

不同噪声背景下基于广义斜投影算子的滤波方法

侯慧军^{1,2}, 毛兴鹏^{1,2}, 刘爱军²

(1. 哈尔滨工业大学(威海)通信工程系, 山东 威海 264209;

2. 哈尔滨工业大学电子与信息工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 常规的斜投影(conventional oblique projection, COP)滤波通常假定背景噪声是高斯白噪声,而实际环境中的背景噪声多为色噪声。通过拓展 COP 的概念,得到一类广义斜投影(generalized oblique projection, GOP)算子,提出一种同时适用于白噪声和色噪声背景的最小化干扰约束广义斜投影(minimized interference constrained generalized oblique projection, MIGOP)自适应滤波方法,实现了在不同噪声背景下应用统一的斜投影算子进行滤波,并讨论了 MIGOP 滤波方法与其他各种相关的斜投影滤波方法之间的区别与联系。仿真实验验证了理论分析结果,通过对比不同噪声背景下各种 GOP 滤波方法的性能证实了所提方法的有效性。

关键词: 斜投影; 色噪声; 干扰抑制; 滤波; 线性约束最小方差

中图分类号: TN 957.51

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2013.04.06

Filtering approach based on generalized oblique projection operators under different contaminating noises

HOU Hui-jun^{1,2}, MAO Xing-peng^{1,2}, LIU Ai-jun²

(1. Department of Communication Engineering, Harbin Institute of Technology(Weihai), Weihai 264209, China;

2. School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Conventional oblique projection (COP) filter concentrates on white background noise, whereas the colored noise often shows in real circumstances. Through extending the concept of COP, a generalized oblique projection (GOP) operator is defined and a minimized interference constrained generalized oblique projection (MIGOP) filter technique which can be used in both white and colored noise scenarios is proposed. The filtering operator under different contaminating noises is unified and the relationship between the proposed MIGOP filter and some other kind of oblique projection filtering approaches is also researched. The theoretical analysis is verified by numerical simulations and the effectiveness of the proposed GOP filters is proved in both white and colored noise backgrounds.

Keywords: oblique projection; colored noise; interference suppression; filtering; linearly constrained minimum variance (LCMV)

0 引言

斜投影滤波^[1-11]是自适应信号处理的方法之一,近年来在国内外信号处理领域逐渐引起人们的关注。目前,基于斜投影算子的自适应滤波方法已应用于雷达^[7-9]、移动通信^[10-11]、导航^[12]、图像处理^[13]等诸多领域。

常规的斜投影(conventional oblique projection, COP)滤波方法一般采用高斯白噪声背景假设,它使用由目标信号子空间和干扰信号子空间构造的斜投影滤波算子抑制干

扰,可以无畸变地恢复目标信号。白噪声背景下斜投影滤波方法的关键在于估计干扰空间的正交投影矩阵。在噪声协方差矩阵已被准确估计的基础上,通过对阵列协方差矩阵进行特征值或奇异值分解,可以构造等价的干扰子空间正交投影矩阵^[5-6,9-10,14]。但噪声协方差矩阵估计值若存在偏差,将导致斜投影滤波性能下降。

实际应用环境下的背景噪声多为色噪声^[15,24]。基于线性约束最小方差(linearly constrained minimum variance, LCMV)准则^[16-17]的滤波方法是一种有效的最优自适应滤

收稿日期:2012-03-01; 修回日期:2012-11-05; 网络出版日期:2013-03-28。

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20130328.1440.009.html>

基金项目:国家自然科学基金(61171180);国家重点基础研究发展计划(973计划)(2007CB310606);哈尔滨工业大学科研创新基金(HIT-NSRIF.2011117)资助课题

