴运动, $10 \sim 20$ s 时向 X 方向转弯, X、Y 方向上加速度分别为 0.1 m/s² 和 -0.1 m/s², 在 $20 \sim 30$ s 时作匀速运动, $30 \sim 40$ s 时向 Y 方向转弯, X、Y 方向上加速度均为 -0.1 m/s², $40 \sim 50$ s 时做匀速运动. 传感器在 X 和 Y 方向上的探测标准误差均为 0.2 m, 且相互独立. 传感器最大观测周期为 3 s, 最小观测间隔为 0.5 s. 以交互多模滤波算法进行跟踪, 关联算法为最近邻算法.

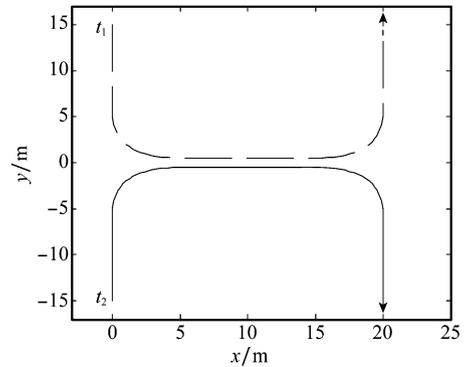


图 2 两个目标的真实运动轨迹

经过滤波运算, 可得到目标在 k 时刻的运动状态估计值 $\hat{X}(k)$ 和对应的误差协方差 $P(k)$, 其中 $\hat{X}(k)$ 表示目标在 X、Y 轴上的坐标、速度和加速度.

$$\begin{cases} \hat{X}(k) = [\hat{x}(k) \quad \hat{\dot{x}}(k) \quad \hat{\ddot{x}}(k) \quad \hat{y}(k) \quad \hat{\dot{y}}(k) \quad \hat{\ddot{y}}(k)] \\ P(k) = [p_{ij}(k)], i, j = 1, 2, \dots, 6 \end{cases} \quad (10)$$

目标的位置分布函数可表示为以 $[\hat{x}(k), \hat{y}(k)]^T$ 均值, $\text{diag}[p_{11}(k), p_{44}(k)]$ 为方差的高斯分布.

$$f_k(x, y | \hat{x}(k), \hat{y}(k), p_{11}(k), p_{44}(k)) = \frac{1}{2\pi \sqrt{p_{11}(k)p_{44}(k)}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(x - \hat{x}(k))^2}{p_{11}(k)} + \frac{(y - \hat{y}(k))^2}{p_{44}(k)} \right]\right] \quad (11)$$

从目标的位置分布函数的形式可得,它们均为以均值 $[\hat{x}(k), \hat{y}(k)]^T$ 、方差 $\text{diag}[p_{11}(k), p_{44}(k)]$ 为参数的概率密度函数,即组成以 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = (\hat{x}(k), \hat{y}(k), p_{11}(k), p_{44}(k))$ 为坐标的统计流形,则两个目标之间的区分度可以表示为统计流形中对应两点之间的 Fisher 信息距离,并可通过上节所提方法进行近似计算。

将基于区分度的传感器管理方法与基于跟踪精度的传感器管理方法进行比较。在第 1 种方法中,设定 Fisher 信息距离门限值为 0.2 m。在第 2 种方法中,设定 X、Y 轴上跟踪精度门限均为 0.15 m,并以滤波协方差矩阵中对应目标位置的元素表征跟踪精度,即协方差控制传感器管理方法。

图 3 为分别运用两种方法调度传感器的资源分配结果,1 表示利用传感器观测目标,0 表示不观测。其中基于区分度的传感器管理方法探测目标 29 次,基于跟踪精度的传感器管理方法探测目标 30 次。两者探测次数几乎相同。从图中可以得到以下结论:

