

用一次快拍数据实现二维完全解相干和解互耦

王 凌¹, 李国林², 孟 晶³, 廖辉荣⁴

(1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东 烟台 264001;

2. 海军航空工程学院七系, 山东 烟台 264001;

3. 中国人民解放军 91388 部队水声对抗国防科技重点实验室, 广东 湛江 524022;

4. 中国人民解放军 61255 部队, 山西 侯马 043000)

摘要: 针对相干信源背景和考虑二维阵列互耦效应时的二维波达方向(direction of arrival, DOA)快速估计问题,提出了一种只利用一次快拍数据即可实现二维完全解相干和解互耦的快速算法——互耦效应下的单次快拍波达方向矩阵(single snapshot DOA matrix method in the presence of mutual coupling, MC-SS-DOAM)法。该算法仅利用特殊阵列的单次快拍数据构造等效的接收数据协方差矩阵,避免了传统算法需要多次快拍累积的弊端,将其分解后得到了具有对角阵形式的等效信号协方差矩阵,因此实现了完全解相干,此时互耦系数已经从阵列流型矩阵中剥离,归入至对角元素中,即实现了完全解互耦。文中进一步对互耦系数可能导致的二维盲角进行了分析。仿真结果表明,该算法能够完全实现解互耦和解相干,且仅利用一次快拍的本文算法二维估计性能接近 50 次快拍的 DOAM 算法,明显优于 40 次快拍的 DOAM 算法。

关键词: 阵列信号处理; 波达方向; 相干信源; 参数估计; 解相干; 解互耦

中图分类号: TN 911.23

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2012.11.04

Two-dimensional decorrelation and decoupling using single snapshot

WANG Ling¹, LI Guo-lin², MENG Jing³, LIAO Hui-rong⁴

(1. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

2. No. 7 Department, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;

3. Hydroacoustic Counter Key Laboratory, Unit 91388 of PLA, Zhanjiang 524022, China;

4. Unit 61255 of PLA, Houma 043000, China)

Abstract: In order to estimate two-dimensional DOA (2-D DOA) fast in the presence of mutual coupling and coherent environments, a novel fast single snapshot DOA matrix method in the presence of mutual coupling (MC-SS-DOAM) is proposed for two-dimensional decorrelation and decoupling. The algorithm makes use of single snapshot from an especial array to constitute an equivalent receiving data covariance matrix, which can avoid the cumulation of snapshots. The diagonal form equivalent signal covariance matrix is acquired by decomposing the equivalent receiving data covariance matrix. Therefore, decorrelation can be accomplished. The mutual coupling coefficients can be isolated from a steering matrix and be absorbed into the diagonal elements of the equivalent signal covariance matrix. Therefore, decoupling can be accomplished. Moreover, the 2-D blind angle caused by mutual coupling coefficients is analyzed. The simulation results validate the feasibility of decorrelation and decoupling, the estimation performance of the algorithm using single snapshot is close to the performance of the direction-of-arrival matrix(DOAM) algorithm using 50 snapshots and is better than the performance of the DOAM algorithm using 40 snapshots.

Keywords: array signal processing; direction of arrival; coherent signal source; parameter estimation; decorrelation; decoupling

收稿日期:2012-04-16; 修回日期:2012-07-25。

基金项目:国家自然科学基金(60902054);中国博士后科学基金(201003758,20090460114);“泰山学者”建设工程专项经费资助课题

作者简介:王凌(1985-),男,博士研究生,主要研究方向为无线电引信探测、阵列信号处理。E-mail:wang_ling1@yeah.net

0 引言

近年来,空间谱估计理论得到了极大的丰富与发展^[1-3],子空间类算法理论体系逐渐完善。但子空间类算法的实时性问题和对阵列误差(通道幅相误差、阵列位置误差和阵元间互耦)的抑制能力一直是算法从理论走向工程实践的一个瓶颈。阵列误差的存在会改变阵列流型,对利用信号和噪声子空间正交性的子空间类算法产生严重影响,在机载、弹载和地基雷达系统中,可以在安装阵列天线后,通过后测与校正来降低阵列位置误差对算法性能的影响,但阵元间的互耦问题只能通过算法的内部机制进行抑制,或是通过相关手段测得实际的互耦系数矩阵 \mathbf{C} 。虽然,已有文献[4]证明在已知互耦系数时,将 $\mathbf{C}\mathbf{a}(\alpha, \beta)$ 作为等效的阵列流型,然后利用二维 MUSIC 思想,进行谱峰搜索,此时不会降低估计精度,但实际环境中互耦系数一般无法预估或测得。针对消除或降低互耦效应导致的估计误差,文献[5-6]提出了一种通过利用附加阵元来降低互耦影响的方法,但该方法需要通过二维谱峰搜索来实现到达角估计,因此算法的计算量大,该方法在相干源入射背景下也会失效。文献[7]提出了一种能够针对各类误差进行补偿的最大似然校准算法,但该算法计算复杂,需要额外的校准源。文献[8]利用圆阵的性质,提出了一种互耦自校正算法,同样也没解决相干源问题。文献[9]提出了一种通过迭代来消除互耦影响的算法,但该算法存在收敛速度慢、需多维搜索和只能针对一维波达方向(direction of arrival, DOA)估计的缺点。

