

# 改进的 Pareto 多目标协同优化策略

龙腾<sup>1,2</sup>, 刘莉<sup>1,2</sup>

(1. 北京理工大学飞行器动力学与控制教育部重点实验室, 北京 100081;  
2. 北京理工大学宇航学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了提高标准协同优化的收敛性并扩展其多目标优化能力, 将 Pareto 多目标遗传算法用于协同优化的系统级优化, 提出了一种改进的 Pareto 多目标协同优化策略 (enhanced collaborative optimization using Pareto multi-objective genetic algorithm, ECO-PMGA)。为了保证非劣解集的 Pareto 最优性与均布性, 提出了一种考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法。ECO-PMGA 采用 2-范数形式的学科间一致性约束以提高学科级优化的效率。通过两个典型的优化算例对 ECO-PMGA 的数值稳定性与搜索 Pareto 非劣解集的能力进行了检验。研究结果表明, ECO-PMGA 的收敛性与数值稳定性得以显著提高, 而且 ECO-PMGA 具有良好的 Pareto 多目标优化能力。因此, ECO-PMGA 在复杂耦合系统的多目标优化设计方面具有较高的实用价值。

**关键词:** 协同优化; Pareto 多目标遗传算法; 多学科设计优化; Pareto 最优

中图分类号: V 221.6

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.09.15

## Enhanced Pareto multi-objective collaborative optimization strategy

LONG Teng<sup>1,2</sup>, LIU Li<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle, Ministry of Education, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to improve the convergence performance of standard collaborative optimization strategy and extend its multi-objective optimization compatibility, by adopting Pareto multi-objective genetic algorithm in the system level optimization, an enhanced collaborative optimization using Pareto multi-objective genetic algorithm (ECO-PMGA) is proposed. A sequential ranking method considering the crowded degree is developed to ensure the Pareto optimality and even distribution of non-inferior solutions. The interdisciplinary consistency constraints of 2-norm format are employed to improve the efficiency of discipline level optimizations in ECO-PMGA. The numerical stability and capability of searching Pareto non-inferior solution set are validated through two typical optimization problems. The results indicate that the convergence of system level optimization and numerical stability of ECO-PMGA are fairly enhanced, moreover, the ECO-PMGA shows a good performance in achieving Pareto optimal set. Accordingly, the proposed ECO-PMGA is practical and valuable for multi-objective optimization problems for complex and coupled systems.

**Keywords:** collaborative optimization; Pareto multi-objective genetic algorithm; multidisciplinary design optimization; Pareto optimal

## 0 引言

为了提高复杂耦合系统(例如飞行器等)的设计质量, 缩短其设计周期, 近年来多学科设计优化(multidisciplinary design optimization, MDO)成为研究的热点<sup>[1-2]</sup>。与传统的单学科优化问题相比, 复杂系统内在的耦合关系使得求解

MDO 问题更加复杂。如何高效地求解复杂的 MDO 问题, 成为 MDO 理论研究的重点与 MDO 工业应用的前提。

作为多学科设计优化的关键技术和研究重点之一, MDO 策略旨在将复杂的工程优化问题按照一定的解耦规则分解为若干易于求解的子问题进行求解。目前常见的 MDO 策略包括多学科可行法(multidisciplinary feasible,

MDF)、单学科可行法(individual discipline feasible, IDF)、并行子空间(concurrent subspace optimization, CSSO)、协同优化(collaborative optimization, CO)、两级系统集成综合(bi-level integrated system synthesis, BLISS)以及目标解析层解(analytic target cascading, ATC)等<sup>[3]</sup>。

文献[4]所提出的 CO 策略是一种典型的两级 MDO 策略,体现了并行分布式设计的思想,将原优化问题分解为一个系统级优化和多个并行的子系统级优化,能较好的解决多学科设计优化中存在的计算复杂性和组织复杂性等问题,是一种比较具有前景的多级 MDO 策略。

近年来,CO 策略成为国内外学者的研究热点。文献[5]提出了基于响应面的 CO,并给出了两种响应面构造方式;文献[6]对 CO 的数值特性进行了系统的分析,揭示了 CO 存在的数值困难(如系统级优化 Kuhn-Tucker(KT)条件不满足等)并指出引入松弛系数可提高 CO 的稳定性;文献[7]针对系统级采用不同优化算法以及学科一致性约束采用不同形式对 CO 收敛性的影响进行研究,并指出了利用最优灵敏度近似学科级优化存在理论缺陷;文献[8-9]从几何分析的角度,提出了基于动态学科间不一致信息的超球近似 CO 策略,该方法虽然能保证系统优化收敛,却难以保证获得原问题的最优解。

在多目标 CO 策略方面,文献[10-11]在 CO 策略的系统级优化中使用线性加权和法将多目标问题转化为单目标问题进行求解,该方法的优化结果严重依赖加权系数的选取;文献[12]将线性物理规划与 CO 策略相结合用于求解多目标 MDO 问题,该方法不依赖于主观的加权系数,但是难以获取设计问题的 Pareto 非劣解集;文献[13-14]分别将 Pareto 遗传算法用于 CO 策略以求解多目标优化问题,然而算例研究表明其优化结果与真实 Pareto 非劣解集的差异较大,优化结果的 Pareto 最优性有待进一步提高。