波技术,可以在不同噪声背景下使用。但是目前可用于色噪声背景下的斜投影滤波方法非常少见。文献[1]提出了一种斜投影算子,用于恢复受色噪声扰动影响的目标信号,但该滤波算子与白噪声背景下使用的 COP 滤波算子结构差异很大。从如何抑制噪声影响的角度出发,文献[18]提出了在色噪声环境下的子空间追踪算法,首先获取噪声子空间和信号子空间,然后构建斜投影算子提取目标信号。该滤波算子与文献[1]采用的斜投影算子等价^[18]。不同的背景噪声下,采用结构不同的斜投影滤波算子,增加了实际应用环境中选取最优滤波算子的难度,限制了斜投影技术的应用。

为了解决色噪声背景下的干扰抑制问题,在 COP 滤波方法和传统的最小方差滤波准则的启发下,本文提出广义斜投影(generalized oblique projection, GOP)的概念,并得到了一种基于多线性约束干扰抑制最小方差准则的最小化干扰约束广义斜投影(minimized interference constrained GOP, MIGOP)滤波方法。该方法从利用噪声的角度出发,将目标信号子空间、干扰信号子空间以及噪声的统计特性有效地加以利用,可同时适用于白噪声和色噪声环境下的自适应滤波,从而避免在不同噪声背景下需要使用不同的斜投影滤波算子的问题。同时,本文还采用了一种无需估计噪声协方差矩阵的方法计算干扰空间的正交投影矩阵,避免在白噪声背景下因噪声协方差矩阵估计存在偏差而导致斜投影滤波性能下降的问题。分析与仿真表明,本文提出的滤波方法在不同的噪声背景下都可以较好地实现干扰抑制,并无失真的恢复目标信号。

1 系统模型

假定有 D 个远场窄带平面波入射到含 M ($M > D$) 个阵元的天线阵,阵元在空间任意排列。进一步假定目标信号个数为 K ($K < D$),则阵列接收到的快拍数据可以表示^[19]为

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^D \mathbf{a}_i s_i(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{G} \mathbf{S}_G(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ 是 M 维的阵列输出数据矢量, $x_m(t)$ 为第 m 个通道的阵列输出数据 ($m=1, 2, \dots, M$); $\mathbf{a}_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iM}]^T$ 是第 i ($i=1, 2, \dots, D$) 个入射波 $s_i(t)$ 的导向矢量; \mathbf{A} 和 \mathbf{G} 分别代表目标信号和干扰信号导向矢量的集合, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K]$, $\mathbf{G} = [\mathbf{a}_{K+1}, \mathbf{a}_{K+2}, \dots, \mathbf{a}_D]$; $\mathbf{S}_A(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$, $\mathbf{S}_G(t) = [s_{K+1}(t), s_{K+2}(t), \dots, s_D(t)]^T$, $\mathbf{S}_A(t)$ 和 $\mathbf{S}_G(t)$ 分别代表 K 个目标信号和 $D-K$ 个干扰信号的时域复包络数据矢量; $\mathbf{n}(t)$ 是 M 维的阵列观测噪声矢量。假定目标信号、干扰信号以及观测噪声彼此互不相关且是零均值的,则阵列观测数据的协方差矩阵可表述为

$$\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{A} \mathbf{R}_A \mathbf{A}^H + \mathbf{G} \mathbf{R}_G \mathbf{G}^H + \mathbf{R}_n \quad (2)$$

式中, $E\{\cdot\}$ 代表求数学期望; $\mathbf{R}_A = E\{\mathbf{S}_A(t)\mathbf{S}_A^H(t)\}$, $\mathbf{R}_G =$

