

MIMO 雷达稀疏阵优化设计

张 伟, 何子述, 李 军

(电子科技大学电子工程学院, 四川 成都 611731)

摘 要: 多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)稀疏布阵虽然可以获得最大的连续虚拟孔径,但在机载应用中无法进行规则的稀疏布阵。采用模拟退火算法,以 MIMO 接收端的虚拟收发联合波束为优化对象,对 MIMO 雷达的稀疏布阵进行优化设计。通过优化 MIMO 雷达的发射和接收阵元位置,可以在保持主瓣在不展宽的情况下获得更好的旁瓣水平,仿真结果验证了这一方法的有效性。

关键词: 多输入多输出雷达; 稀疏阵; 模拟退火; 波束形成

中图分类号: TN 95

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2013.02.11

Optimization design of MIMO radar sparse array

ZHANG Wei, HE Zi-shu, LI Jun

(School of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu 611731, China)

Abstract: The multiple input multiple output (MIMO) sparse array can get the largest continual virtual aperture, however, it is unable to be used in some applications such as the airborne radar due to the limitation of space. The simulated annealing is applied to the synthesis of virtual arrays in order to reduce the peaks of side-lobes and optimize the mainlobe by acting on the elements' positions of transmitting and receiving arrays. Simulation results verify the effectiveness of the proposed approach.

Keywords: multiple input multiple output (MIMO) radar; sparse array; simulated annealing; beam forming

0 引 言

多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)雷达近几年已经成为研究的热点^[1-7],由于在不同发射阵元发射正交信号,使得 MIMO 雷达无法形成和相控阵雷达一样的发射波束。但是,在接收端通过匹配滤波对发射的正交信号匹配分离,可以形成虚拟发射-接收波束。通过设计阵元位置,可以只用很少的阵元获得更长的虚拟阵列^[8-10]。同样,可以采用两种方式,即发射稀疏和接收稀疏两种。对于发射稀疏的阵列配置而言,接收阵元采用半波长布阵,发射阵元间距为接收阵列孔径;对于接收稀疏的阵列配置,则是发射阵元采用半波长布阵,而接收阵元间距为发射阵列孔径。这两种阵列配置都可以获得最大线性虚拟阵列,且满足奈奎斯特定律。

为了尽量获取大的虚拟孔径, MIMO 雷达一般采用稀疏布阵的方式,但是在实际应用中,如果阵元数较多,将占用较多阵列空间。如在陆地上的 MIMO 大阵列,可能需要连续的几千米或者几十千米的连续布阵空间,在机载应用上则这种矛盾更加突出,机载应用中即使对于阵元数不多

的情况下也无法实现稀疏布阵,而应用 MIMO 技术也是机载雷达发展的一个重要趋势,并得到了广泛研究^[11-13]。所以,稀疏阵虽然可获得最大的连续虚拟空间,但在实际应用中具有其局限性。

稀疏阵列优化的目的是采用尽可能少的阵元来实现期望的方向图。在接收端,对于接收方向图的稀疏阵优化在过去的 50 多年里得到了广泛研究,例如应用较为普遍的遗传算法^[14]和模拟退火算法^[15]。MIMO 雷达与相控阵雷达相比,由于发射相互正交信号,使其可以实现更灵活的波束形成。以 MIMO 雷达的虚拟收发波束为优化对象,采用尽可能少的阵元数量,尽量减小主瓣宽度的展宽,同时更好地抑制旁瓣是本文的主要研究内容。

1 MIMO 稀疏阵信号模型

在稀疏阵列优化中,根据优化阵列的阵元间距是否有半波长整数倍的限制可以分为两种,即稀疏阵和稀布阵。稀疏阵要求优化后的阵列阵元间距为半波长的整数倍,而稀布阵则没有这一约束条件。在实际应用中,由于单个阵元有尺寸限制,不可能无限小,使得通过仿真得到的优化后

的稀疏阵列在实际应用中却无法布阵,所以稀疏阵列优化一般都采用阵元间距为半波长整数倍作为约束条件^[15-16]。本文研究的 MIMO 稀疏阵,其发射阵列和接收阵列都在半波长的整数倍间距上布置,相邻阵元间距最小为半波长, MIMO 稀疏发射阵列绘制如图 1 所示。

