

高斯厄米特粒子 PHD 被动测角多目标跟踪算法

杨金龙^{1,2}, 姬红兵¹, 刘进忙³

(1. 西安电子科技大学工程学院, 陕西 西安 710071;

2. 江南大学物联网工程学院, 江苏 无锡 214122;

3. 空军工程大学导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要: 针对传统粒子概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)滤波跟踪被动多目标时, 估计精度不高, 且存在粒子退化, 容易导致滤波器发散的问题, 提出一种新的被动多目标跟踪算法——高斯厄米特粒子 PHD 滤波算法。该算法采用一族高斯厄米特滤波产生的高斯分布拟合更优的重要性密度函数, 充分考虑了当前时刻的最新量测, 并将该方法融入高斯混合粒子 PHD(Gaussian mixture particle PHD, GMP-PHD)滤波框架中, 在解决观测非线性的同时, 有效提高了被动多目标的跟踪精度。实验结果表明, 该算法较传统的 GMP-PHD 滤波算法具有更高的状态估计精度, 且有效降低了目标的失跟率。

关键词: 随机有限集; 目标跟踪; 概率假设密度; 高斯厄米特滤波

中图分类号: TN 953

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2013.03.01

Gauss-Hermite particle PHD filter for bearings-only multi-target tracking

YANG Jin-long^{1,2}, JI Hong-bing¹, LIU Jin-mang³

(1. School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

3. The Missile Institute of Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract: Taking into consideration the shortcomings of the traditional particle probability hypothesis density (PHD) filter algorithm for passive multi-target tracking, such as low accuracy, particle degradation, filter divergence, an improved multi-target tracking algorithm is proposed. In the proposed algorithm, the better importance density function is approximated by some new Gaussian distribution produced by a bunch of Gauss-Hermite filters, and the latest measurements are fully utilized. The Gauss-Hermite filters are integrated into the framework of Gaussian mixture particle PHD (GMP-PHD), which solves the nonlinear problem and improves the accuracy of the proposed algorithm for passive multi-target tracking. Simulations show that the proposed algorithm has higher precision than the conventional GMP-PHD method, and it effectively decreases the loss rate of target estimates.

Keywords: random finite set; target tracking; probability hypothesis density; Gauss-Hermite filter

0 引言

随着作战环境日益复杂, 对杂波环境下的多目标跟踪技术的要求越来越高, 已被国内外学者广泛关注。尤其是对数目未知且随时间变化的被动多目标跟踪技术的研究, 已经成为多目标跟踪领域的一个热点和难点问题。

早期的多目标跟踪方法主要是通过建立目标与量测的对应关系实现跟踪, 即基于数据关联的方法, 如: 联合概率数据关联(joint probabilistic data association, JPDA)^[1]、多假设跟踪(multiple hypothesis tracking, MHT)^[2]、联合整体概率数

据关联(joint integrated probabilistic data association, JIPDA)^[3]等, 但这些方法的计算代价都比较高, 很难实时对密集杂波环境下的多目标跟踪。随后出现了许多改进的次优方法^[4-5], 但大多是以降低跟踪精度来提高算法的实时性。近年来, Mahler^[6]成功地将随机有限集(random finite set, RFS)理论引入到多目标跟踪领域, 提出了基于随机有限集的多目标跟踪方法, 避免了复杂的数据关联, 受到了广泛关注。该方法主要通过递推形式估计随机有限集变量的一阶统计量, 然后从估计的一阶统计量中提取各个目标的状态。文献[7-9]给出了具有闭合解的高斯混合概率假设密度

(Gaussian mixture probability hypothesis density, GM-PHD) 滤波算法, 有效地实现了数目未知且变化的多目标跟踪, 但这些算法是在一些特定的高斯假设条件下实现的, 且仅适用于线性高斯条件下的多目标跟踪。文献[10-12]提出了粒子概率假设密度滤波算法, 实现了非线性条件下的多目标跟踪。但在滤波过程中, 该算法存在粒子的“退化”和“贫化”现象, 严重影响目标状态和目标势(数目)的估计, 且在状态提取过程中, 需要采用聚类技术, 增加了算法的复杂度, 同时也影响了目标状态的提取精度。文献[13-14]提出了高斯混合粒子概率假设密度(Gaussian mixture particle PHD, GMP-PHD)滤波算法, 与粒子 PHD 滤波算法不同, 该算法既不需要对粒子进行重采样, 也避免采用聚类技术提取目标状态, 较好地实现了非线性条件下的多目标跟踪, 提高了目标状态和势的估计精度。但是, GMP-PHD 和粒子 PHD 滤波都是采用目标的状态转移概率密度函数作为重要性密度函数, 没有考虑目标状态的最新量测, 导致当观测似然比较尖锐或位于转移概率密度函数尾部的时候, 采样粒子将偏离真实状态, 从而导致目标状态估计不准确, 甚至导致滤波器发散。