$E\{\mathbf{S}_G(t)\mathbf{S}_G^H(t)\}$, $\mathbf{R}_n = E\{\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)\}$ 分别代表目标信号、干扰信号以及观测噪声的协方差矩阵。若阵列输出加权矢量为 \mathbf{W} ,则阵列加权输出数据可表示为

$$y(t) = \mathbf{W}^H \mathbf{X}(t) \quad (3)$$

滤波权矢量的设计方法多样,常规时延求和方式的窄带滤波权矢量最为简单有效,其加权矢量为^[16-17]

$$\mathbf{W}_g = (\mathbf{A}^H)^H \mathbf{f} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{A}^H = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$; \mathbf{f} 是 K 维的目标信号响应约束矢量^[16]。这种常规的滤波器受干扰影响较大,无法满足实际应用需求,通常需要先对阵列输出数据作线性时不变滤波预处理,然后再加权求和得到阵列波束输出。LCMV 滤波器是比较常用的一种,它的滤波准则是保证滤波器对期望信号的响应为常数的情况下,使阵列输出总功率最小^[16],相应的滤波权矢量为

$$\mathbf{W}_{lcmv} = \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{f} \quad (5)$$

2 基于斜投影算子的滤波方法

2.1 基于 COP 算子的滤波方法

满足幂等特性,但不具备复共轭对称特性的算子统称为斜投影算子。假定合成矩阵 $[\mathbf{B} \ \mathbf{C}]$ 列满秩,且 $\text{Range}(\mathbf{B}) \cap \text{Range}(\mathbf{C}) = \{0\}$,则沿着与值域空间 $\text{Range}(\mathbf{C})$ 平行的方向到值域空间 $\text{Range}(\mathbf{B})$ 的斜投影算子定义为^[1]

$$\mathbf{E}_{BC} = [\mathbf{B} \ \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{B}^H \mathbf{B} & \mathbf{B}^H \mathbf{C} \\ \mathbf{B}^H \mathbf{C} & \mathbf{C}^H \mathbf{C} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^H \\ \mathbf{C}^H \end{bmatrix} = \mathbf{B} (\mathbf{B}^H \mathbf{P}_C^\perp \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^H \mathbf{P}_C^\perp \quad (6)$$

式中, $\mathbf{P}_C^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_C$, $\mathbf{P}_C = \mathbf{C} \mathbf{C}^H$ 分别表示子空间 $\langle \mathbf{C} \rangle$ 的正交投影矩阵和投影矩阵; \mathbf{I} 是单位矩阵。

从标准定义式(6)可以直观地判断出与 \mathbf{E}_{BC} 相应的值域空间 $\text{Range}(\mathbf{B})$ 和零空间 $\text{Range}(\mathbf{C})$ 。为便于描述,称满足斜投影算子定义且可直观的从其标准定义式中判断值域空间和零空间的算子为 COP 算子,基于 COP 算子的斜投影滤波方法称为 COP 滤波。COP 算子具有如下性质^[1-3]

$$\mathbf{E}_{BC} \mathbf{B} = \mathbf{B}; \mathbf{E}_{BC} \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (7)$$

根据系统模型及斜投影算子的定义,使用目标信号子空间 \mathbf{A} 与干扰子空间 \mathbf{G} 构造 COP 算子为

$$\mathbf{E}_{AG} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \quad (8)$$

并定义 COP 滤波权矢量为

$$\mathbf{W}_{op} = (\mathbf{A}^H \mathbf{E}_{AG})^H \mathbf{f} \quad (9)$$

依据阵列加权输出数据表达式(3),COP 滤波可以表述为

$$y(t) = \mathbf{W}_{op}^H \mathbf{X}(t) = \mathbf{f}^H \mathbf{A}^H (\mathbf{E}_{AG} \mathbf{A} \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{E}_{AG} \mathbf{G} \mathbf{S}_G(t) + \mathbf{E}_{AG} \mathbf{n}(t)) = \mathbf{W}_g^H (\mathbf{A} \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{E}_{AG} \mathbf{n}(t)) = \mathbf{f}^H \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{W}_{op}^H \mathbf{n}(t) \quad (10)$$

2.2 基于 GOP 算子的滤波方法

与 COP 算子相区别,称满足斜投影算子定义但不能从其标准定义式直接判断值域空间或零空间的算子为 GOP 算子,对应的滤波方法统称为 GOP 滤波。考虑如下多线性