本文针对标准 CO 策略系统级收敛性差以及难以适用于多目标优化问题的缺点,提出了一种改进的 CO 策略。首先开展 Pareto 多目标遗传算法研究,为了保证非劣解集的 Pareto 最优性与均布性,提出了一种考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法,并引入了基于拉丁超方计算实验设计的目标函数与约束条件归一化方法。在系统级优化中使用本文提出的 Pareto 多目标遗传算法,一方面有效地避免了系统级等式一致性约束所带来的计算困难,算法的稳定性得以增强;另一方面拓展了 CO 的 Pareto 多目标优化能力,通过引入考虑拥挤度的非劣解排序法保证优化结果的 Pareto 最优性与均布性。

## 1 协同优化概述

### 1.1 协同优化的数学描述

设复杂耦合系统(由  $N$  个学科组成)原非线性约束 MDO 问题为

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{s. t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \mathbf{0} \\ x_i^{\text{low}} \leq x_i \leq x_i^{\text{up}}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (1)$$

式中,设计变量  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_l)$ ; 状态变量  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_u, \mathbf{y}_c)$ 。其中,  $\mathbf{x}_s$  为共享(全局)设计变量;  $\mathbf{x}_l$  为局部设计变量;  $\mathbf{y}_u$  为非耦合状态变量;  $\mathbf{y}_c$  为耦合状态变量。

标准 CO 采用 2-范数形式的学科间一致性约束,则原问题的标准 CO 的数学模型描述如下。

学科级优化(以第  $i$  个学科为例)

$$\begin{cases} \min d_i = (\|\mathbf{x}_l - \mathbf{z}_i\|)^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (x_l^j - z_i^j)^2 \\ \text{s. t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

系统级优化数学模型为

$$\begin{cases} \min J_{\text{sys}}(\mathbf{z}) \\ \text{s. t. } d_i^* = 0, i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $d_i$  为第  $i$  个学科的学科一致性约束;  $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in_i})^T$  为第  $i$  个学科内  $n_i$  维的设计变量向量,包括与本学科相关的全局设计变量  $\mathbf{x}_s^i$ , 本学科内局部设计变量  $\mathbf{x}_l^i$  和本学科的耦合状态变量  $\mathbf{y}_c^i$ ;  $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{in_i})^T$  为系统级优化分配到第  $i$  个学科  $n_i$  维的期望目标值向量;  $g_i(\mathbf{x})$  为本学科内的约束条件;  $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N]$  为系统级设计变量,包括全局设计变量  $\mathbf{z}_g$  和学科间耦合状态变量  $\mathbf{z}_c$ ;  $d_i^*$  为第  $i$  个学科级优化返回的最优(最小)学科一致性约束。在标准 CO 策略中,系统级与学科级优化都采用效率较高的序列二次规划(sequential quadratic programming, SQP)算法<sup>[5-9]</sup>。

### 1.2 协同优化的缺陷

学科一致性约束采用 2-范数的形式,系统级优化在最优值处 Lagrange 乘子往往不存在,从而破坏了 KT 条件,使得序列二次规划等收敛准则依赖 Lagrange 乘子的优化算法难以收敛。系统级优化收敛困难也成为 CO 策略研究中需要解决的首要问题。

此外,如何扩展 CO 策略的多目标优化能力,尤其是提高优化结果的 Pareto 最优性也是增强 CO 策略实用性的重要问题。

考虑到 Pareto 多目标遗传算法对目标函数和约束条件的平滑性和连续性没有要求,优化收敛准则不依赖于 Lagrange 乘子,而且能够有效求解多目标问题的 Pareto 非劣解,本文将基于 Pareto 多目标遗传算法对标准 CO 进行改进研究。

## 2 协同优化的改进研究

### 2.1 Pareto 多目标遗传算法

遗传算法(genetic algorithm, GA)是模拟自然界生物进化过程的一种全局概率搜索算法<sup>[15]</sup>。与传统优化算法

相比,遗传算法具有如下优点:具有全局收敛特性;不依赖目标函数和约束条件的梯度信息,可处理非连续和离散问题;支持并行计算。

一般情况下,多目标优化问题可表示为

$$\begin{cases} \min F(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\} \\ \text{s. t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \\ x_i^{\text{low}} \leq x_i \leq x_i^{\text{up}}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (4)$$

上式优化问题的绝对最优解是通常是不存在的。设计者更希望获得 Pareto 非劣解集,从而全面了解可能的设计方案,然后通过权衡选择更符合设计要求的 Pareto 解作为最终的最优解。