针对上述问题, 本文提出采用高斯厄米特(Gauss-Hermite, GH)滤波^[15-17]产生一族高斯分布来拟合较好的建议密度, 通过高斯厄米特积分点递推目标的均值和协方差, 充分考虑目标的最新观测信息, 从而拟合出更加接近真实后验概率的重要性密度函数, 并将其融入到 GMP-PHD 滤波框架下, 有效提高了滤波精度。

1 多目标跟踪随机集模型

假设在 k 时刻, $\mathbf{X}_k = \{\mathbf{x}_{k,1}, \dots, \mathbf{x}_{k,N_k}\}$ 和 $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{z}_{k,1}, \dots, \mathbf{z}_{k,M_k}\}$ 分别表示多目标的状态集和量测集, 其中, N_k 表示目标个数, M_k 表示量测个数。如果 $k-1$ 时刻的多目标状态集 \mathbf{X}_{k-1} 已知, 则 \mathbf{X}_k 和 \mathbf{Z}_k 可分别表示为

$$\mathbf{X}_k = \left(\bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{S}_{k|k-1}(\mathbf{x}) \right) \cup \left(\bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_{k-1}} \mathbf{B}_{k|k-1}(\mathbf{x}) \right) \cup \mathbf{\Gamma}_k \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{K}_k \cup \left(\bigcup_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_k} \mathbf{\Theta}_k(\mathbf{x}) \right) \quad (2)$$

式中, $\mathbf{S}_{k|k-1}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{B}_{k|k-1}(\mathbf{x})$ 分别表示 $k-1$ 到 k 时刻存活目标和衍生目标的随机集; $\mathbf{\Gamma}_k$ 表示新生目标随机集; \mathbf{K}_k 和 $\mathbf{\Theta}_k(\mathbf{x})$ 分别表示由杂波和真实目标产生的量测随机集。

根据最优贝叶斯估计理论^[7-8], 多目标联合后验概率密度分布的递推表达式可表示为

$$p_{k|k-1}(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}) p_{k-1}(\mathbf{X} | \mathbf{Z}_{1:k-1}) \mu_s(d\mathbf{X}) \quad (3)$$

$$p_k(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k}) = \frac{g_k(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k) p_{k|k-1}(\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_{1:k-1})}{\int g_k(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}) p_{k|k-1}(\mathbf{X} | \mathbf{Z}_{1:k-1}) \mu_s(d\mathbf{X})} \quad (4)$$

式中, $f_{k|k-1}(\cdot)$ 和 $g_k(\cdot)$ 分别表示状态转移概率密度函数和量测似然函数; μ_s 表示状态空间的近似 Lebesgue 测度。

Mahler^[6] 提出的基于随机有限集滤波方法, 通过递推计算多目标状态随机集的后验 PHD, 可以实现对数目未知且变化的多目标跟踪, 避免了复杂的数据关联。PHD 函数 $v_k(\mathbf{x})$ 是状态空间上多峰函数, 峰值个数等于目标数 \hat{N}_k ,

峰值的位置可近似认为各目标的状态期望值, 可通过期望最大(expectation maximization, EM)^[18] 或者聚类^[19-20] 等方法提取峰值位置。

假设 $v_{k|k-1}(\mathbf{x})$ 和 $v_{k|k}(\mathbf{x})$ 分别为 k 时刻的预测 PHD 和后验 PHD, 且可分别表示为

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \int p_{S,k|k-1}(\mathbf{x}') f_{k|k-1}(\mathbf{x} | \mathbf{x}') v_{k-1}(\mathbf{x}') d(\mathbf{x}') + \int \beta_{k|k-1}(\mathbf{x} | \mathbf{x}') v_{k-1}(\mathbf{x}') d(\mathbf{x}') + \gamma_k(\mathbf{x}) \quad (5)$$

$$v_k(\mathbf{x}) = [1 - p_{D,k}(\mathbf{x})] v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \frac{p_{D,k}(\mathbf{x}) g_k(\mathbf{z} | \mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x})}{\kappa_k(\mathbf{z})} + \int p_{D,k}(\mathbf{x}) g_k(\mathbf{z} | \mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (6)$$

式中, $\beta_{k|k-1}(\mathbf{x})$ 和 $\gamma_k(\mathbf{x})$ 分别表示衍生目标状态集合和新生目标状态集合的预测 PHD; $p_{S,k|k-1}(\mathbf{x})$ 表示目标从 $k-1$ 时刻到 k 时刻的存活概率; $p_{D,k}(\mathbf{x})$ 表示检测概率, $\kappa_k(\mathbf{z}) = \lambda_k c_k(\mathbf{z})$ 表示服从 λ_k 的泊松分布的杂波集 PHD, 其中, $c_k(\mathbf{z})$ 表示观测空间的杂波概率密度。