约束干扰抑制最小方差准则

$$\min_w \mathbf{W}^H \mathbf{R}_X \mathbf{W} \quad (11)$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{W}^H \mathbf{A} = \mathbf{f}^H \\ \mathbf{W}^H \mathbf{G} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (12)$$

即在保证滤波器对期望信号的响应为常数以及完全消除干扰信号的条件使得阵列的输出总功率最小。根据式(2)，在约束条件式(12)下，假定目标信号功率确定，则式(11)可等价变换为

$$\min_w \mathbf{W}^H \mathbf{R}_n \mathbf{W} \quad (13)$$

或

$$\min_w \mathbf{W}^H \mathbf{R}_m \mathbf{W} \quad (14)$$

依据该准则的约束条件可知 $\mathbf{W} \in \langle \mathbf{G} \rangle^\perp$ 。所以，期望信号在干扰子空间的投影 $\mathbf{P}_G \mathbf{A}$ 与加权矢量 \mathbf{W} 正交， $\mathbf{W}^H \mathbf{P}_G \mathbf{A} = \mathbf{0}$ ， $\mathbf{W}^H \mathbf{A} = \mathbf{W}^H (\mathbf{P}_G^\perp + \mathbf{P}_G) \mathbf{A} = \mathbf{W}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A} = \mathbf{f}^H$ 。故约束条件表达式(12)等价于

$$\text{s. t. } \begin{cases} \mathbf{W}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A} = \mathbf{f}^H \\ \mathbf{W} \in \langle \mathbf{G} \rangle^\perp \end{cases} \quad (15)$$

根据拉格朗日乘子法构造代价函数为

$$g(\mathbf{W}) = \frac{1}{2} \mathbf{W}^H \mathbf{R}_n \mathbf{W} + \lambda^H [\mathbf{f} - (\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^H \mathbf{W}] \quad (16)$$

式中， λ 为代价引子。假定 \mathbf{R}_n 为非奇异的正定矩阵，对权矢量 \mathbf{W} 求偏导，并令偏导数等于零，得

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A} \lambda \quad (17)$$

根据约束条件 $\mathbf{W} \in \langle \mathbf{G} \rangle^\perp$ ，权矢量 \mathbf{W} 在子空间 $\langle \mathbf{G} \rangle^\perp$ 的投影等于其自身，即

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A} \lambda \quad (18)$$

将式(18)代入到约束条件 $\mathbf{W}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A} = \mathbf{f}^H$ ，得到多线性约束干扰抑制最小方差准则下的最优权矢量

$$\mathbf{W}_{\text{gop}} = (\mathbf{A}^\dagger \mathbf{\Gamma})^H \mathbf{f} \quad (19)$$

式中

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \quad (20)$$

根据广义斜投影算子的定义， $\mathbf{\Gamma}$ 是一种 GOP 算子，且 $\mathbf{\Gamma}$ 满足如下性质

$$\mathbf{\Gamma} \mathbf{A} = \mathbf{A}, \mathbf{\Gamma} \mathbf{G} = \mathbf{0} \quad (21)$$

相应地，称式(19)为 GOP 滤波权矢量。为便于描述，本文称 $\mathbf{\Gamma}$ 为 MIGOP 算子。根据阵列加权输出数据表达式(3)以及式(19)，MIGOP 滤波可以表述为

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{X}(t) = \mathbf{f}^H \mathbf{A}^\dagger (\mathbf{I} \mathbf{A} \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{I} \mathbf{G} \mathbf{S}_G(t) + \\ \mathbf{I} \mathbf{n}(t)) &= \mathbf{W}_g^H (\mathbf{A} \mathbf{S}_A(t) + \mathbf{I} \mathbf{n}(t)) = \mathbf{f}^H \mathbf{S}_A(t) + \\ &\quad \mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

式(10)与式(22)表明，(广义)斜投影滤波器的实质是基于(广义)斜投影算子的干扰抑制器与常规窄带滤波器的级联。斜投影起到抑制干扰的预滤波处理作用，可以对干扰信号完全抑制并无畸变的恢复目标信号。