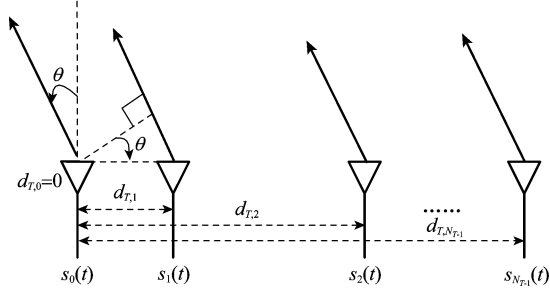


图 1 MIMO 稀疏发射阵列

发射阵列和接收阵列相对于远场探测目标距离而言极小,可以认为发射阵列和接收阵列具有相同的方位角 θ ,如为双基地 MIMO 雷达,则具有不同的方位角 θ 。假设有 N_T 个发射阵元, N_R 个接收阵元,与一般的 MIMO 雷达阵列不同的是,此处发射阵元和接收阵元都不是均匀布置的,而是布置在半波长 $\lambda/2$ 的整数倍栅格上,发射阵元位置和接收阵元位置用 \mathbf{d}_T 和 \mathbf{d}_R 表示,其中 d_{T,n_i} 和 d_{R,n_r} 分别表示第 n_i^{th} 发射阵元和第 n_r^{th} 接收阵元的位置 ($n_i = 0, 1, \dots, N_T - 1; n_r = 0, 1, \dots, N_R - 1$)。不失一般性,这里假设 $d_{T,0} = d_{R,0} = 0$,并且都沿着相同方向分布。

MIMO 雷达与相控阵雷达相比,其优势主要来源于可以同时发射多个不同的正交信号,假设第 n_i^{th} 发射阵元发射的信号为 $s_{n_i}(t)$ ($n_i = 0, 1, \dots, N_T - 1$)。在每个脉冲重复周期 (pulse repetition interval, PRI) T_r 内,发射阵元将发出一组正交信号 $\mathbf{s}(t)$,表示为

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_{N_T}(t)]^T \quad (1)$$

在空间 θ 方向的合成信号为

$$c(t) = \sum_{n_i=0}^{N_T-1} s_{n_i}(t) e^{-j2\pi d_{T,n_i} \sin \theta / \lambda} \quad (2)$$

MIMO 雷达与相控阵雷达所不同的是, MIMO 发射的信号在空间不会进行幅度叠加,当在接收端进行匹配分离时,所有的信号之间的相位关系都可以得到,这就是 MIMO 雷达在接收端可以实现等效发射波束形成的原因。

第 n_r^{th} 阵元接收到的来自于 θ 方向的信号为

$$x_{n_r}(t) = e^{-j2\pi d_{R,n_r} \sin \theta / \lambda} c(t) = e^{-j2\pi d_{R,n_r} \sin \theta / \lambda} \sum_{n_i=0}^{N_T-1} s_{n_i}(t) e^{-j2\pi d_{T,n_i} \sin \theta / \lambda} \quad (3)$$

由于 MIMO 所发射的正交信号是全向发射的,所以接收阵元会同时收到来自于杂波环上所有方位角上的回波,表示成方位角 θ 的积分形式,第 n_r^{th} 接收阵元收到的来自于所有方位的雷达回波可表示为

$$x_{n_r}(t) = \int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{n_i=0}^{N_T-1} \rho(\theta) s_{n_i} e^{-j2\pi(d_{T,n_i} + d_{R,n_r}) \sin \theta / \lambda} \sin \theta / \lambda d\theta + n_{n_r}(t) \quad (4)$$

式中, $f_{s_T, \theta} = d_{T,n_i} \sin \theta / \lambda$ 是方位角 θ 处杂波块的发射空间频率; $f_{s_R, \theta} = d_{R,n_r} \sin \theta / \lambda$ 为方位角 θ 处杂波块的接收空间频率; $\rho(\theta)$ 是方位角为 θ 的信号反射强度; $n_{n_r}(t)$ 为第 n_r^{th} 阵元上收到的高斯白噪声。