2 高斯厄米特粒子 PHD 滤波

粒子 PHD 滤波是基于蒙特卡罗方法的贝叶斯状态估计算法, 采用一组加权的随机采样的粒子来近似表示系统的后验概率分布, 是处理非线性、非高斯条件下状态估计问题的有效方法。但在滤波过程中, 为了便于工程实际应用, 通常取系统状态变量的转移概率密度为重要性密度函数, 由于没有考虑到目标状态的最新观测信息, 从而导致重要性采样的样本与真实后验分布产生的样本存在偏差, 尤其是当观测似然呈尖峰状或处于提议分布的尾部时, 将出现大量小权值的粒子, 这些粒子对状态的估计基本不起作用, 但还需要浪费大量时间来更新它们。经重采样, 大权值的粒子被复制, 小权值的粒子被删除, 将导致粒子失去多样性, 最终导致滤波结果与真实目标状态发生较大偏离, 甚至导致滤波器发散。下文将针对此问题提出一种改进的 GMP-PHD 滤波算法。

2.1 高斯厄米特滤波

高斯厄米特滤波^[15-16] 是一种基于高斯厄米特数值积分的递归的贝叶斯滤波方法, 通过选取积分点和相应的权值来提高系统状态均值和方差估计的代数精度。对一维函数 $g(x)$ 在区间 (a, b) 上进行加权积分有如下积分公式

$$I(g) = \int_a^b W(x) g(x) dx \quad (7)$$

式中, $W(x)$ 为权值函数, 满足非负性, 取 m 个积分点, 可近似得到

$$I(g) \approx \sum_{j=1}^m \omega_j g(\xi_j) \quad (8)$$

式中, ξ_j 表示第 j 个积分点; ω_j 为其权值。

假如给定 m 个积分点, 权值的计算可通过计算其 i 阶矩 M_i :

$$M_i = \int_a^b x^i W(x) dx, \quad i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (9)$$

进而求解如式(10)所示的矩阵方程得到。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_1^{m-1} & \xi_2^{m-1} & \dots & \xi_m^{m-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{m-1} \end{pmatrix} \quad (10)$$

高斯厄米特求积分规则的滤波算法中,将权值函数取为标准正态分布,假设 $x \sim N(0, 1)$, 可得

$$E[g(x)] = \int g(x)N(x; 0, 1)dx \approx \sum_{j=1}^m \omega_j g(\xi_j) \quad (11)$$

式中, ξ_j 和 ω_j 分别为积分点及其对应的权值。文献[16]中利用正交多项式和三对角矩阵之间的关系,给出一种有效的积分点和权值计算方法,假定 \mathbf{J} 为一个对称三对角矩阵,其主对角上的元素为 0,且 $\mathbf{J}_{i,i+1} = \sqrt{i/2}, i=1, \dots, m-1$, 则取积分点 $\xi_j = \sqrt{2}\epsilon_j$, 其中, ϵ_j 为矩阵 \mathbf{J} 的第 j 个特征值; 权值 $\omega_j = (v_j)_1^2, (v_j)_1$ 为其第 j 个归一化特征向量的第一个元素。

假设向量 $\mathbf{x} \sim N(\cdot; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x})$, 可得 n_x 维高斯厄米特求积分规则^[16]如下:

$$E[g(\mathbf{x})] = \int g(\mathbf{x})N(\mathbf{x}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x})d\mathbf{x} \approx \sum_{j_{n_x}=1}^m \omega_{j_{n_x}} \cdots \sum_{j_1=1}^m \omega_{j_1} g(\xi_{j_1}) = \sum_{j=1}^{n_x} \omega_j g(\xi_j) \quad (12)$$

式中, $\xi_j = [\xi_{j_1}, \dots, \xi_{j_{n_x}}]^T$ 和 $\omega_j = \prod_{p=1}^{n_x} \omega_{j_p}$ 分别表示积分点和对应的权值。

进一步假设 $\mathbf{x} \sim N(\cdot; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P})$, 令 $\mathbf{P} = \mathbf{S} * \mathbf{S}^T, \mathbf{y} = \mathbf{S}^{-1}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})$, 可得

$$E[g(\mathbf{x})] = \int g(\mathbf{x})N(\mathbf{x}; \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P})d\mathbf{x} = \int g(\mathbf{S} * \mathbf{y} + \hat{\mathbf{x}})N(\mathbf{y}; \mathbf{0}, \mathbf{I}_{n_x})d\mathbf{y} \approx \sum_{j_{n_x}=1}^m \omega_{j_{n_x}} \cdots \sum_{j_1=1}^m \omega_{j_1} g(\mathbf{S} * [\xi_{j_1}, \dots, \xi_{j_{n_x}}]^T + \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{j=1}^{n_x} \omega_j g(\mathbf{S} * \xi_j + \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{j=1}^{n_x} \omega_j g(\mathbf{x}_j) \quad (13)$$