目前,针对快速实时算法,大部分文献都是从降低特征值分解所需运算量的角度来实现^[10-12]。笔者在文献[13]中提出了一种只需利用一次快拍数据构造波达方向矩阵实现二维 DOA 估计和二维解相干的算法——单次快拍波达方向矩阵(signal snapshot DOA matrix, SS-DOAM)法,该方法继承了殷勤业^[14]提出的 DOAM 法无需谱峰搜索和参数配对的优点。区别于传统快速算法,该算法从降低估计协方差矩阵所需运算量角度,利用一次快拍数据即可构造等效的协方差矩阵,避免了传统算法需要累积大量快拍,然后通过相关运算估计协方差矩阵的弊端,实时性高,且构造的等效信号协方差矩阵为对角阵,可以实现二维完全解相干。但该算法在互耦影响下估计性能将严重下降甚至失效。

针对相干源和考虑二维阵列互耦效应影响下的二维 DOA 的快速估计问题,本文提出了互耦效应下的单次快拍波达方向矩阵(SS-DOAM method in the presence of mutual coupling, MC-SS-DOAM)法。该算法通过利用特殊阵列的单次快拍数据,构造等效的自协方差矩阵和互协方差矩阵。通过对其分解后发现,此时互耦系数已经从阵列流型矩阵中隔离,归入至等效的信号协方差矩阵中,避免了互耦对阵

列流型的扰动,因此实现了解互耦,由于等效信号协方差矩阵仍保持对角阵形式,因此能实现完全解相干。文中进一步对互耦系数可能造成的二维盲角进行了分析。仿真结果验证了本文算法能够在阵列互耦情形下实现二维 DOA 估计和解相干,并且估计性能接近不考虑互耦时的 SS-DOAM 算法,且明显优于受互耦影响的 SS-DOAM 算法。为了评估本文算法的估计性能,将其与不同快拍数的不考虑阵列互耦的 DOAM 算法进行对比,结果显示本文算法在互耦影响下仅利用一次快拍实现二维 DOA 的估计能力接近于快拍数为 50 次的 DOAM 算法,优于 40 次快拍数的 DOAM 算法。

1 问题提出

1.1 二维阵列和互耦模型

考虑构建的传感器阵列系统模型如图 1 所示,阵列由 4 排阵元数为 $2N+1$ 的子阵构成,分别记为子阵 z 、子阵 x 、子阵 y 和子阵 l 。子阵之间的间距为 d_y ,阵元之间间距为 d_x 。空域存在 P 个相关性未知的窄带信源 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)$, 分别从方向矢量 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_P)$ 入射至阵列,其中 $\theta_k = (\alpha_k, \beta_k, \gamma_k)$, $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ 分别为第 k 个信源入射方向与 X 轴, Y 轴和 Z 轴的夹角,入射信源拥有相同的中心波长 λ 。由于第 k 个信源矢量角满足 $\cos^2 \alpha_k + \cos^2 \beta_k + \cos^2 \gamma_k = 1$, 因此, α_k, β_k 和 γ_k 中只有两个角度独立,故第 k 个信源入射矢量可表示为 $\theta_k = (\alpha_k, \beta_k)$ 。