当将所探测的整个方位分成 N_C 份进行积分时,式(4)可以表示成离散的形式为

$$x_{n_r} = \sum_{i=1}^{N_C} \sum_{n_i=0}^{N_T-1} \rho_i s_{n_i} e^{-j2\pi(f_{s_T, n_i, i} + f_{s_R, n_r, i})} + n_{n_r} \quad (5)$$

式中, $f_{s_T, n_i, \theta} = f_{s_T, n_i, \theta_i} = d_{T,n_i} \sin \theta_i / \lambda$, $f_{s_R, n_r, \theta} = f_{s_R, n_r, \theta_i} = d_{R,n_r} \sin \theta_i / \lambda$ 。在 MIMO 接收端,每个阵元收到的信号通过一组匹配滤波器组进行匹配滤波,以 \mathbf{s}^H 作为匹配滤波器的响应函数,每个阵元可以匹配滤波获得发射的 N_T 个信号,所以 N_R 个阵元共可以得到 $N_R N_T$ 个信号。

$$x_{n_r, n_i} = \sum_{i=1}^{N_C} \rho_i e^{-j2\pi(f_{s_T, n_i, i} + f_{s_R, n_r, i})} + n_{n_r, n_i} \quad (6)$$

式中, $n_r = 0, 1, \dots, N_R - 1; n_i = 0, 1, \dots, N_T - 1; n_{n_r, n_i}$ 为对应的高斯白噪声输出项。

将式(6)中匹配滤波得到的 MIMO 信号进行列向量化处理,可以得到 $N_R N_T$ 维的列向量,表示为

$$\mathbf{x} = [x_{0,0}, x_{1,0}, \dots, x_{N_R-1, N_T-1}]^T \quad (7)$$

2 MIMO 稀疏阵虚拟收发波束

当匹配滤波得到了一个脉冲的回波时,会进行空域波束形成,形成波束域的数据。为了形成虚拟波束指向一个特定的方向,一组权重系数 \mathbf{w}_s 将对匹配滤波器组的输出进行加权,假设 \mathbf{w}_s 可表示为

$$\mathbf{w}_s = [\omega_{0,0}, \omega_{1,0}, \dots, \omega_{N_R-1, N_T-1}]^T \quad (8)$$

式中, ω_{n_r, n_i} 是第 n_i^{th} 阵元匹配滤波得到的第 n_r^{th} 阵元的权重系数, $n_r = 0, 1, \dots, N_R - 1; n_i = 0, 1, \dots, N_T - 1$ 。众所周知,这一组权重系数 \mathbf{w}_s 要指向某个特定的方向,也就是要达到在该方向上输出信噪比最大化,而根据匹配滤波理论,输出信噪比要达到最大化,则 \mathbf{w}_s 取值应为

$$\mathbf{w}_s = \mathbf{s}_s = \mathbf{s}_T \otimes \mathbf{s}_R = \mathbf{w}_T \otimes \mathbf{w}_R \quad (9)$$

式中, \otimes 为 Kronecker 积; \mathbf{s}_T 为来自于期望方向 θ_i 的发射导向矢量; \mathbf{s}_R 为来自于期望方向 θ_i 的接收导向矢量,可表示为

$$\mathbf{s}_T = [1, e^{-j2\pi f_{s_T, 1, \theta_i}}, \dots, e^{-j2\pi f_{s_T, N_T-1, \theta_i}}]^T = [1, e^{-j2\pi d_{T,1} \sin \theta_i \cos \varphi / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_{T, N_T-1} \sin \theta_i \cos \varphi / \lambda}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{s}_R = [1, e^{-j2\pi f_{s_R, 1, \theta_i}}, \dots, e^{-j2\pi f_{s_R, N_R-1, \theta_i}}]^T = [1, e^{-j2\pi d_{R,1} \sin \theta_i \cos \varphi / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_{R, N_R-1} \sin \theta_i \cos \varphi / \lambda}]^T \quad (11)$$

而 $\mathbf{w}_T = \mathbf{s}_T$, $\mathbf{w}_R = \mathbf{s}_R$ 分别是虚拟发射波束形成和接收波束形成的权重系数。虚拟等效收发波束形成的框架如图 2 所示。