- (1) 基于区分度调度传感器时,传感器观测频率有明显高低变化;
- (2) 基于跟踪精度调度传感器时,传感器观测频率无明显变化。

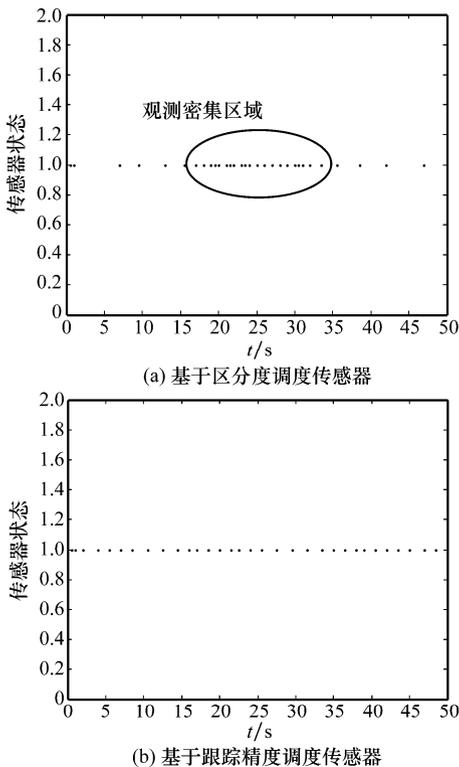


图 3 传感器分配状态示意图

经过分析可知,利用基于区分度的传感器管理方法,存在观测密集区域,并且在此区域内,其频率也有小幅变化。

观测密集区域起始约发生在 16 s 时,此时两个目标相互靠近。为了区分这两个目标,要求较高的跟踪精度,观测频率相对增大。在两个目标靠近运动的后期,因为目标跟踪精度的提高,区分度加强,观测频率有所下降。在 30 s 左右,目标开始机动,虽然目标之间的趋势为相互远离,但是因为跟踪精度降低造成区分度下降,观测频率在略有提升后迅速降低。对于基于跟踪精度的传感器管理方法,由于其只关注于特定的跟踪精度门限,不能随着目标之间相对位置的变化适当的调整跟踪精度要求,所以观测频率无明显变化。这种僵化的管理策略造成目标的关联性能降低。如图 4 所示。两种方法对目标的观测次数相当,但是由于第 1 种方法将观测资源用在更关键的时刻,即两个目标相互靠近或发生机动时,所以第 1 种方法的关联效果优于第 2 种方法,其中第 2 种方法发生误关联,而第 1 种方法未发生误关联。

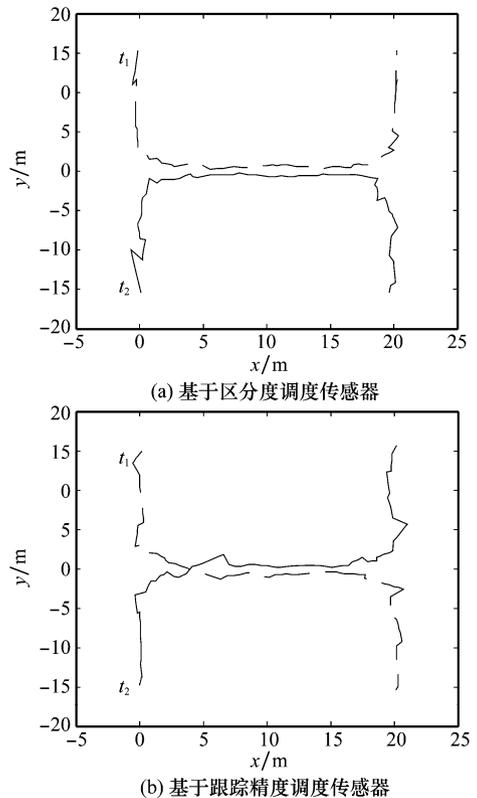


图 4 两种方法的关联效果比较图

为了突出本文方法的优势,设定 3 个仿真对比实验。其中实验 1 和实验 2 分别为基于区分度和基于跟踪精度的传感器管理方法,仿真参数如前所述;在实验 3 中也为基于跟踪精度的传感器管理方法,但是将跟踪精度门限降低到 0.02 m。对每组实验均仿真 100 次,所得的结果如表 1 所示。