则积分点之间的变换关系可表示为

$$\mathbf{x}_j = \mathbf{S} * \xi_j + \hat{\mathbf{x}}$$

2.2 高斯厄米特粒子 PHD

针对 GMP-PHD 滤波算法存在的不足,本文提出采用高斯厄米特滤波产生一族高斯分布来拟合更好的建议密度函数,以提高算法对多目标的势估计和状态估计的精度。

提出的新算法称为高斯厄米特粒子 PHD (Gauss-Hermite particle PHD, GHP-PHD) 滤波算法,主要包含两部分,第一部分为预测部分,采用高斯厄米特滤波拟合较好的重要性密度函数;第二部分为更新部分,采用高斯粒子滤波更新目标状态,并估计目标数目。具体的预测和更新过程如下:

预测 假定 $k-1$ 时刻目标的后验 PHD 为一个高斯混合形式,且可表示为

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)}) \quad (14)$$

式中, J_{k-1} 为高斯分量个数; $\omega_{k-1}^{(i)}$ 为第 i 个高斯分量的权值; $\mathbf{m}_{k-1}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i)}$ 分别为第 i 个高斯分量的均值和协方差。先对每一个高斯分量进行 N 个粒子采样,即 $\{\mathbf{x}_{k-1}^{(i)l}\}_{l=1}^N \sim N(\mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(i)})$, 然后分别对每个粒子进行高斯厄米特滤波,产生一族新的高斯分量,并用其来拟合更合理的重要性密度函数以提高状态估计的精度。其中,高斯厄米特滤波过程如下。

(1) 计算高斯积分点

对 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i)}$ 做 Cholesky 分解,使得 $\mathbf{P}_{k-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{k-1}^{(i)} (\mathbf{S}_{k-1}^{(i)})^T$ 。对

每一个高斯分量的采样粒子 $\mathbf{x}_{k-1}^{(i)l}$ 求积分点:

$$\mathbf{x}_{k-1}^{(i)l(j)} = \mathbf{S}_{k-1}^{(i)} \xi_j + \mathbf{x}_{k-1}^{(i)l} \quad (15)$$

式中, $i=1, 2, \dots, J_{k-1}; l=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, m, m$ 为积分点数。

(2) 根据状态方程预测每个积分点

$$\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} = f(\mathbf{x}_{k-1}^{(i)l(j)}) \quad (16)$$

式中, $f(\cdot)$ 为单个目标的状态转移方程。

(3) 积分点时间更新

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{Q} + \sum_{j=1}^m \omega_j [\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}][\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}]^T \quad (18)$$

式中, ω_j 为积分点的权值,可根据式(9)和式(10)求得; \mathbf{Q} 为过程噪声的方差。

(4) 积分点状态更新

对 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}$ 做 Cholesky 分解,使得 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)} = \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)} (\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)})^T$, 则新的积分点为

$$\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)l(j)} = \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)} \xi_j + \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)} \quad (19)$$

(5) 积分点的量测预测

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^{(i)l} = \sum_{j=1}^m \omega_j h(\bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)l(j)}) \quad (20)$$

(6) 积分点的状态更新及协方差更新

$$\mathbf{x}_{k|k}^{(i)l} = \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)l} + \mathbf{K}_k \cdot (\mathbf{z}^l - \mathbf{z}_{k|k-1}^{(i)l}) \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{k|k}^{(i)l} = \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)l} - \mathbf{K}_k \cdot \mathbf{P}_{z_z}^T \quad (22)$$

式中, $h(\cdot)$ 为单个目标的量测方程。为减少杂波的干扰,根据最近邻方法取 \mathbf{z}^l 为 k 时刻与积分点对应的量测值。 $\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{z_z} (\mathbf{P}_{z_z})^{-1}$ 为滤波增益。

$$\mathbf{P}_{z_z} = \sum_{j=1}^m \omega_j [\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} - \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^{(i)}][h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)} - \mathbf{z}_{k|k-1}^{(i)l})]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{z_z} = \sum_{j=1}^m \omega_j [h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)}) - \mathbf{z}_{k|k-1}^{(i)l}][h(\mathbf{x}_{k|k-1}^{(i)l(j)}) - \mathbf{z}_{k|k-1}^{(i)l}]^T + \mathbf{R} \quad (24)$$

式中, ω_j 为积分点的权值; \mathbf{R} 为观测噪声方差。则通过高斯厄米特滤波可获得一族新的高斯分量 $N(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}, \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{(i)})$, 并由其可以拟合出更合理的建议密度函数 $\pi_k^{(i)}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_{1:k})$, 即 $\pi_k^{(i)}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_{1:k}) \sim N(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}, \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{(i)})$, 其中