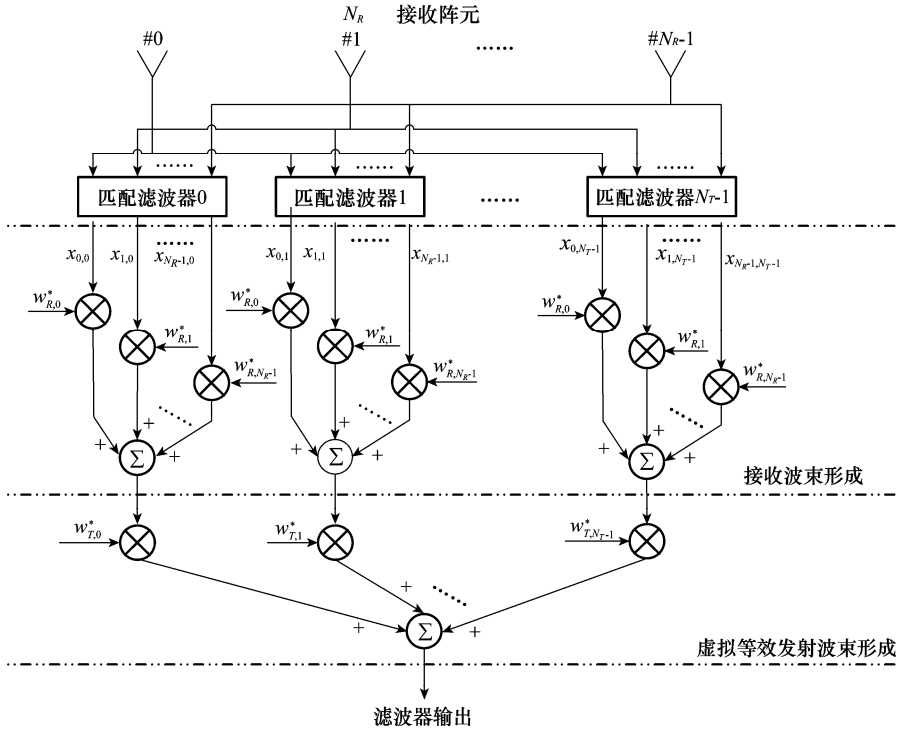


图 2 MIMO 虚拟等效收发波束形成

3 MIMO 稀疏阵优化

由文献[15]可知,综合的虚拟等效收发波束形成可以分成两级,其中一级是传统的波束形成,另一级是虚拟等效发射波束形成,综合的效果为两级波束响应的乘积。滤波器综合输出可表示为

$$p(u) = \left| \sum_{n_t=0}^{N_t-1} w_{T,n_t}^* \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_{T,n_t} \cdot u} \right| \times \left| \sum_{n_r=0}^{N_r-1} w_{R,n_r}^* \cdot e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_{R,n_r} \cdot u} \right| \quad (12)$$

式中, d_{T,n_t} 和 d_{R,n_r} 分别表示第 n_t^{th} 发射阵元和第 n_r^{th} 接收阵元的位置; w_{T,n_t} 和 w_{R,n_r} 分别是对应的权重系数。

为了表示方便,式(12)中引入了变量 u ,可表示为

$$u = (\sin \theta - \sin \theta_0) \cos \varphi \quad (13)$$

式中, θ 为扫描角; θ_0 为观察方向; φ 为俯仰角。

将方向图以 dB 形式表示并进行归一化,即 $20 \lg [p(u) / (Q_T \cdot Q_R)]$, Q_T 为等效发射波束形成中的权重系数 w_{T,n_t} 之和, Q_R 为接收方向图的权重系数 w_{R,n_r} 之和。

假设发射和接收的阵元仅布置在 $\lambda/2$ 整数倍的栅格上,由于对称性以及文献[15]中对于相控阵稀疏阵优化中的分析,可以仅令 $0 \leq u \leq 1$ 来实现对于 $-2 \leq u \leq 2$ 的研究。等效虚拟收发波束的旁瓣峰值可以作为模拟退火算法的能量函数。

$$f(\mathbf{d}_T, \mathbf{d}_R) = \max_{u_{\text{start}} \leq u \leq u_{\text{end}}} \{ (p_T(u)/Q_T)^2 \cdot (p_R(u)/Q_R)^2 \} = \max_{u_{\text{start}} \leq u \leq u_{\text{end}}} \{ (p(u)/(Q_T Q_R))^2 \} \quad (14)$$