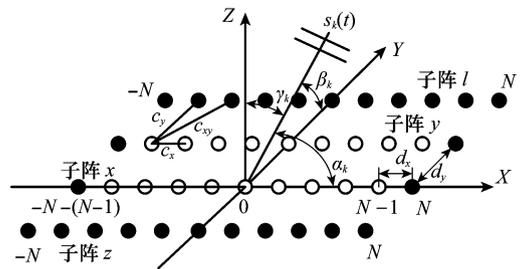


图 1 二维阵列模型

相较于一维阵列的互耦模型,二维阵列的互耦模型更加复杂,为简化分析,只考虑阵元周围的 8 个阵元对其产生的互耦影响^[6]。由于间距相等的阵元之间互耦系数相同,互耦系数大小随着阵元之间距离增大而迅速减小,故二维阵列的互耦系数矩阵 \mathbf{C} 可以表示如下:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 & \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, \mathbf{C}_1 和 \mathbf{C}_2 为 $(2N+1) \times (2N+1)$ 维的子互耦系数矩阵,且满足 Toeplitz 矩阵形式, $\mathbf{C}_1 = \text{toeplitz}\{[1, c_x, 0, \dots, 0]\}$, $\mathbf{C}_2 = \text{toeplitz}\{[c_y, c_{xy}, 0, \dots, 0]\}$, 由于互耦系数大小随

阵元间距的增加而减小,故 $|c_{xy}| > |c_x|, |c_{xy}| > |c_y|$ 。则此时阵列系统的输出可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = [\mathbf{z}_{-N}(t), \dots, \mathbf{z}_N(t), \mathbf{x}_{-N}(t), \dots, \mathbf{x}_N(t), \mathbf{y}_{-N}(t), \dots, \mathbf{y}_N(t), \mathbf{l}_{-N}(t), \dots, \mathbf{l}_N(t)]^T = \mathbf{CAS}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\alpha_1, \beta_1), \mathbf{a}(\alpha_2, \beta_2), \dots, \mathbf{a}(\alpha_P, \beta_P)] \quad (3)$$

为阵列流型矩阵, $\mathbf{a}(\alpha_k, \beta_k)$ 为对应的方向向量, 且有 $\mathbf{a}(\alpha_k, \beta_k) = \mathbf{a}_y(\beta_k) \otimes \mathbf{a}_x(\alpha_k)$, \otimes 表示 Kronecker 积。

$$\mathbf{a}_x(\alpha_k) = [u^{-N}(\alpha_k), \dots, 1, \dots, u^N(\alpha_k)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{a}_y(\beta_k) = [v^{-1}(\beta_k), 1, v(\beta_k), v^2(\beta_k)]^T \quad (5)$$

$$u(\alpha_k) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_x \cos \alpha_k} \quad (6)$$

$$v(\beta_k) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d_y \cos \beta_k} \quad (7)$$

$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T$ 为 P 个人射信源; $\mathbf{N}(t)$ 为每个阵元接收到的独立同分布加性噪声构成的噪声矢量, 它们具有相同的方差 σ^2 。

1.2 互耦效应对 SS-DOAM 算法的影响

笔者在文献[13]中提出了只需利用一次快拍数据即可实现二维 DOA 估计和解相干方法 SS-DOAM 算法, 此方法是 DOA 类算法的推广, 只需一次阵列接收数据即可构造等效协方差矩阵, 避免传统子空间类算法需要大量快拍累积和通过相关运算构造协方差矩阵的弊端, 算法的实时性高。现将 SS-DOAM 算法简述如下。

SS-DOAM 算法利用图 1 中空心圆表示的双平行线阵的一次快拍数据, 此时阵列的输出信号矢量为

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = [\mathbf{x}_{-(N-1)}, \dots, \mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{N-1}, \mathbf{y}_{-(N-1)}, \dots, \mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_{N-1}]^T = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\tilde{\mathbf{a}}(\alpha_1, \beta_1), \tilde{\mathbf{a}}(\alpha_2, \beta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}(\alpha_P, \beta_P)] \quad (9)$$

式中, $\tilde{\mathbf{a}}(\alpha_k, \beta_k) = \tilde{\mathbf{a}}_y(\beta_k) \otimes \tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_k)$, $\tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_k) = [u^{-(N-1)}(\alpha_k), \dots, 1, \dots, u^{N-1}(\alpha_k)]^T$, $\tilde{\mathbf{a}}_y(\beta_k) = [1, v(\beta_k)]^T$ 。

利用式(8)得到的一次快拍分别构造等效自协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 和等效互协方差矩阵 \mathbf{R}_{yy} , 即

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} x_0(t) & x_{-1}(t) & \dots & x_{-(N-1)}(t) \\ x_1(t) & x_0(t) & \dots & x_{-(N-2)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1}(t) & x_{N-2}(t) & \dots & x_0(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \mathbf{D} \mathbf{A}^H + \mathbf{N}_x(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{R}_{yy} = \begin{bmatrix} y_0(t) & y_{-1}(t) & \dots & y_{-(N-1)}(t) \\ y_1(t) & y_0(t) & \dots & y_{-(N-2)}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N-1}(t) & y_{N-2}(t) & \dots & y_0(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_1 \Phi \mathbf{D} \mathbf{A}^H + \mathbf{N}_y(t) \quad (11)$$