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)} = \sum_{l=1}^N \omega_{i,l} \mathbf{x}_{k|k}^{(i)l} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{(i)} = \sum_{l=1}^N \omega_{i,l} [\mathbf{x}_{k|k}^{(i)l} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}][\mathbf{x}_{k|k}^{(i)l} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}]^T \quad (26)$$

式中, $\omega_{i,l}$ 为第 i 个高斯分量的第 l 个粒子相对于量测 \mathbf{z}^l 的归一化权值。

为了问题简化,算法中不考虑状态的衍生,则 $k-1$ 时刻的预测 PHD 可表示为

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) + \gamma_k(\mathbf{x}) \quad (27)$$

式中, $\gamma_k(\mathbf{x})$ 为新生目标 PHD。

$$v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) = p_{S,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} \omega_{k-1}^{(i)} N(\hat{\mathbf{x}}_{k|k}^{(i)}, \hat{\mathbf{P}}_{k|k}^{(i)}) \quad (28)$$

式中, $p_{S,k}$ 为目标存活概率; $\omega_{k-1}^{(i)} = \omega_{k-1}^{(i)}$ 。

更新 假设 $k-1$ 时刻多目标的预测 PHD 可表示为如

式(29)所示的高斯混合形式

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}) \quad (29)$$

对于每一观测 $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k$, 从重要性密度函数 $\pi_k^{(i)}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_{1:k})$, 即高斯分布 $N(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)})$ 中进行高斯采样 N 个粒子 $\mathbf{x}_k^{(i(l))}$ ($i=1, 2, \dots, J_{k|k-1}; l=1, 2, \dots, N$)。滤波过程中, 根据文献[14], 如果观测比较准确而导致似然过于尖锐的情况, 提出采用新息协方差 $\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}$ 来计算各个粒子的似然函数, 更新目标状态, 修正的粒子权值计算公式为

$$\xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z}) = \frac{N_k(\mathbf{z}; h(\mathbf{x}_k^{(i(l))}), \mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}) N(\mathbf{x}_k^{(i(l))}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)})}{\pi_k^{(i)}(\mathbf{x}_k^{(i(l))} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_{1:k})} \quad (30)$$

式中

$$\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (h(\mathbf{x}_k^{(i(l))}) - h(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)})) \cdot (h(\mathbf{x}_k^{(i(l))}) - h(\mathbf{m}_{k|k-1}^{(i)}))^T + \mathbf{R} \quad (31)$$

则 k 时刻更新的 PHD 可表示为

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k})v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_k^{(i)}(\mathbf{z}) N(\mathbf{x}; \mathbf{m}_k^{(i)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_k^{(i)}(\mathbf{z})) \quad (32)$$

式中

$$\omega_k^{(i)}(\mathbf{z}) = \frac{P_{D,k} \omega_{k|k-1}^{(i)} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z})}{\kappa_k(\mathbf{z}) + P_{D,k} \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^{(i)} \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z})} \quad (33)$$

$$\mathbf{m}_k^{(i)}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z}) \mathbf{x}_k^{(i(l))}}{\sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z})} \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_k^{(i)}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z}) [\mathbf{x}_k^{(i(l))} - \mathbf{m}_k^{(i)}(\mathbf{z})][\mathbf{x}_k^{(i(l))} - \mathbf{m}_k^{(i)}(\mathbf{z})]^T}{\sum_{l=1}^N \xi_k^{(i(l))}(\mathbf{z})} \quad (35)$$

式(30)区别于文献[13]中仅采用观测噪声方差 \mathbf{R} 来计算权值, 采用新息协方差 $\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}$, 不仅与观测噪声方差 \mathbf{R} 有关, 还与 k 时刻第 i 个高斯分量的预测协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(i)}$ 以及观测方程 $h(\cdot)$ 有关, 使得滤波过程中似然函数的形状取决于新息协方差矩阵 $\mathbf{S}_{k|k-1}^{(i)}$ 的大小, 即使观测噪声方差 \mathbf{R} 很小也不会出现似然函数过于尖锐的问题。此外, 算法中采用了更为合理的重要性密度函数 $\pi_k^{(i)}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Z}_{1:k})$, 充分考虑了当前时刻的量测信息, 使得从中采样的粒子能更好地拟合真实目标状态的后验概率分布, 一定程度上避免了粒子的发散, 可以有效地提高算法的跟踪性能。

3 实验结果与分析

考虑一个二维跟踪场景中, 目标数目未知且变化的被动多目标跟踪例子。目标的运动模型和量测模型分别为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{G}\mathbf{w}_k \quad (36)$$

$$\mathbf{z}_k^i = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k^i \quad (37)$$

