文章编号：1001-506X(2010)03-0570-04

一种基于证据修正的一致性模糊 Petri 网模型

刘玲艳，吴晓平，叶 清
（海军工程大学电子工程学院，湖北 武汉 430033）

摘 要：针对传统的基于模糊 Petri 网模型的形式化推理算法不能很好地求解含闭环结构的模糊 Petri 网，提出了一种基于证据修正的一致性模糊 Petri 网模型。该模型通过引入证据修正因子，把多规则情形退化为一定置信度的带复合证据的单规则情形进行处理，有效简化了模型中的闭环结构。该模型还充分利用模糊“与”规则和模糊“或”规则的内部逻辑关系，对产生式规则中逻辑“与”和逻辑“或”两种组合关系进行了区分，克服了传统的“累加型”加权模糊逻辑方法的缺点，降低了算法推理的复杂度。最后通过实例证明了该模型的有效性，而且易于编程实现，尤其适合应用于较复杂的模糊 Petri 网推理。

关键词：证据修正；模糊 Petri 网；模糊产生式规则；闭环
中图分类号：TP 302 **文献标志码**：A

Consistent fuzzy Petri net model based on evidence revision

LIU Ling-yan, WU Xiao-ping, YE Qing
(*Coll. of Electronics Engineering, Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China*)

Abstract: To solve the problems arising in the processing of expressing the inference arithmetic of fuzzy Petri net with closed loops in structure, a model of consistentness fuzzy Petri net based on evidence revising factor is constructed, in which the multi-rule situation is degenerated into a single rule one with a certain confidence factor of compound evidence, and the closed loops are equal to common structure effectively. The model also makes full use of the inner logistic relations between fuzzy AND and fuzzy OR in the rule, distinguishes the two combination relations between AND and OR in the representation of the fuzzy rules with fuzzy Petri net. So the disadvantages of the traditional accumulation-type weighted fuzzy logistic method are conquered and the complexity of the algorithm is reduced. Finally an example is provided to demonstrate that the reasoning model is effective and can be carried out through programming easily. It fits reasoning for the complex fuzzy Petri net especially.

Keywords: evidence revising; fuzzy Petri net; fuzzy production rule; closed loop

0 引 言

Petri 网是一个图形化的数学建模工具，是信息处理系统描述和研究的一个强有力的工具。模糊 Petri 网(fuzzy Petri net, FPN)作为 Petri 网的一个重要分支，具有 Petri 网的图形描述能力和模糊系统的模糊推理能力，是基于模糊产生式规则的知识库系统的良好建模工具。FPN 使得知识的表示简单、清晰，而且又表现出了知识库系统中规则之间的结构化特性[1-2]。由于模糊 Petri 网对知识表示和推理的独特优点，近年来，很多学者对其进行研究，提出了多种 FPN 模型和模糊推理算法。文献[3]描述了用 FPN 模型进行知识表示的形式化方法，并给出了相应的模糊推理算法，为今后的研究工作奠定了重要基础。文献[4]提出了一种基于 FPN 模型的多层次权值推理算法。文献[5]提出了一种适应于动态知识表示和推理的自适应模糊 Petri 网(adapted fuzzy Petri net, AFPN)模型，兼具 FPN 模型的并行推理特点和神经网络的学习能力。文献[6]提出了一种基于 FPN 模型的完整高效的模糊知识表示和推理算法。文献[7]改进了文献[6]中的推理算法，进一步严格化变迁触发条件，降低了算法的复杂度。文献[8]提出并利用加权模糊 Petri 网(weighted fuzzy Petri net, WFPN)模型在规则系统中进行带权值的模糊推理。文献[9]在文献[3]的基础上又提出一种基于 FPN 模型的逆向推理算法。

纵观前人的研究工作，主要集中在模糊产生式系统的

收稿日期：2008－11－25；修回日期：2009－07－24。
基金项目：国家自然科学基金(60774029)资助课题
作者简介：刘玲艳(1982－)，女，博士研究生，主要研究方向为系统决策分析与建模仿真。E-mail:lpflly@sina.com