式中, $\mathbf{A}_1 = [\tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_1), \tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_P)]$, $\tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_k)$ 为 $\tilde{\mathbf{a}}_x(\alpha_k)$ 的第 $N \sim 2N-1$ 行, $\Phi = \text{diag}[v(\beta_1), v(\beta_2), \dots, v(\beta_P)]$, $\mathbf{D} = \text{diag}[s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]$ 。

然后, 利用式(10)和式(11)构造单快拍波达方向矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{yy} \mathbf{R}_{xx}^\#$, 其中, $\mathbf{R}_{xx}^\#$ 是 \mathbf{R}_{xx} 的一种伪逆, 其定义式如式(12)所示。

$$\mathbf{R}_{xx}^\# = \sum_{i=1}^P \lambda_i^{-1} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \quad (12)$$

式中, λ_i 和 \mathbf{V}_i 分别为特征分解 \mathbf{R}_{xx} 后的特征值和对应的特征矢量。

最后, 只需对单快拍波达方向矩阵 \mathbf{R} 进行特征分解即可实现二维 DOA 估计, 并能够实现解相干。但上述模型推导都没有考虑到双平行线阵互耦效应的影响。当考虑互耦时, 此时阵列的输出信号矢量形式将变为

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}_1(t) \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \tilde{\mathbf{C}}_2 \\ \tilde{\mathbf{C}}_2 & \tilde{\mathbf{C}}_1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中, $\tilde{\mathbf{C}}_1$ 和 $\tilde{\mathbf{C}}_2$ 为 $(2N-1) \times (2N-1)$ 维的子互耦系数矩阵, 且满足 Toeplitz 矩阵形式, $\tilde{\mathbf{C}}_1 = \text{toeplitz}\{[1, c_x, 0, \dots, 0]\}$, $\tilde{\mathbf{C}}_2 = \text{toeplitz}\{[c_y, c_{xy}, 0, \dots, 0]\}$ 。

比较式(8)和式(13)形式可知, 在考虑互耦效应时, 用单快拍数据构建等效自协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 和等效互协方差矩阵 \mathbf{R}_{yy} 将不会得到式(10)和式(11)的结果, 此时算法二维估计性能将严重下降甚至失效, 后续的数值仿真将对互耦影响下的 SS-DOAM 算法估计精度进行分析。

2 单次快拍实现二维解相干与解互耦

2.1 算法实现

如图 1 所示, 在 SS-DOAM 算法采用的双平行线阵基础上, 添加实心圆所示的阵元构成新的阵列系统。此时, 在新阵列系统中原双平行线阵的输出可表示为

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{X}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \tilde{\mathbf{N}}(t) \quad (15)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{J} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{0}$ 和 \mathbf{J} 为 $(2N-1) \times (2N+1)$ 维矩阵; 定义 $\tilde{\mathbf{N}}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{N}(t)$, 选择矩阵 \mathbf{J} 为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

将式(15)中 $\mathbf{Q}\mathbf{C}$ 和阵列流型矩阵 \mathbf{A} 中第 k 个方向向量 $\mathbf{a}(\alpha_k, \beta_k)$ 相乘, 式中用 \mathbf{a} 代替 $\mathbf{a}(\alpha_k, \beta_k)$, \mathbf{a}_x 代替 $\mathbf{a}_x(\alpha_k)$, v 代替 $v(\beta_k)$, 可得

$$\mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{C}_2 & \mathbf{J}\mathbf{C}_1 & \mathbf{J}\mathbf{C}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}\mathbf{C}_2 & \mathbf{J}\mathbf{C}_1 & \mathbf{J}\mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x v^{-1} \\ \mathbf{a}_x \\ \mathbf{a}_x v \\ \mathbf{a}_x v^2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x\mathbf{v}^{-1} + \mathbf{J}\mathbf{C}_1\mathbf{a}_x + \mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x\mathbf{v} \\ \mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x + \mathbf{J}\mathbf{C}_1\mathbf{a}_x\mathbf{v} + \mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x\mathbf{v}^2 \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{a}}_y(\beta_k) \otimes (\mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x\mathbf{v}^{-1} + \mathbf{J}\mathbf{C}_1\mathbf{a}_x + \mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x\mathbf{v}) \quad (18)$$