式中, $\mathbf{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k]^T$, 包含目标的位置和速度; $\mathbf{F} =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{w}_k \sim N(0, \begin{bmatrix} \sigma_w^2 & 0 \\ 0 & \sigma_v^2 \end{bmatrix})$$

表示过程噪声; \mathbf{z}_k^i 表示第 i 个传感器的量测信息, $h(\mathbf{x}_k) = \arctan\left(\frac{y_k - y_{S_i}}{x_k - x_{S_i}}\right)$ 为非线性观测函数, (x_{S_i}, y_{S_i}) 为第 i 个传感器的位置, \mathbf{v}_k^i 为第 i 个传感器的量测噪声, 且 $\mathbf{v}_k^i \sim N(0, \sigma_v^2)$, \mathbf{w}_k 与 \mathbf{v}_k^i 相互独立, 取 $\sigma_w = 1 \text{ m}$, $\sigma_v = 0.0175 \text{ rad}$ 。实验中采用 3 个相同观测站对目标进行独立观测, 位置分别为 $S_1(0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, $S_2(0 \text{ m}, 600 \text{ m})$, $S_3(0 \text{ m}, 1000 \text{ m})$ 。本文中采取对各观测站测得的目标方位角进行集中式融合处理, 并假定各站的测量数据已完成配准及关联。目标存活概率和检测概率分别假设为 $p_{S,k} = 0.99$, $p_{D,k} = 0.98$ 。

仿真场景中 共有 6 个目标作匀速运动, 真实运动参数如表 1 所示, 初始时刻有 1 个目标作匀速运动, 随后分别有 5 个新生目标出现, 为简便起见, 仿真中没有考虑目标的衍生情况, 新生目标随机集的 PHD 为

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = 0.2 \times \sum_{i=1}^3 N(\mathbf{m}_\gamma^{(i)}, \mathbf{P}_\gamma) \quad (38)$$

式中, $\mathbf{m}_\gamma^{(1)} = (100 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 300 \text{ m}, 0 \text{ m/s})^T$; $\mathbf{m}_\gamma^{(2)} = (400 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 800 \text{ m}, 0 \text{ m/s})^T$; $\mathbf{m}_\gamma^{(3)} = (300 \text{ m}, 0 \text{ m/s}, 500 \text{ m}, 0 \text{ m/s})^T$; $\mathbf{P}_\gamma = \text{diag}([100, 10, 100, 10])$; 杂波均匀分布于观测空间, 数目服从均值为 $\lambda = 5$ 的泊松分布。

表 1 目标真实运动参数

目标	起始时刻/s	消失时刻/s	初始位置/m	速度/(m/s)
1	1	40	(200, 100)	(4, 6)
2	10	60	(100, 300)	(10, 8)
3	15	45	(300, 500)	(-1, -10)
4	20	40	(400, 800)	(-5, 5)
5	30	50	(400, 800)	(-5, -5)
6	45	60	(400, 800)	(-5, 0)

仿真中选取最优子模式分配 (optimal subpattern assignment, OSPA)^[20] 脱靶距离作为两种算法估计精度的评价指标。对于任意有限集 $\mathbf{L}_1 = \{l_{11}, \dots, l_{1m}\}$ 和 $\mathbf{L}_2 = \{l_{21}, \dots, l_{2n}\}$, m 和 n 为正整数, 当 $m \leq n$ 时, 定义它们之间的 p 阶 OSPA 距离定义为

$$\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(l_{1i}, l_{2\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty \quad (39)$$

式中, $d^{(c)}(l_{1i}, l_{2\pi(i)}) = \min(c, d(l_{1i}, l_{2\pi(i)}))$, c 为常数且大于零, 反应目标势估计误差对性能的影响程度; Π_n 表示 $n=1, 2, \dots, k$ 的所有排列构成的集合。如果 $m \geq n$, 则 $\bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2) = \bar{d}_p^{(c)}(\mathbf{L}_2, \mathbf{L}_1)$ 。当 $p \rightarrow \infty$ 时, 有

$$\bar{d}_\infty^{(c)}(\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2) = \begin{cases} \min_{\pi \in \Pi_n} \max_{1 \leq i \leq n} d^{(c)}(l_{1i}, l_{2\pi(i)}), & m = n \\ c, & m \neq n \end{cases} \quad (40)$$

仿真环境：内存为 1 GB 的 PC 机，主频为 Pentium(R)4，CPU 3.06 GHz；仿真软件为 MATLAB7.1。实验中，采样间隔取 $T=1$ s，共采样 60 个时刻，两种算法中每个高斯分量的采样粒子数都取 $N=200$ 。OSP 脱靶距离的参数设定为 $p=2, c=50$ 。实验结果如图 1~图 5 所示。