2.3 MIGOP 滤波权矢量的等价形式

在多线性约束干扰抑制最小方差准则下，式(13)是在

目标信号功率非时变前提下，对最小阵列输出总功率表达式(11)的等价变换，实际上可以直接依据式(11)或其等价变换式(14)，结合约束条件式(15)，采用拉格朗日乘子法得出相同形式的最优滤波权矢量及相应的广义斜投影算子 $\mathbf{\Gamma}_1$ 和 $\mathbf{\Gamma}_2$ 。

$$\mathbf{\Gamma}_1 = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_X^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \quad (23)$$

$$\mathbf{\Gamma}_2 = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \quad (24)$$

式中， $\mathbf{R}_m = \mathbf{G} \mathbf{R}_g \mathbf{G}^H + \mathbf{R}_n$ 代表干扰噪声协方差矩阵。实际应用中，复杂的电磁环境下可能会出现病态噪声协方差矩阵或难以有效估计 \mathbf{R}_n ，导致无法计算 $\mathbf{\Gamma}$ 。此时可依据实际应用环境获取干扰噪声协方差矩阵，选取 $\mathbf{\Gamma}_2$ 替代 $\mathbf{\Gamma}$ ；若只能计算出 \mathbf{R}_X ，则可用 $\mathbf{\Gamma}_1$ 替代 $\mathbf{\Gamma}$ 。

根据式(20)~式(24)可知，滤波算子 $\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Gamma}_1$ 和 $\mathbf{\Gamma}_2$ 对目标与干扰信号的作用是相同的，区别在于对阵列观测噪声的影响略有不同。为便于分析，假定目标信号为单信号源， $K=1, \mathbf{f}=1$ ，则 MIGOP 滤波后的残余噪声为

$$n'(t) = \mathbf{W}_{\text{gop}}^H n(t) = \frac{\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp}{\|\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A}\|_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}}^2} n(t) \quad (25)$$

式中， $\tilde{\mathbf{R}}$ 统一指代 MIGOP 滤波算子 $\mathbf{\Gamma}, \mathbf{\Gamma}_1$ 和 $\mathbf{\Gamma}_2$ 分别所用的协方差矩阵 $\mathbf{R}_n, \mathbf{R}_X$ 和 \mathbf{R}_m 。对任意 $M \times 1$ 的非零向量 \mathbf{x} 及 $M \times M$ 的矩阵 \mathbf{Q} ，加权 Frobenius 范数 $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{Q}}^2 \triangleq \mathbf{x}^H \mathbf{Q} \mathbf{x}$ 。由于 $n(t)$ 为零均值随机过程，所以 $n'(t)$ 的均值和方差为

$$\begin{aligned} E\{n'(t)\} &= \\ (\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp E\{n(t)\} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{var}\{n'(t)\} &= \frac{\mathbf{A}^H \mathbf{P}_G^\perp \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_n \mathbf{P}_G^\perp \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A}}{\|\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A}\|_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}}^4} = \\ &= \frac{\|\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A}\|_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{R}_n \mathbf{P}_G^\perp}^2}{\|\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{A}\|_{\tilde{\mathbf{R}}^{-1}}^4} \end{aligned} \quad (27)$$

经 MIGOP 滤波后，在干扰的补空间内实现了噪声白化，使广义斜投影滤波适用于色噪声环境。

3 广义斜投影滤波权矢量的计算

假定目标信号的导向矢量 \mathbf{A} 已知^[15, 21, 24-25]，如果干扰信号的导向矢量 \mathbf{G} 也能准确估计出来，则可直接依据斜投影的定义计算滤波权矢量。在真实复杂电磁环境下往往难以有效地估计干扰参数，此时可依据不同的噪声背景采用适当的方法估计广义斜投影滤波权矢量。