作为求解多目标优化问题的 Pareto 解集的一种有效方法,Pareto 多目标遗传算法是在遗传算法的基础上,对进化过程中种群中的个体按照相互支配关系进行分级排序,最终获得多目标优化问题的 Pareto 非劣解集。文献[16]提出的 SPEA2 以及文献[17]提出的 NSGA-II 都是具有代表性的 Pareto 多目标遗传算法。

在文献[17]的基础上,针对约束优化问题提出了考虑拥挤度的分级排序方法。通过罚函数处理约束条件的违背信息,个体的各目标函数所对应的适应度可表示为

$$\phi_i(\mathbf{x}) = f_i(\mathbf{x}) + \lambda \mathbf{g}^T(\mathbf{x}) \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (5)$$

将目标函数与约束条件进行归一化处理(具体方法见第 2.2 节),上式中罚系数  $\lambda$  取 10 以兼顾可行性与最优性。

对于多目标优化问题的两个解  $\alpha, \beta$ , 当且仅当满足式(6)时,  $\alpha$  支配  $\beta$ , 记为  $\alpha < \beta$ 。

$$(\forall i \phi_i(\alpha) \leq \phi_i(\beta)) \cap (\exists j \phi_j(\beta) > \phi_j(\alpha)) \quad (6)$$

按照图 1 所示流程可确定当前种群  $P$  中被任意解  $x_i$  支配的解集  $S_{x_i}$  以及被支配的次数  $n_{x_i}$ 。 $n_{x_i}$  是生成 Pareto 非劣解集的标准,  $n_{x_i}$  越小,  $x_i$  的 Pareto 最优性越好。如果仅使用  $n_{x_i}$  构造 Pareto 非劣解集,会使进化过程中非劣解过于集中,从而难以全面获取多目标优化问题的真实 Pareto 非劣解。

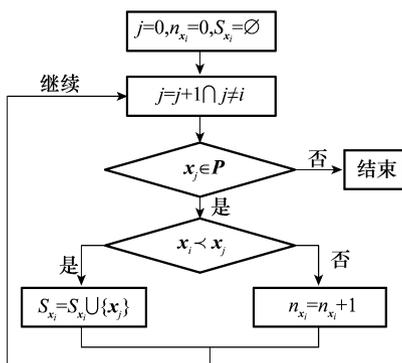


图 1 非支配解集排序算法框图

为了尽可能全面地获取多目标优化问题的真实 Pareto 非劣解,引入一种考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法。

任意解  $x_i$  的拥挤度  $C_{x_i}$  以  $x_i$  与当前种群  $P$  中其他解在解空间内欧式距离的最小值表示,即

$$C_{x_i} = \min_{x_j \in P} \left( \sqrt{\sum_{i=1}^m (f_i(x_i) - f_i(x_j))^2} \right) \quad (7)$$

为了实现考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法,引入操作算子  $<_c$ , 对于多目标优化问题的两个解  $\alpha, \beta$ , 如果  $\alpha <_c \beta$  即满足式(8)中的条件。

$$(n_\alpha < n_\beta) \cup (n_\alpha = n_\beta \cap C_\alpha > C_\beta) \quad (8)$$

进化过程中根据上述考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法确定 Pareto 非劣解。其本质是首先考虑解的 Pareto 最优性,当 Pareto 最优性相当时,选择分布更佳均匀的解作为当前 Pareto 非劣解,随着优化的进行,当前 Pareto 非劣解将逐步收敛到多目标优化问题的真实 Pareto 非劣解。

### 2.2 改进的 Pareto 多目标协同优化策略

为了改善 CO 策略的数值稳定性并拓展其多目标优化能力,将 Pareto 多目标遗传算法应用系统级优化,发展了一种基于 Pareto 多目标遗传算法的改进 CO(enhanced collaborative optimization using Pareto multi-objective genetic algorithm, ECO-PMGA)。对于多目标优化问题,ECO-PMGA 的系统级优化模型,如式(9)所示。

$$\begin{cases} \min \mathbf{J}_{\text{sys}}(\mathbf{z}) = \{J_{\text{sys}}^1(\mathbf{z}), J_{\text{sys}}^2(\mathbf{z}), \dots, J_{\text{sys}}^m(\mathbf{z})\} \\ \text{s. t. } d_i^* = 0, i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (9)$$

由于 Pareto 多目标遗传算法不依赖于系统级约束的连续性,因此 ECO-PMGA 中学科一致性约束可采用 2-范数和 1-范数两种形式。ECO-PMGA 的学科级优化数学模型(以第  $i$  个学科为例)可以有两种方式。

学科一致性约束采用 2-范数形式的学科级优化模型同式(2)。

学科间一致性约束采用 1-范数形式的学科级优化模型为

$$\begin{cases} \min d_i = \|x_i - z_i\|_1 = \sum_i^{n_i} |x_i - z_i| \\ \text{s. t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

虽然,理论上对于两种形式的学科间一致性约束,ECO-PMGA 都能够保证系统级优化的稳定性。然而,本文研究发现采用 1-范数形式将严重降低学科级优化的收敛速度,具体比较数据将在第 3.1 节算例研究中给出。为了降低计算成本,ECO-PMGA 中建议使用 2-范数形式的学科一致性约束。