式中, $p(u)$ 由位置 \mathbf{d}_T 和 \mathbf{d}_R 决定。

由于假设了发射和接收阵元位置都位于半波长的整数倍上,所以可设置 u_{end} 为 1, u_{start} 的取值可以将主瓣区别于旁瓣。 T^{start} 的初始值应设置较高使得系统具有充分地活跃性,尽量避免局域最优点, MIMO 雷达模拟退火算法优化流程如下所示。

```

For j = 1 to j = NUN_ITERATION
    T = T_start / ln(j + 1);
    d_T = d_T^-1; d_R = d_R^-1
    For i = 1 to i = N_T - 2
        For k = 1 to k = N_R - 2
            d_T,i = rand1(d_T,i-1, d_T,i+1);
            d_R,k = rand1(d_R,k-1, d_R,k+1);
            d_T^* = [x_T^j,0, x_T^j,1, ..., x_T^j,i, ..., x_T^j,N_T-1];
            d_R^* = [x_R^j,0, x_R^j,1, ..., x_R^j,k, ..., x_R^j,N_R-1];
            Δf = f(d_T^*, d_R^*) - f(d_T, d_R);
            r = rand2[0, 1];
            If Δf < 0 or r < exp{-Δf/kT}
                d_T = d_T^*; d_R = d_R^*
            end; end; end; end
    
```

其中, $\text{rand1}(a, b)$ 函数表示从 (a, b) 中随机选取一个值, $\text{rand2}[a, b]$ 则表示从 $[a, b]$ 中随机选取一个值。

上述流程描述如下:迭代过程开始,对 T 赋予一个新的值,对于第 j 次迭代,也就是 $T^j = T^{\text{start}} / \ln(j + 1)$,随着迭代次数的增加, T 的值逐渐减小,也就是系统的活跃性逐渐降

低;将发射阵列中的某个阵元位置进行随机赋值,只要满足位于前一个阵元和后一个阵元之间则可,同理,将接收阵列中的某个阵元位置也按这种规则赋值,对于新的发射阵列位置 \mathbf{d}_T 和接收阵列位置 \mathbf{d}_R ,根据式(14)计算能量函数,并计算阵元位置改变后的能量函数和改变之前的能量函数之差;如果阵元位置改变后的 $f(\mathbf{d}_T, \mathbf{d}_R)$ 更小或者随机产生的位于 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数 r 小于 $\exp\{-\Delta f/kT\}$,则新的状态将被接受,开始下一次迭代,在这一步中,也就是说当阵元位置改变使得产生的 $f(\mathbf{d}_T, \mathbf{d}_R)$ 更大时,系统也按一定概率接受这种阵元状态,这就在一定程度上降低了系统迭代进入局部最优值的概率。

4 仿真实验

仿真条件设置如下,设发射阵元数 N_T 为 16 个,布置在 $0 \sim 32\lambda$ 范围内半波长整数倍的栅格上,接收阵元 $N_R = 8$,布置在 $0 \sim 16\lambda$ 范围内半波长整数倍的栅格上。布阵的最大范围根据实际允许的情况可进行调整。 u_{\min} 设置为 0.04,该值对应于期望的主瓣宽度,其设置依赖于所采用的阵元个数以及对应的布阵范围, $u_{\max} = 1$ 。 T^{start} 设置为 1 000 000,系统总的迭代次数为 500 次。

仿真结果表明,最优布阵可以将旁瓣峰值控制在 -22 dB 以下,同时 3 dB 主瓣宽度为 $u_{-3\text{dB}} = 0.011 83$ 。优化的发射阵元位置为 $[0, 6, 9, 11, 15, 16, 17, 24, 26, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 64] \times \lambda/2$;接收阵元位置为 $[0, 8, 12, 16, 20, 21, 28, 32] \times \lambda/2$,如图 3 所示。