FPN 形式化推理算法研究及算法改进方面，基于这样两种思路：

(1) 采用 MYCIN 的置信度方法，其主要思想是模糊命题合取式的真值，取各子式真值的最小值，模糊命题析取式的真值，取各子式真值的最大值[4-5]，这种方法没有考虑整体证据支持作用，具有一定的片面性，会因为某一条证据信息造成 FPN 推理的失误。

(2) 采用传统的累加型加权模糊逻辑方法[6-8]，但其对于证据支持度相等的退化形式所得结论与传统加权模糊逻辑运算所得结论不一致，而且对于含闭环结构的 FPN 难于求解。为此，本文引入修正修正因子，建立了基于证据修正的一致性模糊 Petri 网模型，把多规则情形退化为一定置信度的带复合证据的单规则情形进行推理。

1　模糊产生式规则的 FPN 表示

1.1　基本概念

FPN 是一种定向的、带权重的双向图，其含有两种节点，库所和变迁，同时存在连接库所和变迁的弧，位置用圆圈表示，变迁用竖线表示。将 FPN 应用于模糊推理时，每一个推理规则用一个变迁来表示，推理规则中的证据（或命题）用库所表示，每一个库所带有一个 Token 值，表示证据的可信程度，每一个变迁有相关的 CF 值（certainty factor value），表示推理规则的置信度。参考文献[6]，本文中 FPN 可定义如下。

定义 1　FPN 可定义为一个七元组：

$$\mathrm{FPN}=\{P,T,\boldsymbol{U},\boldsymbol{V},M,\boldsymbol{th},\boldsymbol{cf}\}$$

式中，$P=\{p_1,p_2,\cdots,p_n\}$ 为库所的有限集合；$T=\{t_1,t_2,\cdots,t_m\}$ 为变迁的有限集合；$\boldsymbol{U}$ 为输入矩阵，$\boldsymbol{U}=\{u_{ij}\}$，且 $u_{ij}\in[0,1]$，表示库所 p_i 到变迁 t_j 的连接权值反映证据对结论命题的支持程度；$\boldsymbol{V}=\{v_{ij}\}$，且 $v_{ij}\in[0,1]$，表示规则中变迁 t_j 到库所 p_i 的连接权值；$M:P\to[0,1]$，是一个映射，每一库所节点 $p_i\in P$ 有一个标记值 $M(p_i)=m_i$；$\boldsymbol{th}=(th_1,th_2,\cdots,th_m)$，$th_j$ 为变迁 t_j 的阈值；$\boldsymbol{cf}=(cf_1,cf_2,\cdots,cf_m)$，$cf_j$ 为变迁 t_j 的置信度，即相关的 CF 值，且 $cf_j\in[0,1]$ $(i=1,2,\cdots,n;\ j=1,\ 2,\cdots,m)$。

值得注意的是：(1) 此定义不同与一般模糊 Petri 权重的定义，本文中的权重为广义权重，u_{ij}（或 v_{ij}）可以取 0 或者 1，取 0 代表 p_i 不是 t_j 的输入（或输出）库所，取 1 代表变迁 t_j 只有 p_i 一个输入（或输出）库所；(2) 此定义不同与传统的 Petri 网，变迁的激发不会改变变迁前集库所的标识，而且由于库所标识对应于命题的置信度，即库所标识所代表的信息是可共享、可叠加的，所以此定义中的 FPN 是无冲突、无冲撞的纯网。

1.2　模糊产生式规则

现实世界的许多数据是无法用精确的形式来表达的，模糊产生式规则很适合表达那些模糊的或不确定的知识，其刻画了多个命题之间的模糊关系。假设 R 是一个模糊产生式规则系统，$R=\{R_1,R_2,\cdots,R_m\}$，则 $R_k(k=1,2,\cdots,m)$ 的形式化定义一般为如下两类。