为了加快收敛速度,改善优化结果 Pareto 最优性,需要对目标函数与约束条件进行归一化处理。使用 Maximin 拉丁超方法在系统级设计空间内生成均匀分布的系统级样本

点集  $\mathbf{Z}_0 = \{\mathbf{z}^{(1)}, \mathbf{z}^{(2)}, \dots, \mathbf{z}^{(N_{pop})}\}$ , 并调用系统级分析获取相应的目标函数  $\mathbf{J}_{sys}^{(1)}, \mathbf{J}_{sys}^{(2)}, \dots, \mathbf{J}_{sys}^{(N_{pop})}$  与系统级约束条件  $\mathbf{d}^{*(1)}, \mathbf{d}^{*(2)}, \dots, \mathbf{d}^{*(N_{pop})}$ 。将上述目标函数与约束条件的均值作为归一化向量, 即

$$\begin{cases} C_{obj} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_{sys}^{(i)} \\ C_{con} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{d}^{*(i)} \end{cases} \quad (11)$$

分别使用  $C_{obj}$  与  $C_{con}$  按照式(12)即可消除目标数为了解除各目标函数以及约束条件之间数量级的差异。

$$\begin{cases} \tilde{J}_{sys} = J_{sys} \frac{1}{C_{obj}} \\ \tilde{d}^* = \mathbf{d}^* \frac{1}{C_{con}} \end{cases} \quad (12)$$

归一化后系统级优化模型可描述为

$$\begin{cases} \min \tilde{\mathbf{J}}_{sys}(\mathbf{z}) = \{\tilde{J}_{sys}^1(\mathbf{z}), \tilde{J}_{sys}^2(\mathbf{z}), \dots, \tilde{J}_{sys}^m(\mathbf{z})\} \\ \text{s. t. } \tilde{d}_i^* = 0, i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (13)$$

ECO-PEMGA 的优化迭代步骤如图 2 所示。

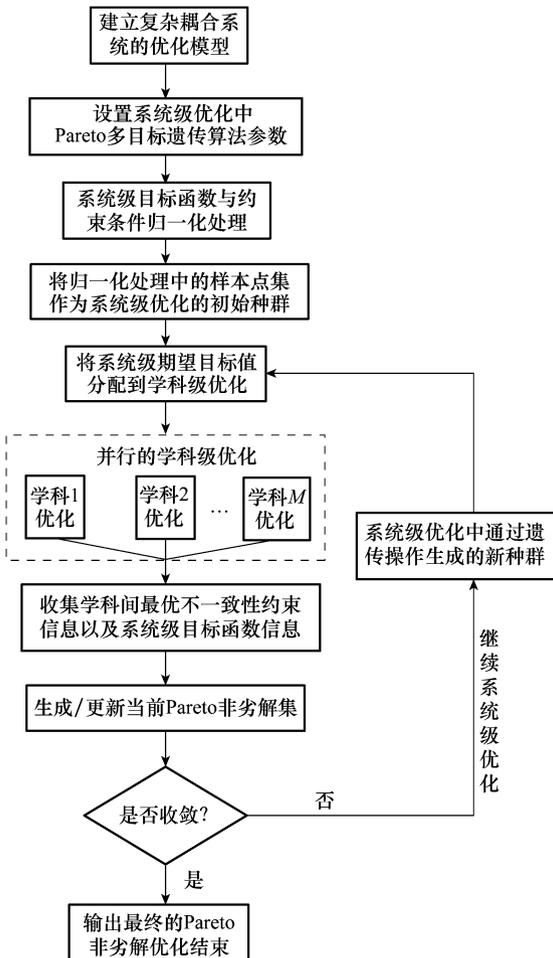


图 2 ECO-PMGA 的优化迭代步骤

说明如下:

**步骤 1** 首先建立复杂耦合问题的优化模型, 确定目标函数、设计变量以及约束条件;

**步骤 2** 设置系统级优化中 Pareto 多目标遗传算法的相关参数, 包括种群数、交叉概率、变异概率、最大进化代数以及式中的罚系数  $\lambda$  等;

**步骤 3** 使用 Maximin 拉丁超方法获取  $N_{pop}$  个系统级样本点, 对系统级优化中的目标函数与约束条件进行归一化, 其中,  $N_{pop}$  取系统级优化的种群数;

**步骤 4** 通常遗传算法的初始种群都随机生成, 为了降低计算量, 使用归一化处理中的样本点集作为系统级优化的初始种群, 可见, 归一化过程并未增加额外的计算成本;

**步骤 5** 将系统级期望目标值(即系统级优化种群中个体的取值)分配到学科级优化中;

**步骤 6** 各学科级优化并行执行, 在满足各学科内部约束条件的前提下, 使学科间不一致性最小, 各学科级优化中可以根据具体情况选择合适的优化算法, 对于连续问题建议采用效率较高的序列二次规划, 本文研究中所有的学科级优化都采用 SQP 算法;