式中

$$\mathbf{J}\mathbf{C}_1\mathbf{a}_x = \bar{\mathbf{a}}_x(\alpha_k) \otimes (c_x u^{-1} + 1 + c_x u)$$

$$\mathbf{J}\mathbf{C}_2\mathbf{a}_x = \bar{\mathbf{a}}_x(\alpha_k) \otimes (c_{xy} u^{-1} + c_y + c_{xy} u)$$

用 u 代替 $u(\alpha_k)$, 将上两式结果代入式(18)中, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{a} &= ((u^{-1}v^{-1} + uv^{-1} + u^{-1}v + uv)c_{xy} + (u^{-1} + u)c_x + \\ &\quad (v^{-1} + v)c_y + 1)\bar{\mathbf{a}}_y(\beta_k) \otimes \bar{\mathbf{a}}_x(\alpha_k) = \\ &\quad ((u^{-1} + u)(v^{-1} + v)c_{xy} + (u^{-1} + u)c_x + \\ &\quad (v^{-1} + v)c_y + 1)\bar{\mathbf{a}}_y(\beta_k) \otimes \bar{\mathbf{a}}_x(\alpha_k) = c(\alpha_k, \beta_k)\bar{\mathbf{a}}(\alpha_k, \beta_k) \end{aligned} \quad (19)$$

注意到当互耦系数确定后, $c(\alpha_k, \beta_k)$ 为与第 k 个信源入射矢量 θ_k 有关的常量。此时式(15)可写为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}(t) &= [x_{-(N-1)}, \dots, x_0, \dots, x_{N-1}, y_{-(N-1)}, \dots, y_0, \dots, y_{N-1}]^T = \\ \mathbf{Q}\mathbf{C}[\mathbf{a}(\alpha_1, \beta_1), \mathbf{a}(\alpha_2, \beta_2), \dots, \mathbf{a}(\alpha_P, \beta_P)]\mathbf{S}(t) + \tilde{\mathbf{N}}(t) &= \\ [c(\alpha_1, \beta_1)\bar{\mathbf{a}}(\alpha_1, \beta_1), c(\alpha_2, \beta_2)\bar{\mathbf{a}}(\alpha_2, \beta_2), \dots, \\ c(\alpha_P, \beta_P)\bar{\mathbf{a}}(\alpha_P, \beta_P)]\mathbf{S}(t) + \tilde{\mathbf{N}}(t) &= \tilde{\mathbf{A}}\boldsymbol{\Psi}\mathbf{S}(t) + \tilde{\mathbf{N}}(t) \end{aligned} \quad (20)$$

式中

$$\boldsymbol{\Psi} = \text{diag}[c(\alpha_1, \beta_1), c(\alpha_2, \beta_2), \dots, c(\alpha_P, \beta_P)]$$

从式(20)可得

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \sum_{k=1}^P s_k(t)c(\alpha_k, \beta_k)u^i(\alpha_k) + n_{x_i}(t) = \\ &\quad \sum_{k=1}^P s_k(t)c(\alpha_k, \beta_k)u^{i+p}(\alpha_k) \cdot u^{-p}(\alpha_k) + n_{x_i}(t), \\ i &= -(N-1), \dots, 0, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \sum_{k=1}^P s_k(t)c(\alpha_k, \beta_k)u^i(\alpha_k)v(\beta_k) + n_{y_i}(t) = \\ &\quad \sum_{k=1}^P s_k(t)c(\alpha_k, \beta_k)u^{i+p}(\alpha_k) \cdot u^{-p}(\alpha_k)v(\beta_k) + n_{y_i}(t), \\ i &= -(N-1), \dots, 0, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (22)$$

式中, $p=0, 1, \dots, N-1$, 此时按照式(10)和式(11)构造等效自协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$ 和等效互协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_{yx}$, 可得到如下关系:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{xx} = \mathbf{A}_1 \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{A}_1^H + \mathbf{N}_x(t) \quad (23)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{yx} = \mathbf{A}_1 \boldsymbol{\Phi} \tilde{\mathbf{D}} \mathbf{A}_1^H + \mathbf{N}_y(t) \quad (24)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \text{diag}[c(\alpha_1, \beta_1)s_1(t), c(\alpha_2, \beta_2)s_2(t), \dots, c(\alpha_P, \beta_P)s_P(t)] \quad (25)$$