(1)“与”规则

R_k：IF d_1 and d_2 and $\cdots$ and d_r THEN d $(cf_k,th_k,u_{1k},u_{2k},\cdots,u_{rk})$

其中，d_i 是前提命题，d 是结果命题，cf_k 是规则确信度，th_k 是规则阈值，u_{ik} 是输入权值，表示与规则中各前提命题对结果命题的相对重要程度，且满足 $u_{ik}\in[0,1](i=1,2,\cdots,r)$，$u_{1k}+u_{2k}+\cdots+u_{rk}=1$。这里，与结果命题相对应的结论库所只有一个前集变迁，即与前提命题相对应的输入库所都是经过同一个变迁到达结论库所 p 的，所以该模型中输出矩阵对应位置的值为 1，R_k 的 FPN 模型如图 1 所示。

(2)“或”规则

R_k：IF d_1 or d_2 or $\cdots$or d_s THEN d $(cf_k,th_k,v_{1k},v_{2k},\cdots,v_{sk})$

其中，d_i、d、cf_k、th_k 的意义同上述与规则中各符号的意义相同$(i=1,2,\cdots,s)$，v_{ik} 是输入权值，表示或规则中各前提命题对结果命题的相对重要程度，且满足 $v_{ik}\in[0,1]$，这里，结论库所有 s 个前集变迁，即 s 个前提命题所对应的 s 个输入库所各自经过一个互异的变迁分别到达结论库所 p，所以 $v_{1k}+v_{2k}+\cdots+v_{sk}=1$。而每个变迁只有一个输入库所，所以该模型中输入矩阵对应位置的值为 1，R_k 的 FPN 模型如图 2 所示。

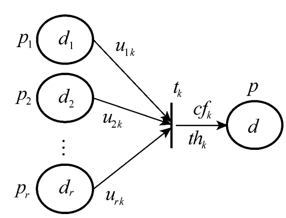

图 1　“与”规则的 FPN 模型

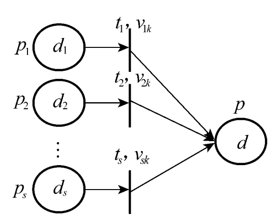

图 2　“或”规则的 FPN 模型

2　建立一致性模糊 Petri 网模型

2.1　证据修正因子

文献[6]和文献[7]皆给出了模糊产生式规则的 FPN 表示和 FPN 的推理算法。但是，二者都是只针对多输入单输出的模糊产生式系统展开研究，这就要求对应的 FPN 模型有明确的层次结构，其对于较为复杂的含闭环结构的 FPN 模型求解则无法实现。

由此可见，有必要寻求一种能充分利用模糊与规则和模糊或规则的内部逻辑关系的算法来求解这类复杂 FPN 模型。为此，结合文献[10]，引入证据修正因子的定义。

定义 2　对于复合证据的组合运算，其修正因子 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})$ 定义为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})=\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i\left[q_i-\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i\right]/2=\left[\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i\right)^2\right]/2 \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})$ 为一个 m 维向量，表示网络中各变迁对应的证据修正量；u_{ij} 表示网络中第 i 个证据对变迁 t_j 的连接权值；

q_i 表示第 i 个证据的置信度,且满足 $i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m$。

定义 3 对于模糊与逻辑运算,复合证据的可信度 $\boldsymbol{F}$ 定义为

$$\boldsymbol{F}=\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i-\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})=\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i-\left[\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i\right)^2\right]/2 \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{F}$ 为一个 m 维向量,表示网络中各变迁对应的复合证据逻辑与运算的结果。

定义 4 对于模糊或逻辑运算,复合证据的可信度 F 定义为

$$\boldsymbol{F}^*=\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i+\boldsymbol{E}(\boldsymbol{T})=\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i+\left[\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}u_{ij}q_i\right)^2\right]/2 \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{F}^*$ 为一个 m 维向量,表示网络中 m 个变迁的综合证据置信度。