**步骤 7** 在系统级优化中收集各目标函数信息以及由学科级优化所反馈的学科间不一致性信息, 即系统级优化的约束条件信息;

**步骤 8** 根据系统级优化中的目标函数与约束条件信息, 使用考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法生成(更新)当前 Pareto 非劣解集;

**步骤 9** 判断优化是否收敛, 当连续两次生成的 Pareto 非劣解集的差异小于给定容差或者系统级优化的迭代步数大于步骤 2 中所设置的最大进化代数时, 表明优化已经收敛则转入步骤 11, 否则转入步骤 10;

**步骤 10** 通过交叉、变异、选择等标准遗传操作<sup>[14]</sup>生成系统级优化中下一次迭代的新种群, 并转入步骤 5;

**步骤 11** 输出最终的 Pareto 非劣解集, CO 结束。

由于收敛准则不依赖于 Lagrange 乘子, ECO-PMGA 克服了系统级优化 KT 条件不满足所导致的数值困难, 能够显著改善其数值稳定性; 另一方面, 利用本文所提出的考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法以及基于拉丁超方计算实验设计的归一化方法, ECO-PMGA 具备了良好的 Pareto 多目标优化能力并具有更广的适用范围。ECO-PMGA 的性能将通过第 3 节中的标准算例进行校验。

### 3 算例研究与分析

#### 3.1 齿轮减速箱优化问题

该问题是美国国家航空航天局评估 MDO 策略性能的标准算例之一<sup>[18]</sup>, 许多对 CO 的研究都以此为测试算

例<sup>[8-9,13]</sup>。设计目标是在满足齿轮弯曲、接触应力以及轴的应力和扭转变形约束的前提下,使得减速器的质量最小。该问题有 7 个设计变量,其数学模型如式(14)所示。

$$\begin{cases}
 \min f(\mathbf{x}) = C_{f1}x_1x_2^2(C_{f2}x_3^2 + C_{f3}x_3 - C_{f4}) - \\
 C_{f5}x_1(x_6^2 + x_7^2) + C_{f6}(x_6^3 + x_7^3) + C_{f1}(x_4x_6^2 + x_5x_7^2) \\
 \text{s. t. } g_1 = C_{g1}/(x_1x_2^2x_3) \leq 1.0 \\
 g_2 = C_{g2}/(x_1x_2^2x_3) \leq 1.0 \\
 g_3 = C_{g3}x_1^3/(x_2x_3x_6^4) \leq 1.0 \\
 g_4 = C_{g4}x_5^3/(x_2x_3x_7^4) \leq 1.0 \\
 g_5 = \frac{\sqrt{\left(\frac{C_{A12}x_4}{x_2x_3}\right)^2 + C_{A1}}}{C_{g5}C_Bx_6^3} \leq 1.0 \\
 g_6 = \frac{\sqrt{\left(\frac{C_{A12}x_5}{x_2x_3}\right)^2 + C_{A2}}}{C_{g6}C_Bx_7^3} \leq 1.0 \\
 g_7 = x_2x_3/C_{g7} \leq 1.0 \\
 g_8 = C_{g8}x_2/x_1 \leq 1.0 \\
 g_9 = x_1/(C_{g7}x_2) \leq 1.0 \\
 g_{10} = (C_{g10}x_6 + C_{g105})/x_4 \leq 1.0 \\
 g_{11} = (C_{g11}x_7 + C_{g105})/x_5 \leq 1.0 \\
 2.6 \leq x_1 \leq 3.6, 0.7 \leq x_2 \leq 0.8, 17 \leq x_3 \leq 28 \\
 7.3 \leq x_4 \leq 8.3, 7.3 \leq x_5 \leq 8.3 \\
 2.9 \leq x_6 \leq 3.9, 5.0 \leq x_7 \leq 5.5
 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $x_1$ 为齿宽; $x_2$ 为齿轮模数; $x_3$ 为小齿轮齿数; $x_4$ 和  $x_5$ 为轴承之间的距离; $x_4$ 和  $x_5$ 为大小齿轮轴的直径; $g_1$ 为齿轮的最大弯曲应力; $g_2$ 为齿轮的最大接触应力; $g_3 \sim g_8$ 为轴的变形和应力约束及由经验所得的约束; $g_9 \sim g_{17}$ 为几何约束;系数  $C_f$ 和  $C_g$ 的取值参见文献[18]。该问题的最优目标函数为  $f^* = 2\,994$ ,相应的最优解为  $\mathbf{x}^* = (3.5, 0.7, 17, 7.3, 7.71, 3.35, 5.29)^T$ 。

将优化问题分解为 3 个学科级优化和一个系统级优化,采用 2-范数形式学科间一致性约束的 ECO-PMGA 模型可描述如下。

学科级 1 的优化模型为

$$\begin{cases}
 \min d_1 = (z_1 - x_1)^2 + (z_2 - x_2)^2 + (z_3 - x_3)^2 \\
 \text{s. t. } g_i - 1.0 \leq 0, i = 1, 2, 7, 8, 9
 \end{cases} \quad (15)$$