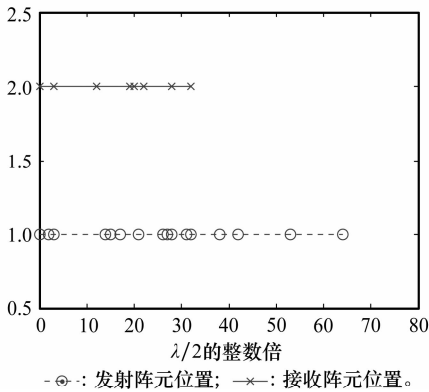


图 3 优化后发射和接收阵元位置

经过模拟退火优化后得到的虚拟收发方向图如图 4 所示。

图 4(a)为等效发射方向图,对应于 $p_T(u)$,图 4(b)为接收方向图,对应于 $p_R(u)$,最终的等效虚拟收发方向图如图 4(c)所示。从图 4(c)可以看出,主瓣较窄,而且旁瓣水平平均为 -20 dB 以下。同时值得一提的是,模拟退火算法作为一种准最优的算法,并不能提供最优的布阵方案,这从每次仿真结果存在一些偏差也可以反映出来。

另外,经过优化后的阵列可实现其他方向的扫描,如指

向方位 $-45^\circ, -30^\circ, 10^\circ$ 和 25° 扫描的方向图如图 5 所示。

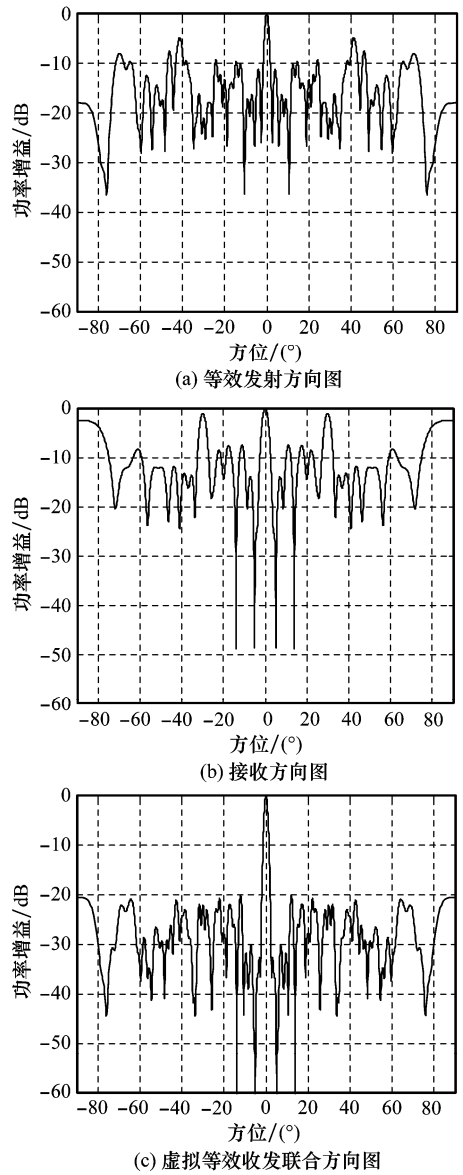


图 4 模拟退火优化 MIMO 阵列的方向图

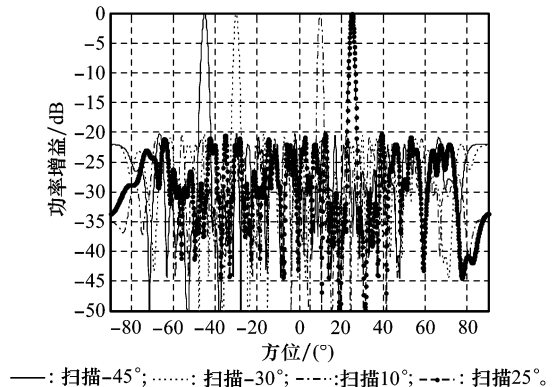


图 5 MIMO 稀疏阵扫描不同角度

从图 5 可以看出,扫描其他角度时,MIMO 发射和接收稀疏布阵都具有较窄的主瓣和良好的旁瓣特性。

5 结 论

由于 MIMO 发射多个正交信号,所以在发射端无法形成发射波束,但由于正交信号在接收端可通过匹配滤波进行分离,所以发射阵列各个阵元的空间信息将体现在匹配滤波后信号之间的相位关系,可在接收端进行等效的虚拟收发波束形成。