对于一个多规则的模糊产生式系统,将各规则中前提条件的复合证据进行上述定义的加权或逻辑运算,即可得到综合证据置信度。同样的思路,对于各规则置信度进行上述定义中的加权或逻辑运算,即可得到综合规则可信度。实际上,多规则情形可退化为一定置信度的带复合证据的或逻辑单规则情形。

2.2 一致性 FPN 的形式化推理算法

相对于采用可达性分析的搜索算法[11],形式化算法能充分运用 Petri 网提供的并行运算能力,实现更加复杂的模糊产生式系统的推理。

首先,采用矩阵的形式来描述一致性模糊 Petri 网,并将推理过程表示为矩阵运算过程。

假设含有 n 个命题的模糊产生式系统,而且其对应的 FPN 中含有 n 个库所和 m 个变迁。值得注意的是,一条或规则对应于若干条变迁,视该规则前提证据的个数而定。

输入矩阵为 $\boldsymbol{U}=(u_{ij})_{n\times m}$,$u_{ij}$ 表示规则中证据(或前提条件)p_i 到变迁 t_j 的连接权值,反映证据对结论的支持程度,且满足 $u_{ij}\in[0,1]$,$i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m$。

输出矩阵 $\boldsymbol{V}=(v_{ij})_{n\times m}$,$v_{ij}$ 表示变迁 t_j 到证据 p_i 的输出权重,且满足 $u_{ij}\in[0,1]$,$i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m$。

$\boldsymbol{th}=(th_1,th_2,\cdots,th_m)$ 为变迁的阈值,满足 $th_j\in[0,1]$,且 $j=1,2,\cdots,m$。

$\boldsymbol{M}_k=(m_{1k},m_{2k},\cdots,m_{nk})$,表示的是第 k 步推理后各库所对应证据和结论命题的置信度,对于置信度未知的证据,则 $m_{ik}=0$,$i=1,2,\cdots,n$。复合证据的初始置信度可表示为 $\boldsymbol{M}_0=(m_{10},m_{20},\cdots,m_{n0})$。

然后,参考文献[7],并结合推理算法的需要,定义如下 3 个算子。

定义 5 设 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$ 均为 $r\times s$ 维的矩阵,而且 $i=1,2,\cdots,r;j=1,2,\cdots,s$。则有

(1) 取大算子$\oplus$

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\oplus\boldsymbol{B}\Leftrightarrow c_{ij}=\max\{a_{ij},b_{ij}\}$$

(2) 比较算子 Δ

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{A}\Delta\boldsymbol{B}\Leftrightarrow d_{ij}=a_{ij},\ a_{ij}\geqslant b_{ij}$$
$$d_{ij}=0,\ a_{ij}<b_{ij}$$

(3) 直乘算子$\odot$

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}\odot\boldsymbol{B}\Leftrightarrow e_{ij}=a_{ij}\times b_{ij}$$

最后,给出算法步骤如下。

步骤 1 由网络中库所得初始标识 $\boldsymbol{M}_0=(m_{10},m_{20},\cdots,m_{n0})^{\mathrm{T}}$ 和输入矩阵 $\boldsymbol{U}$ 计算各规则的复合证据置信度 $\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_0$,则各变迁的前提复合证据加权与逻辑结果为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{M}_0-[\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\cdot(\boldsymbol{M}_0\odot\boldsymbol{M}_0)-(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{M}_0)\odot(\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\cdot\boldsymbol{M}_0)]/2$$

步骤 2 比较各变迁的复合证据置信度和阈值,若其大于阈值,则对应变迁触发,用向量 $\boldsymbol{H}$ 记录要触发的变迁,$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{F}\Delta\boldsymbol{th}$。

步骤 3 对于网络表示的 m 个变迁的综合证据置信度 $\boldsymbol{F}^*$,可用输出矩阵 $\boldsymbol{V}$ 按照加权或逻辑进行计算,结果为

$$\boldsymbol{F}^*=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{H}+[\boldsymbol{V}\cdot(\boldsymbol{H}\odot\boldsymbol{H})-(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{H})\odot(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{H})]/2$$