学科级 2 的优化模型为

$$\begin{cases}
 \min d_2 = (z_1 - x_1)^2 + (z_2 - x_2)^2 + (z_3 - x_3)^2 \\
 \text{s. t. } g_i - 1.0 \leq 0, i = 1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 11 \\
 f_2 = -C_{f5}x_1x_7^2 + C_{f6}x_7^3 + C_{f1}x_5x_7^2
 \end{cases} \quad (16)$$

学科级 3 的优化模型为

$$\begin{cases}
 \min d_3 = (z_1 - x_1)^2 + (z_2 - x_2)^2 + (z_3 - x_3)^2 \\
 \text{s. t. } g_i - 1.0 \leq 0, i = 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10 \\
 f_3 = -C_{f5}x_1x_6^2 + C_{f6}x_6^3 + C_{f1}x_4x_6^2
 \end{cases} \quad (17)$$

系统级优化模型为

$$\begin{cases}
 \min J_{\text{sys}}(\mathbf{z}) = f_1 + f_2 + f_3 \\
 \text{s. t. } d_1^* = 0, d_2^* = 0, d_3^* = 0
 \end{cases} \quad (18)$$

为了比较两种形式的一致性约束对学科级优化效率的影响,采用蒙特卡罗法随机生成 100 组系统级设计变量,3 个学科分别以两种形式的一致性约束为目标进行优化。两种形式的一致性约束对学科级优化收敛速度的影响如图 3 所示。可见,1-范数形式的学科一致性约束导致学科级优化效率低下。为了提高优化效率,ECO-PMGA 应采用 2-范数形式的学科一致性约束。

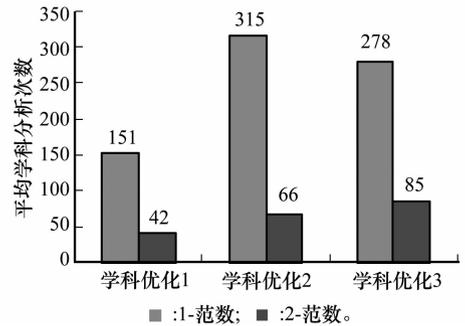


图 3 学科级优化平均所需分析次数

系统级优化中 Pareto 多目标遗传算法的控制参数为:种群数(50),最大迭代次数(800)、交叉概率(0.9)、变异概率(0.15)。各学科级优化仍采用 SQP 算法。ECO-MPGA 的初值由遗传算法随机选取。为了检验 ECO-MPGA 的稳定性,分别进行 3 次优化,优化结果如所示。表 1 中的结果表明,ECO-PMGA 对于不同初始点都能够收敛到最优解附近,优化结果与初值无关,具有较高的收敛性与数值稳定性。

表 1 齿轮减速箱 ECO-PMGA 优化结果

初始点	最优解 $\mathbf{x}^*$ / cm	$f^*$ / cm <sup>3</sup>
1	(3.50, 0.70, 17.03, 7.30, 7.72, 3.35, 5.29) <sup>T</sup>	3 002.4
2	(3.50, 0.70, 17.00, 7.30, 7.72, 3.35, 5.29) <sup>T</sup>	2 993.4
3	(3.5, 0.7, 17.03, 7.3, 7.715, 3.35, 5.286 6) <sup>T</sup>	2 999.5

### 3.2 亚音速喷气式客机总体参数多目标优化

某亚音速喷气式客机总体参数多目标优化涉及气动和重量性能两个学科。该算例源自文献[19]。通过该多目标优化问题检验 ECO-PMGA 的 Pareto 多目标优化能力。优化问题描述如下:

$$\begin{cases}
 \max \{U, L/D_C\} \\
 \text{s. t. } g_1 = C_{d0TL} - C_{d0TL}^0 \leq 0, g_2 = C_{d0C} - C_{d0C}^0 \leq 0 \\
 g_3 = R_f - R_f^0 \leq 0, g_4 = q_{T0} - q_{T0}^0 \leq 0 \\
 g_5 = q_{T0} - q_{T0}^0 \leq 0, g_6 = q_L - q_L^0 \leq 0 \\
 g_7 = D_{T0} - D_{T0}^0 \leq 0, g_8 = D_L - D_L^0 \leq 0
 \end{cases} \quad (19)$$

式中, $R_f$ 为燃油平衡系数; $C_{d0TL}$ 和  $C_{d0C}$ 分别为起飞着陆状态阻力系数和巡航阻力系数; $q_{T0}$ 与  $q_L$ 分别为起飞可用爬

升率和着陆失败可用爬升率;  $D_{To}$  和  $D_L$  分别为起飞距离和着陆距离。设计变量及其取值范围如表 2 所示。

表 2 客机多目标优化问题的设计变量列表

设计变量	符号	下界	上界
机翼面积/m <sup>2</sup>	S	114.48	232.26
展弦比	AR	9.5	10.5
起飞重量/kg	$W_{dg}$	63 504	113 400
安装推力/N	$T_i$	125 870	249 480