从式(23)和式(24)可知, 此时等效信号协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{D}}$ 为对角阵, 对角元素取值大小与信号的相关性无关, 即只要有信号存在 ($c(\alpha_k, \beta_k)$ 非零时), $\tilde{\mathbf{D}}$ 就不会亏秩, 因此实现了二维解相干, 从 $\tilde{\mathbf{D}}$ 的对角形式可知, 此时构造的等效协方差矩阵, 可等效为 P 个完全独立的信源入射至阵列, 且满足关系式 $E[\tilde{s}_k \cdot \tilde{s}_k^H] = c(\alpha_k, \beta_k)s_k \cdot \tilde{s}_k$ 为入射到阵列系统的第 k 个等效独立信号。从 $\tilde{\mathbf{D}}$ 的对角元素形式可知, 此时互耦系数的影响已经从阵列流型矩阵中隔离, 归入至等效信号协

方差矩阵中, 因此不会对阵列流型产生扰动, 也就不会对基于信号和噪声子空间正交的子空间类算法产生影响, 即实现了完全解互耦。

由于信号协方差矩阵的对角元素取值还与 $c(\alpha_k, \beta_k)$ 有关, 当 $c(\alpha_k, \beta_k)$ 取值为零时, 即某一信源的二维 DOA 恰好使得 $c(\alpha_k, \beta_k)$ 为零时, $\tilde{\mathbf{D}}$ 将出现亏秩, 此时将导致估计结果中丢失该信号, 即出现二维盲角。由式(26)可知, 只需通过合理设计阵列, 改变互耦系数大小即可完全避免盲角。

$$\begin{aligned} c(\alpha_k, \beta_k) &= (u^{-1} + u)(v^{-1} + v)c_{xy} + (u^{-1} + u)c_x + \\ &\quad (v^{-1} + v)c_y + 1 = 4\cos(2\pi d_x \cos \alpha_k / \lambda) \cdot \\ &\quad \cos(2\pi d_y \cos \beta_k / \lambda)c_{xy} + 2\cos(2\pi d_x \cos \alpha_k / \lambda)c_x + \\ &\quad 2\cos(2\pi d_y \cos \beta_k / \lambda)c_y + 1 \end{aligned} \quad (26)$$

在得到等效自协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$ 和等效互协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_{yx}$ 后, 按照 SS-DOAM 算法思想, 构造单次快拍波达方向矩阵 $\tilde{\mathbf{R}} = [\tilde{\mathbf{R}}_{yx} \tilde{\mathbf{R}}_{xx}^H]^H$, 通过对 $\tilde{\mathbf{R}}$ 一次特征分解即可实现二维完全解相干和解互耦, 该方法还继承了波达方向矩阵类算法无需谱峰搜索和参数配对的优点。

2.2 MC-SS-DOAM 算法步骤

提出了互耦效应下利用一次快拍即可实现二维波达方向估计的算法——MC-SS-DOAM 算法, 现将该方法步骤总结如下:

步骤 1 获取一次快拍数据 $\tilde{\mathbf{X}}(t)$;

步骤 2 按照式(10)和式(11)构造 $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}_{yx}$;

步骤 3 通过得到的 $\tilde{\mathbf{R}}_{xx}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}_{yx}$ 构造单次快拍波达方向矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$;

步骤 4 将 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解, 通过得到的特征值和特征向量按照式(6)和式(7)关系求得 α_k 和 β_k , 并按照特征值和特征向量的对应关系实现配对。

3 算法性能评估与数值仿真

为了验证互耦效应下本文提出的 MC-SS-DOAM 算法的有效性, 并对算法的实际估计性能进行评估, 将从 3 方面来进行数值仿真验证。考虑到本文算法解决了 SS-DOAM 算法在互耦效应下的估计性能严重下降问题, 仿真中将本文提出的 MC-SS-DOAM 算法和采用双平行线阵受互耦影响的 SS-DOAM 算法以及不考虑互耦时的 SS-DOAM 算法进行比较。为了进一步衡量本文算法的估计性能, 将本文算法和殷勤业提出的无互耦影响的 DOAM 算法^[14]进行了比较。首先验证本文算法对不相关信源的二维 DOA 估计能力和解互耦能力, 其次验证该算法的二维解相干能力, 最后将本文算法和无互耦影响的 SS-DOAM 算法与不同次快拍数的无互耦影响的 DOAM 算法进行了对比。

仿真 1 设定阵列参数 $N=8$, $d_x=d_y=\lambda/2$, 第 k 个信号的信噪比定义为 $10\lg(\sigma_k^2/\sigma^2)$, 其中 σ_k^2 表示第 k 个信号的功率。3 个不相关的信源分别从二维波达方向 ($30^\circ, 90^\circ$, ($60^\circ, 60^\circ$) 和 ($85^\circ, 75^\circ$)) 入射至阵列天线。设定互耦系数 $c_x=c_y=0.4331+0.2512i$, $c_{xy}=0.1412+0.1412i$, 此时按式(26)计算得到的 $c(\alpha_k, \beta_k)$ 均不为零, 即不存在盲角。改变