步骤 4 对于网络表示的 m 个规则的综合规则置信度 $\boldsymbol{cf}^*$,可用输出矩阵 $\boldsymbol{V}$ 和各规则置信度集合 $\boldsymbol{cf}$,按照加权或逻辑进行加权或逻辑进行计算,结果为

$$\boldsymbol{cf}^*=\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{cf}+[\boldsymbol{V}\cdot(\boldsymbol{cf}\odot\boldsymbol{cf})-(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{cf})\odot(\boldsymbol{V}\cdot\boldsymbol{cf})]/2$$

步骤 5 对于带有复合证据的多规则产生式系统,最后得到各证据及结论的置信度为

$$\boldsymbol{Q}^*=\boldsymbol{F}^*\odot\boldsymbol{cf}^*$$

步骤 6 计算第一步推理后得到的网络状态标识为

$$\boldsymbol{M}_1=\boldsymbol{M}_0\oplus\boldsymbol{Q}^*$$

步骤 7 用步骤 6 中的 $\boldsymbol{M}_1$ 代替步骤 1 中的 $\boldsymbol{M}_0$,并重复步骤 1～步骤 6,如此反复进行推理过程的迭代。假设第 k 步后得到的网络状态标识为 $\boldsymbol{M}_k$,若有 $\boldsymbol{M}_k=\boldsymbol{M}_{k-1}$,推理结束。

3 实例分析

假设有如下的模糊产生式系统,其对应的 FPN 如图 3 所示。

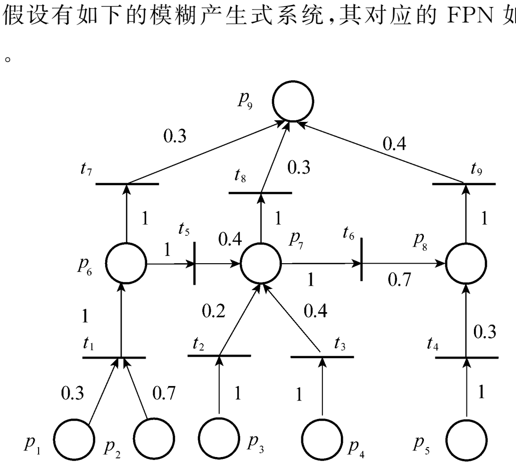

图 3 模糊产生式规则库的 FPN 表示

R_1:IF d_1 and d_2 THEN d_6(R_1 对应变迁 t_1,$cf_1=0.7$,$th_1=0.3$,$u_{11}=0.3$,$u_{21}=0.7$,$v_{61}=1$)

R_2:IF d_3 or d_4 or d_6 THEN d_7(R_2 对应变迁 t_2,t_3,t_5,$cf_2=cf_3=cf_5=0.5$,$th_2=th_3=th_5=0.2$,$u_{32}=u_{43}=u_{65}=1$,$v_{72}=0.2$,$v_{73}=0.4$,$v_{75}=0.4$)

R_3:IF d_5 or d_7 THEN d_8(R_3 对应变迁 t_4,t_6,$cf_4=cf_6=0.8$,$th_4=th_6=0.1$,$u_{54}=1$,$u_{76}=1$,$v_{84}=0.6$,$v_{86}=0.4$)

R_4:IF d_6 or d_7 or d_8 THEN d_9(R_4 对应变迁 t_7,t_8,t_9,$cf_7=cf_8=cf_9=0.6$,$th_7=th_8=th_9=0.2$,$u_{67}=u_{78}=u_{89}=1$,$v_{97}=0.2$,$v_{98}=0.4$,$v_{99}=0.4$)