本优化问题是一个典型的 MDO 问题涉及两个学科,即气动学科和重量性能学科,由图 4 可知,两学科之间存在耦合关系。限于篇幅,具体的学科分析模型以及各参数的物理意义及取值见文献[18]。本文仅给出图中变量的含义。 $R_{fr}$  为需用燃油比,  $\frac{L}{D_C}$ ,  $\frac{L}{D_L}$  以及  $\frac{L}{D_{To}}$  分别为巡航、着陆以及起飞状态的升阻比,  $V_{cr}$  为巡航速度。

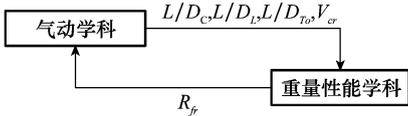


图 4 客机多目标优化问题的设计结构矩阵

ECO-MPGA 将原问题按学科分解为系统级和学科级优化问题求解。根据 CO 的思想,系统级设计变量包括全局设计变量和耦合状态变量,即  $Z_{sys} = (S^{sys}, W_{dg}^{sys}, \frac{L}{D_C^{sys}}, \frac{L}{D_{To}^{sys}}, \frac{L}{D_L^{sys}}, V_{cr}^{sys}, R_{fr}^{sys})^T$ 。增广的气动学科设计变量为  $X_{aero} = (AR^{aero}, S^{aero}, W_{dg}^{aero}, R_{fr}^{aero}, \frac{L}{D_C^{aero}}, \frac{L}{D_{To}^{aero}}, \frac{L}{D_L^{aero}}, V_{cr}^{aero})^T$ , 增广的重量性能学科设计变量为  $X_{wp} = (T_i^{wp}, S^{wp}, W_{dg}^{wp}, \frac{L}{D_C^{wp}}, \frac{L}{D_{To}^{wp}}, \frac{L}{D_L^{wp}}, V_{cr}^{wp}, R_{fr}^{wp})^T$ 。

气动学科级优化模型可描述为

$$\begin{cases} \min d_{aero} = (\|X_{aero} - Z_{sys}^{aero}\|_2)^2 = \sum_{i=1}^7 (X_{aero_i} - Z_{sys_i}^{aero})^2 \\ \text{s. t. } g_1 \leq 0, g_2 \leq 0 \end{cases} \quad (20)$$

增广的气动设计变量  $X_{aero}$  中  $AR^{aero}$  为本学科局部设计变量,系统级分配到气动学科的设计变量为  $Z_{sys}^{aero} = (S^{sys}, W_{dg}^{sys}, R_{fr}^{sys}, \frac{L}{D_C^{sys}}, \frac{L}{D_{To}^{sys}}, \frac{L}{D_L^{sys}}, V_{cr}^{sys})^T$ , 学科内的约束条件包括式中的  $g_1, g_2$ 。

重量性能学科级优化模型可描述为

$$\begin{cases} \min d_{aero} = (\|X_{wp} - Z_{sys}^{wp}\|_2)^2 = \sum_{i=1}^6 (X_{wp_i} - Z_{sys_i}^{wp})^2 \\ \text{s. t. } g_3 \leq 0, g_4 \leq 0, g_5 \leq 0, g_6 \leq 0, g_7 \leq 0, g_8 \leq 0 \end{cases} \quad (21)$$

增广的气动设计变量向量  $X_{wp}$  中  $T_i^{wp}$  为本学科局部设计变量,系统级分配到重量性能学科的设计变量为  $Z_{sys}^{wp} = (S^{sys}, W_{dg}^{sys}, \frac{L}{D_C^{sys}}, \frac{L}{D_{To}^{sys}}, \frac{L}{D_L^{sys}}, V_{cr}^{sys})^T$ , 学科内的约束条件包括式中的  $g_3 \sim g_8$ 。

系统级优化模型可描述为

$$\begin{cases} \max \{U, L/D_C\} \\ \text{s. t. } d_{aero}^* = 0, d_{wp}^* = 0 \end{cases} \quad (22)$$

在 MDO 策略研究中, MDF 策略通常作为标准检验其他 MDO 策略优化结果的有效性。采用 MDF-PMGA 直接对原 MDO 问题求解,将其优化结果与 ECO-PMGA 的结果进行比较,以检验 ECO-PMGA 所得 Pareto 非劣解集的最优性,如图 5 所示。

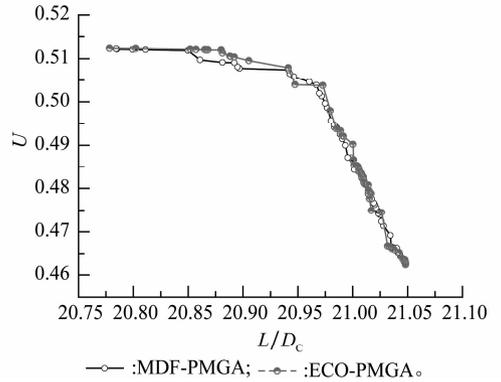


图 5 客机多目标优化问题的 Pareto 前沿分布对比

由图 5 可知, ECO-PMGA 所得的 Pareto 前沿与 MDF-PMGA 的结果基本吻合,相应 Pareto 前沿分布(非劣解集)的最大相对误差不足 1%。两种方法所得 Pareto 前沿存在细微差别是由遗传算法基于概率搜索的不确定性所造成的。因此, ECO-PMGA 所得优化结果具有较强的 Pareto 最优性。该多目标 MDO 问题的研究结果表明, 本文所提出的 ECO-PMGA 具有良好的 Pareto 多目标优化能力。