本文采用模拟退火算法对 MIMO 的发射阵列和接收阵列同时进行优化,可以在阵元数给定以及所能够布阵最大空间给定的情况下,联合优化得到较窄的主瓣以及较好的旁瓣水平。另外,根据实际应用需要,可通过调整仿真参数在主瓣和旁瓣水平之间取舍,而较窄的主瓣对于测角、低速目标的探测均有益。同时,模拟退火的稀疏布阵方法对于 MIMO 阵列设计提供了一种灵活的手段,比如在实际机载应用中,一些位置无法布阵阵元,则只需在优化中将这些位置设为不可用即可。由于单基 MIMO 与双基 MIMO 的区别在于匹配滤波后的等效相位中心起点不同,而各个匹配滤波输出的等效相位中心之间的相位关系是相同的,本文的方法是以等效收发方向图为优化对象的,所以可以应用于双基 MIMO 的稀疏阵列优化。

参考文献:

- [1] Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. Spatial diversity in radars-models and detection performance[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(3):823 - 838.
- [2] Rabideau D J, Parker P. Ubiquitous MIMO multifunction digital array radar[C]// *Proc. of the 37th IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, 2003: 1057 - 1064.
- [3] Bliss D W, Forsythe K W, Davis S K, et al. GMTI MIMO radar[C]// *Proc. of the International Waveform Diversity and Design Conference*, 2009: 118 - 122.
- [4] Li J, Petre S. *MIMO radar signal processing*[M]. New York: Wiley, 2009.
- [5] Rabideau D J. Multiple-input multiple-output radar aperture optimisation[J]. *Radar Sonar Navigation*, 2011, 5(2):155 - 162.
- [6] 张西川,张永顺,谢文冲,等. 波形正交性退化下机载 MIMO 雷达杂波模型与自由度分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2012, 34(1):80 - 84. (Zhang X C, Zhang Y S, Xie W C, et al. Analysis of clutter model and DOFs for airborne MIMO radar under orthogonal degradation of waveform[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2012, 34(1):80 - 84.)
- [7] 陈阿磊,王警卫,马晓岩,等. 宽带 MIMO 雷达的阵列设计和成像方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(12): 2541 - 2546. (Chen A L, Wang D W, Ma X Y, et al. Array design and imaging method for wide-band MIMO radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(12): 2541 - 2546.)
- [8] Chen C Y, Vaidyanathan P P. MIMO radar space time adaptive processing using prolate spheroidal wavefunctions[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 56(2): 623 - 635.
- [9] Deng H, Braham H. A virtual antenna beamforming (VAB) approach for radar systems by using orthogonal coding waveforms[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2009, 57(2): 425 - 435.
- [10] Li H B, Braham H. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1):55 - 65.
- [11] Zatman M. The applicability of GMTI MIMO radar[C]// *Proc. of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2010:2138 - 2142.
- [12] Kantor J, Davis S K. Airborne GMTI using MIMO techniques[C]// *Proc. of the Radar Conference*, 2010:1344 - 1349.
- [13] Forsythe K W, Bliss D W. MIMO radar waveform constraints for GMTI[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1): 21 - 32.
- [14] Haupt R L. Thinned arrays using genetic algorithms[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1994, 42(7): 993 - 999.
- [15] Murino V, Trucco A, Regazzoni C S. Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44(1): 119 - 122.
- [16] Ward J. Space-time adaptive processing with sparse antenna arrays[C]// *Proc. of the Thirty second Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers*, 1998: 1537 - 1541.

作者简介:

张 伟(1983 -),男,博士研究生,主要研究方向为 MIMO 雷达、自适应信号处理、机载雷达。

E-mail:5282411@qq.com

何子述(1962 -),男,教授,博士,主要研究方向为 MIMO 雷达、相控阵雷达、阵列信号处理。

E-mail:zshe@uestc.edu.cn

李 军(1976 -),男,副教授,博士,主要研究方向为 MIMO 雷达、相控阵雷达、数字波束形成。

E-mail:lijun@ee.uestc.edu.cn