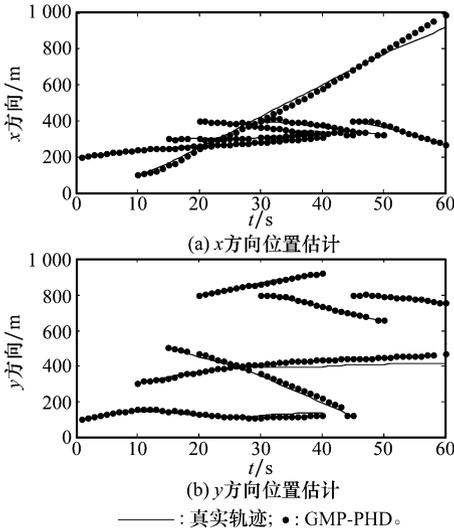


图 1 GMP-PHD 算法位置估计

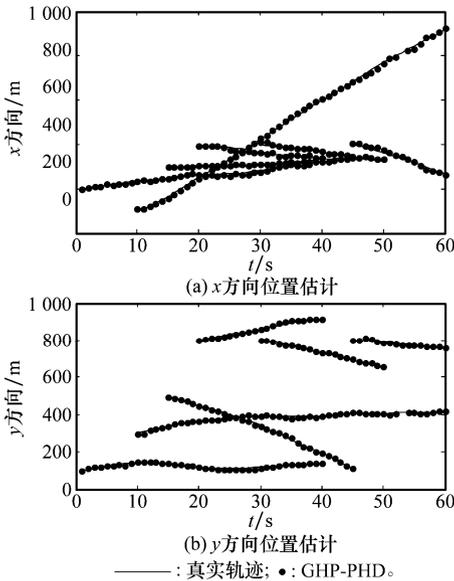


图 2 GHP-PHD 算法位置估计

图 1 和图 2 分别给出了 GMP-PHD 和 GHP-PHD 两种算法单次仿真的状态估计与目标的真实状态对比情况。可以明显看出，本文提出算法 GHP-PHD 比 GMP-PHD 具有较高的状态估计精度。因为 GMP-PHD 算法中高斯粒子滤波过程存在一个累积误差的问题，且建议密度函数中没有考虑最新的观测信息，导致估计状态与真实状态之间存在偏离。尤其是当目标运动持续时间较长时，偏离程度越明显，如图 1 所示，第 10 s 的新生目标 2，在第 30~60 s 时间内，估计状态与目标真实状态之间的偏离程度较为明显。

而对于 GHP-PHD 算法，之所以具有较好的状态估计结果，是由于在滤波过程中，采用了高斯厄米特滤波估计出新的高斯分量，并用其来拟合更好的建议密度函数，充分考虑了最新的观测信息，使得拟合的重要性密度函数更加逼近目标状态的真实后验分布，有效提高了重要性采样的效率，减轻了粒子的退化，从而改善了滤波器的性能，提高了算法的估计精度。此外，式(30)中采用新息协方差 $S_{k|k-1}^i$ 来计算各个粒子的似然函数，也避免了可能由于观测比较准确而导致似然过于尖锐的问题，改善了滤波性能。

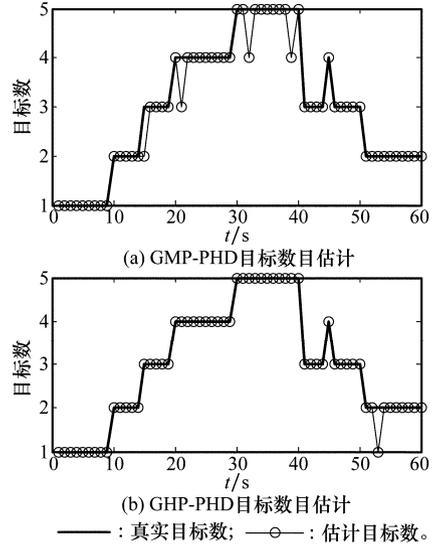


图 3 两种不同算法单次仿真目标数估计

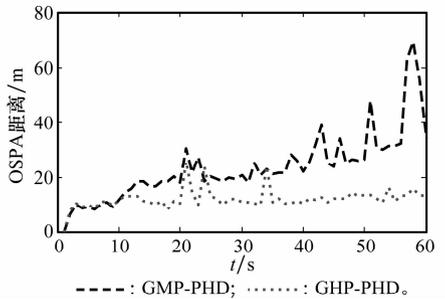


图 4 OSPA 距离比较

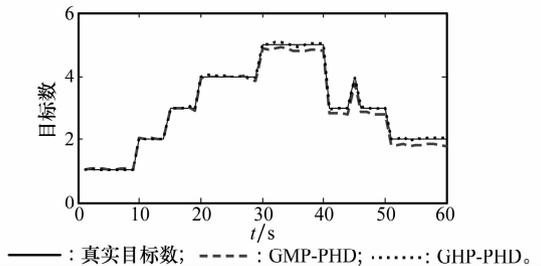


图 5 平均目标数估计

图 3 给出了两种算法单次仿真的目标数估计对比情况。可以看出，由于 GMP-PHD 算法没有考虑量测的最新信息，导致该算法比本文算法存在较多的目标漏跟。图 4 和图 5