信噪比从 15~30 dB,在每一信噪比点处进行 100 次 Monte Carlo 仿真统计实验,得到估计均方根误差随信噪比变化的情况如图 2 所示,均方根误差 (root mean square error, RMSE)定义为

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^L \sum_{k=1}^P \|\hat{\theta}_{ik} - \theta_i\|^2}{(PL)}} \quad (27)$$

从仿真结果可以看出,文献[13]提出的 SS-DOAM 算法在互耦的影响下估计结果出现了大的偏差,即互耦存在时式(10)和式(11)均不成立,当信噪比增大时,估计误差逐渐趋于收敛,但仍大于 12°,因此在互耦效应影响下原 SS-DOAM 二维 DOA 估计性能严重下降。而本文提出的 MC-SS-DOAM 算法在互耦效应的影响下,能够通过内部机制抑制互耦系数对阵列流型的扰动,估计性能接近没有互耦时的 SS-DOAM 算法。

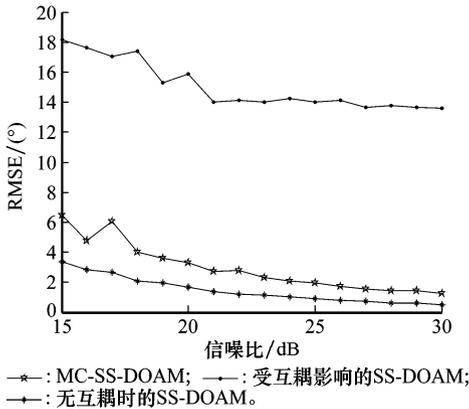


图 2 不相关信源估计误差随信噪比变化曲线

仿真 2 阵列模型和仿真 1 相同,为了验证本文算法的二维解相干能力,改变 3 个人射信源的相关性,使得 3 个人射信源完全相干。此时同样改变信噪比从 15~30 dB,在每一信噪比点处进行 100 次 Monte Carlo 仿真统计实验,得到估计均方根误差随信噪比变化的情况如图 3 所示。从仿真结果可以看出,本文算法能实现对相干信源的二维 DOA 估计,且性能显著优于受互耦影响的 SS-DOAM 算法,接近于无互耦时的 SS-DOAM 算法。

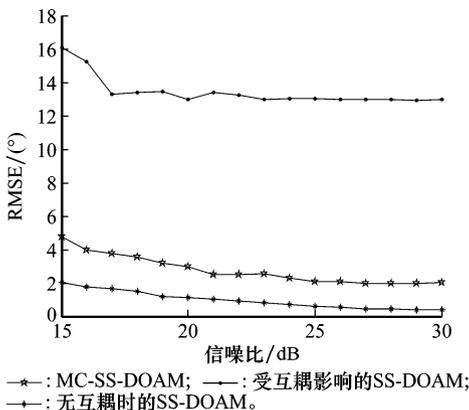


图 3 相干信源估计误差随信噪比变化曲线

仿真 3 阵列和信号模型和仿真 1 相同。由于 SS-DOAM 算法是殷勤业提出的 DOAM 算法的推广,而本文提出的 MC-SS-DOAM 算法是 SS-DOAM 算法在互耦效应影响下的推广。因此,在仿真 3 中将两种单快拍算法均与不同快拍数的不考虑互耦效应的 DOAM 算法进行比较,来评估其性能。仿真中改变信噪比从 15~30 dB,在每一信噪比点处进行 100 次 Monte Carlo 仿真统计实验,得到估计 RMSE 随信噪比变化的情况如图 4 所示。从仿真结果对比可知,文献[13]中提出的只利用了一次快拍数据的 SS-DOAM 算法估计性能和快拍数为 100 次的 DOAM 算法几乎一致,而当考虑互耦时,本文提出的只利用一次快拍实现二维解相干和解互耦的 MC-SS-DOAM 算法估计性能接近快拍数为 50 次的 DOAM 算法,且明显优于快拍数为 40 次的 DOAM 算法(快拍数为 40 次的 DOAM 算法在估计协方差矩阵时因样本数少导致协方差矩阵估计误差增大,二维 DOA 估计性能严重恶化,因此在图 4 中未标出)。从图 4 中定量关系对比可知,本文算法只用一次快拍即可达到多次快拍累积的 DOAM 算法估计性能,因此能保证在不损失估计性能的前提下,实现快速实时的二维 DOA 估计。