已知各个库所代表命题的初始置信度为 $\boldsymbol{M}_0=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0,0,0,0)^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{cf}=(0.7,0.5,0.5,0.8,0.5,0.8,0.6,0.6,0.6)^{\mathrm{T}}$ 求结论命题 d_9 的置信度。根据已知条件,输入矩阵和输出矩阵分别为

$$\boldsymbol{U}=\begin{bmatrix}0.3&0&0&0&0&0&0&0&0\\0.7&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0&0\\0&0.2&0.4&0&0.4&0&0&0&0\\0&0&0&0.3&0&0.7&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0.3&0.3&0.4\end{bmatrix}$$

把以上数据按照上述形式化推理算法进行迭代运算,各步结果分别为

$$\boldsymbol{M}_1=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0.53,0.2,0.11,0)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{M}_2=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0.53,0.34,0.24,0.17)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{M}_3=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0.53,0.34,0.33,0.23)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{M}_4=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0.53,0.34,0.33,0.25)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{M}_5=(0.9,0.7,0.8,0.8,0.6,0.53,0.34,0.33,0.25)^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{M}_5=\boldsymbol{M}_4$$

推理结束。

从以上推理过程可以看出,结果命题 d_9 的置信度为 0.25。此算法完全并行,每一步的计算过程都可以将所有满足触发条件的变迁同时触发。该模型克服了传统的累加型加权模糊逻辑方法的缺点,对产生式规则中逻辑与和逻辑或两种组合关系进行了区分,而且能处理这类带环的 FPN 模型,推理算法易于计算机编程实现。

4 结　论

文中提出一种基于证据修正的一致性模糊 Petri 网模型,通过证据修正因子的引入,重新定义了模糊产生式规则的加权与运算和加权或运算,进而由这两个算子分别得到所有证据的综合置信度和所有规则的综合置信度,把多规则情况退化为一定置信度的带复合证据的或逻辑单规则情形进行推理,降低了算法的复杂度,在处理带闭环的较复杂的模糊 Petri 网模型时作用更加明显。实例结果表明,该模型特别适用于描述逻辑关系复杂的模糊产生式系统,且非常易于实现,具有较强的工程应用价值。由于篇幅关系,本文仅对模糊产生式规则中的逻辑“与”和逻辑“或”两种关系建立了一致性 FPN 模型,而对于如何把逻辑非引入 FPN 模型将是笔者下一步要研究的方向。

参考文献:

[1] Burcin B K, Adnan Y. A fuzzy Petri net model for intelligent databases[J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2007, 62:219-247.

[2] Konar A, Chakraborty U K, Wang P P. Supervised learning on a fuzzy Petri net[J]. *Information Sciences*, 2005, 172:397-416.

[3] Chen S M, Ke J S, Chang J F. Knowledge representation using fuzzy Petri nets[J]. *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, 1990, 2(3):311-319.

[4] Yeung D S, Tsang E C C. A multilevel weighted fuzzy reasoning algorithm for expert systems[J]. *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics-part A*, 1998, 28(2):149-158.

[5] Li X, Lara R F. Adaptive fuzzy Petri nets for dynamics knowledge representation and inference[J]. *Expert System with Applications*, 2000, 19(3):235-241.

[6] 贾立新,薛钧义,茹峰. 采用模糊 Petri 网的形式化推理算法及其应用[J]. 西安交通大学学报,2003,37(12):1263-1266.

[7] 徐欢,李孝忠. 一种基于模糊 Petri 网的并行推理方法[J]. 系统仿真学报,2007,19(S1):108-109,113.

[8] Chen S M. Weighted fuzzy reasoning using weighted fuzzy Petri nets[J]. *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, 2002, 14(2):386-397.

[9] Chen S M. Fuzzy backward reasoning using Petri nets[J]. *IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics-part B*, 2000, 30(6):846-856.

[10] 范九伦. 加权模糊逻辑真值传播的计算方法[J]. 系统工程理论与实践,2002,22(9):15-21.

[11] Liu L Y, Wu X P, Ye Q. Safety analysis for complex systems based on Petri nets and reachability trees[J]. *IEEE Trans. on Intelligent Information Technology Application*, 2008, 2:578-582.