分别为两种算法的 100 次蒙特卡罗仿真的统计结果。其中,图 4 为两种算法的 OSPA 脱靶距离比较,图 5 为两种算法对目标数的平均估计。同样可以看出,本文提出算法具有较高的跟踪精度,且算法性能比较稳定,而 GMP-PHD 算法存在部分目标漏估问题,尤其是在 30 s 以后,目标数目估计与真实目标数之间存在较大的偏差,因为该算法中用于重要性采样的建议分布中没有考虑最新的观测信息,和真实后验分布存在一定的偏差,且随着滤波时间的推移,累积误差将越来越大,使得估计状态不准确,从而发生较大偏离。

4 结 论

针对传统 PF-PHD 滤波算法跟踪被动多目标时存在的许多不足,提出一种新的 GHP-PHD 滤波算法,充分考虑采用最新观测信息拟合建议密度函数,并将其融入 GMP-PHD 滤波框架中,同时,在计算粒子的权值时,采用新息协方差来估计似然,避免了滤波过程中似然过于尖锐,有效提高了被动多目标的跟踪精度。100 次蒙特卡罗仿真结果表明,该算法较传统的 GMP-PHD 滤波算法具有更高的状态估计精度和势估计精度。但本文算法的计算代价较高,下一步将考虑如何提高算法的时间运行效率。本文提出算法还可以进一步推广到势 PHD (cardinalized PHP, CPHD)^[21] 滤波框架中,以实现对目标数目更加精确地估计。

参考文献:

- [1] Fortmann T, Bar-Shalom Y, Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1983, 8(3):173-184.
- [2] Blackman S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, 19(1): 5-18.
- [3] Musicki D, Evans R. Joint integrated probabilistic data association: JIPD[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(3): 1093-1099.
- [4] Roecker J. A class of near optimal JPDA algorithms[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(2): 504-510.
- [5] Purank S, Tugnait J K. Tracking of multiple maneuvering targets using multiscan JPDA and IMM filter[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(1): 23-34.
- [6] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152-1178.
- [7] Vo B N, Ma W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [8] Li W L, Jia Y M. Gaussian mixture PHD filter for jump Markov models based on best-fitting Gaussian approximation[J]. *Signal Processing*, 2011, 91(4): 1036-1042.
- [9] Yin J J, Zhang J Q, Zhang Z S. Gaussian sum PHD filtering algorithm for nonlinear non-Gaussian models[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(4): 341-351.
- [10] Zajic T, Mahler R. A particle-systems implementation of the PHD multi-target tracking filter[C]// *Proc. of the SPIE. Signal Processing, Sensor Fusion, and Target Recognition XII*, 2003: 291-299.
- [11] Vo B N, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1224-1245.
- [12] Whiteley N, Singh S, Godsil S. Auxiliary particle implementation of probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1437-1454.
- [13] Clark D, Vo B T, Vo B N. Gaussian particle implementations of probability hypothesis density filters[C]// *Proc. of the IEEE Aerospace Conference*, 2007: 1-11.
- [14] Ouyang C, Ji H B. Weight over-estimation problem in GMP-PHD filter[J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(2): 139-141.
- [15] Wu Y X, Hu D W, Wu M P. A numerical-integration perspective on Gaussian filters[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(8): 2910-2921.
- [16] Ienkanan A, Simon H, Robert J E. Discrete-time nonlinear filtering algorithms using Gauss-Hermite quadrature[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(5): 953-977.
- [17] Ienkanan A, Simon H. Square-root quadrature Kalman filtering[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2589-2593.
- [18] Clark D E, Bell J. Multi-target state estimation and track continuity for the particle PHD filter[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1441-1453.
- [19] Xu B L, Xu H G, Zhu J H. Ant clustering PHD filter for multiple-target tracking[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 11(1):1074-1086.
- [20] Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447-3457.
- [21] Vo B T, Vo B N, Cantoni A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(7):3553-3567.

作者简介:

杨金龙(1981-),男,讲师,博士,主要研究方向为目标跟踪、数据融合、图像处理。

E-mail: yjlgedeng@163.com

姬红兵(1963-),男,教授,博士研究生导师,主要研究方向为多传感器目标跟踪、雷达目标识别与分类、微弱信号检测。

E-mail: hbj@xidian.edu.cn

刘进忙(1958-),男,教授,博士研究生导师,主要研究方向为目标跟踪、雷达网信息处理、传感器组网。

E-mail: liujingmang1@163.com