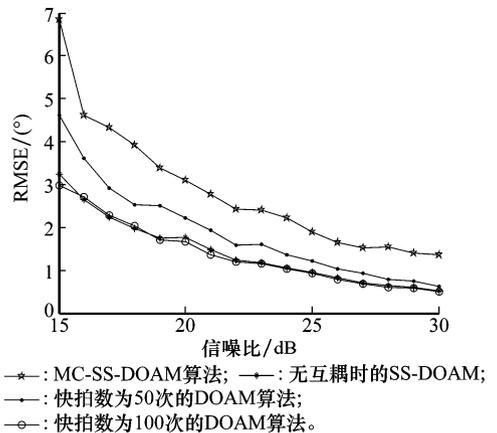


图 4 估计误差随信噪比变化曲线

4 结论

阵列互耦效应的抑制以及快速实时算法的实现是高分辨率子空间类算法实现工程化的前提,也是现在阵列信号处理领域的热点问题。为了使算法能够“对抗”现代电子战中的复杂电磁干扰环境,要求算法同时具备解相干能力。针对上述问题,本文仅利用阵列系统的一次快拍数据提出了 MC-SS-DOAM 算法,该算法无需多次快拍累积,从降低估计协方差矩阵所需计算量角度,解决了二维 DOA 的快速估计问题,并通过构造的等效信号协方差矩阵的对角阵形式,实现了二维完全解相干和解互耦。数值仿真验证了算法的上述优点,并通过与殷勤业提出的 DOAM 算法进行对

比,验证了本文算法只利用 1 次快拍达到的二维估计性能接近 50 次快拍的 DOAM 算法,因此本文算法在保持二维解相干和解互耦能力和估计实时性的同时,不会降低算法的估计性能。本文提出的 MC-SS-DOAM 算法能够适用于短数据样本估计和对实时性要求高的应用背景。

参考文献:

- [1] 胡增辉,朱炬波,何峰,等. 互耦条件下均匀线阵 DOA 盲估计[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2):382-387. (Hu Z H, Zhu J B, He F, et al. Blind DOA estimation in the presence of mutual coupling using uniform linear array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(2): 382-387.)
- [2] 王鼎,吴琰. 多子阵互耦影响下的鲁棒自校正算法[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(6):1204-1211. (Wang D, Wu Y. Robust self-calibration algorithm for multiple subarrays in presence of mutual coupling[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(6):1204-1211.)
- [3] 郭艺奇,张永顺,张林让,等. 双基地 MIMO 雷达收发阵列互耦条件下目标定位方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(6): 94-101. (Guo Y D, Zhang Y S, Zhang L R, et al. Target localization method for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling of receiver and transmitter arrays[J]. *Journal of Xidian University*, 2011, 38(6):94-101.)
- [4] Yeh C C, Leou M L, Ucci D R. Bearing estimations with mutual coupling present[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37(10): 1332-1335.
- [5] Ye Z, Liu C. On the resiliency of MUSIC direction finding against antenna sensor coupling[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2008, 56(2): 371-380.
- [6] Ye Z, Liu C. 2-D DOA estimation in the presence of mutual coupling[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2008, 56(10): 3150-3158.
- [7] Ng B C, See M S. Sensor-array calibration using a maximum-likelihood approach[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1996, 44(6): 827-835.
- [8] Lin M, Gong Z, Yang L. A method for DOA estimation with mutual coupling present[C]// *Proc. of the IEEE International Symposium on Propagation and EMC Technology Wireless Communication*, 2005:996-999.
- [9] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1991, 39(3): 273-284.
- [10] Yang B. Projection approximation subspace tracking[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(1):95-107.
- [11] Abed-Meraim K, Chkeif A, Hua Y. Fast orthonormal PAST algorithm[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2000, 7(3):60-62.
- [12] Tayem N, Kwon H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(5): 1622-1630.
- [13] 王凌,李国林,隋鉴,等. 单次快拍波达方向矩阵法[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(7):1323-1328. (Wang L, Li G L, Sui J, et al. Single snapshot DOA matrix method[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(7):1323-1328.)
- [14] 殷勤业,邹理和,Robert W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法——波达方向矩阵法[J]. 通信学报,1991,12(4):1-7. (Yin Q Y, Zou L H, Robert W. A high resolution approach to 2-D signal parameter estimation—DOA matrix method[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1991,12(4):1-7.)