### 4 结 论

本文针对标准 CO 策略系统级优化收敛困难以及 Pareto 多目标寻优能力不足的缺点开展研究,提出了一种考虑拥挤度的非劣解逐级排序方法,并引入了基于拉丁超方法计算实验设计的目标函数与约束条件归一化方法。在此基础上,提出了一种改进的 Pareto 多目标 CO,即 ECO-PMGA。考虑到学科级优化的效率问题, ECO-PMGA 仍采用 2-范数形式的学科间一致性约束。两个典型优化算例研究表明 ECO-PMGA 较高的数值稳定性并能够较准确的获得多目标 MDO 问题的 Pareto 非劣解集。

ECO-PMGA 在保留标准 CO 优点的前提下,一方面提高了 CO 策略数值稳定性,保证系统级优化的收敛性;另一方面拓展了 CO 的 Pareto 多目标优化能力,处理多目标

MDO 问题时可以搜索客观的 Pareto 非劣解集以供设计者选择。因此,ECO-PMGA 在复杂耦合系统的多学科设计优化领域具有一定的实用性。

### 参考文献:

- [1] Sobieszcanski-Sobieski J, Haftka R T. Multidisciplinary aerospace design optimization; survey of recent development[C]// *Proc. of the AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1996.
- [2] Giesing J P, Bathelemy J M. A summary of industry MDO applications and needs[C]// *Proc. of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 1998.
- [3] 龙腾. 飞行器多学科设计优化方法与集成设计平台研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2009. (Long T. Research on methods of multidisciplinary design optimization and integrated design environment for aircrafts[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2009.)
- [4] Braun R D. Collaborative optimization: an architecture for large scale distributed design[D]. Stanford, CA: Stanford University, 1996.
- [5] Sobieski I P, Kroo I M. Collaborative optimization using response surface estimation[J]. *AIAA Journal*, 2000, 38(10): 1931 - 1938.
- [6] Alexandrov N M, Lewis R M. Analytical and computational aspects of collaborative optimization for multidisciplinary design[J]. *AIAA Journal*, 2002, 40(2): 301 - 309.
- [7] Lin J G. Analysis and enhancement of collaborative optimization for multidisciplinary design[J]. *AIAA Journal*, 2004, 42(2): 348 - 360.
- [8] Li X, Li W, Liu C. Geometric analysis of collaborative optimization[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2009, 35(2): 301 - 313.
- [9] 李响, 李为吉, 柳长安. 一种基于几何分析的协同优化方法[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(7): 142 - 147. (Li X, Li W J, Liu C A. Novel collaborative optimization method based on geometric analysis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(7): 142 - 147.)
- [10] Tappeta R V, Renaud J E. Multiobjective collaborative optimization[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1997, 119(9): 403 - 411.
- [11] Long T, Liu L, Wang J B, et al. Multi-objective multidisciplinary optimization of long-endurance UAV wing using surrogate models in ModelCenter[C]// *Proc. of the 12nd AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 2008: 1 - 8.
- [12] McAllister C D, Simpson T W, Hacker K, et al. Integrating linear physical programming within collaborative optimization formultiobjective multidisciplinary design optimization[J]. *Structural Multidisciplinary Optimization*, 2005, 29(3): 178 - 189.
- [13] Aute V, Azarm S. A genetic algorithms based approach for multidisciplinary multiobjective collaborative optimization[C]// *Proc. of the 11st AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 2006: 1 - 17.
- [14] 周盛强, 向锦武. 基于 BP 网络和 Pareto 遗传算法的多目标协同优化[J]. *机械设计与研究*, 2006, 22(5): 10 - 13. (Zhou S Q, Xiang J W. Multiobjective collaborative optimization based on BP neural network & pareto genetic algorithm[J]. *Machine Design and Research*, 2006, 22(5): 10 - 13.)
- [15] 王小平, 曹立明. 遗传算法—理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002. (Wang X P, Cao L M. *Genetic algorithm—theories, applications and software implementation*[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2002.)
- [16] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach[J]. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4): 257 - 271.
- [17] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182 - 197.
- [18] Padula S L, Alexandrov N M, Green L L. MDO test suite at NASA Langley research center[C]// *Proc. of the 6th AIAA/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 1996.
- [19] Lewis K. An algorithm for integrated subsystem embodiment and system synthesis[D]. Atlanta, Georgia: Georgia Institute of Technology, 1997.