表 1 管理策略比较

序号	平均观测次数	误关联次数
实验 1	28.85	23
实验 2	29.68	36
实验 3	85.81	24

若以基于区分度的传感器管理方法,即实验 1 作为参考,则对比实验 2 可得,在平均观测次数相当的情况下,基于跟踪精度的传感器管理方法的误关联次数增加了 56.5%;对比实验 3 可得,在误关联次数相当时,基于跟踪精度的传感器管理方法需增加 197.6% 的观测次数。仿真结果表明,基于区分度的传感器调度结果更加符合管理策略。

5 结 论

目标之间的区分度是影响数据关联的关键因素。但是传统的传感器管理方法拘泥于目标的跟踪精度,这种资源分配策略偏离了特定条件下关联处理对传感器资源的真正需求。本文利用信息几何理论,以 Fisher 信息距离来定义目标之间的区分度,并直接依据目标之间的区分度制定传感器资源分配策略。仿真实验表明,相较于传统的传感器管理方法,本文所提出的方法更加切合数据关联对传感器资源的需求。下一步还需解决的问题为研究高效的 Fisher 信息距离的求解方法。

参考文献:

- [1] Nash J M. Optimal allocation of tracking resource[C]// *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1977: 354 - 363.
- [2] 卢建斌,肖慧,席泽敏,等. 相控阵雷达波束波形联合自适应调度算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(1): 84 - 88. (Lu J B, Xiao H, Xi Z M, et al. Joint adaptive scheduling algorithm of beam and waveform for phased array radars[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(1): 84 - 88.)
- [3] Kalandros M, Pao L. Covariance control for multisensor systems[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(4): 1138 - 1157.
- [4] 罗开平,姜维,李一军. 传感器管理述评[J]. *电子学报*, 2010, 38(8): 1900 - 1907. (Luo K P, Jiang W, Li Y J. Review of sensor management[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(8): 1900 - 1907.)
- [5] 何友,王国宏,陆大纶,等. 多传感器信息融合及应用[M]. 2 版. 北京: 电子工业出版社, 2007: 1 - 12. (He Y, Wang G H, Lu D J, et al. *Multisensor information fusion with applications* [M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007: 1 - 12.)
- [6] Rao C R. Information and accuracy attainable in the estimation of statistical parameters[J]. *Bulletin of the Calcutta Mathematical Societ*, 1945, 37: 81 - 91.
- [7] Amari S, Nagaoka H. *Methods of Information Geometry*[M]. New York: American Mathematical Society (AMS) and Oxford University Press, 2000.
- [8] Wang X Z, Cheng Y Q, Moran B. Bearings-only tracking analysis via information geometry[C]// *Proc. of the 13th Conference on Information Fusion*, 2010: 1 - 6.
- [9] Cheng Y Q, Wang X Z, Moran B. Sensor network performance evaluation in statistical manifolds[C]// *Proc. of the 13th Conference on Information Fusion*, 2010: 1 - 8.
- [10] 卢建斌,胡卫东,郁文贤. 基于协方差控制的相控阵雷达资源管理算法[J]. *电子学报*, 2007, 35(3): 402 - 408. (Lu J B, Hu W D, Yu W X. Resource management algorithm based on covariance control for phased array radars[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(3): 402 - 408.)
- [11] Lapuyade-Lahorgur J, Barbaresco F. Radar detection using siegel distance between autoregressive processes, application to HF and X-band radar[C]// *Proc. of IEEE Radar Conference*, 2008: 1 - 6.
- [12] Tenenbaum J, Silva V, Langford J. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. *Science*, 2000, 290(12): 2319 - 2323.