3.1 白噪声背景

计算白噪声背景下的 COP 滤波权矢量关键在于求解干扰子空间的正交投影矩阵 \mathbf{P}_G^\perp 。现有计算方法都要求估计噪声协方差矩阵^[5-6, 9-10, 14]。为了避免因噪声方差估计不准而导致滤波性能恶化，本文采用一种无需估计噪声协方差矩阵的干扰空间投影矩阵计算方法。

任取第 l ($l \in \{1, 2, \dots, M\}$) 个通道的输出数据，计算其与其他通道输出数据的互相关矩阵

$$\mathbf{R}_{m, \tau_l}(\tau) = E \left\{ x_m \left(t + \frac{\tau}{2} \right) x_l^* \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} = \sum_{j=1}^D \mathbf{R}_{j, \tau_l}(\tau) a_{mj} a_{lj}^* \quad (28)$$

式中, $\mathbf{R}_{s_i}(\tau) = E\{s_i(t+\tau/2)s_i^*(t-\tau/2)\} (m=1, 2, \dots, M, \tau \neq 0)$ 。式(28)的矢量化表述为

$$\mathbf{Z}(\tau) = [\mathbf{R}_{s_1}(\tau), \mathbf{R}_{s_2}(\tau), \dots, \mathbf{R}_{s_M}(\tau)]^T = \mathbf{A}\mathbf{R}_{s_A}(\tau) + \mathbf{G}\mathbf{R}_{s_G}(\tau) \quad (29)$$

$$\mathbf{R}_{s_A}(\tau) = [\mathbf{R}_{s_1}(\tau), \dots, \mathbf{R}_{s_K}(\tau)]^T \quad (30)$$

$$\mathbf{R}_{s_G}(\tau) = [\mathbf{R}_{s_{K+1}}(\tau), \dots, \mathbf{R}_{s_D}(\tau)]^T \quad (31)$$

记 $\mathbf{P}_a(\tau) = E\{\mathbf{R}_{s_A}(\tau)\mathbf{R}_{s_A}^H(\tau)\}$, $\mathbf{P}_g = E\{\mathbf{R}_{s_G}(\tau)\mathbf{R}_{s_G}^H(\tau)\}$, 则查 $\mathbf{R}_z = E\{\mathbf{Z}(\tau)\mathbf{Z}^H(\tau)\} = \mathbf{A}\mathbf{P}_a\mathbf{A}^H + \mathbf{G}\mathbf{P}_g\mathbf{G}^H \quad (32)$

定义矩阵 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{P}_a^{-1}\mathbf{R}_z = \mathbf{P}_a^{-1}\mathbf{G}\mathbf{P}_g\mathbf{G}^H$, 对 \mathbf{R}_1 作奇异值分解, 得

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{U} \begin{bmatrix} \Delta & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}_1 \ \mathbf{V}_2]^H \quad (33)$$

式中, \mathbf{U} 是矩阵 \mathbf{R}_1 的左奇异向量; $\Delta = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{D-K})$, σ_l 为第 l ($l=1, 2, \dots, D-K$) 个非零奇异值, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{D-K}$; \mathbf{V}_1 与 \mathbf{V}_2 分别对应矩阵 \mathbf{R}_1 的前 $D-K$ 列和后 $M-D+K$ 列右奇异向量。则存在可逆矩阵 Φ 使 $\mathbf{G} = \mathbf{V}_1\Phi$, 从而

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_G^{-1} &= \mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^H\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^H = \mathbf{I} - \\ &(\mathbf{V}_1\Phi)(\Phi^H\mathbf{V}_1^H\mathbf{V}_1\Phi)^{-1}\Phi^H\mathbf{V}_1^H = \mathbf{I} - \mathbf{V}_1\mathbf{V}_1^H = \mathbf{V}_2\mathbf{V}_2^H \end{aligned} \quad (34)$$

使用式(23)及式(34)可求出 MIGOP 算子, 再结合式(19)即可计算出广义斜投影滤波权矢量。

3.2 色噪声背景

处理色噪声情况下的滤波, 假定噪声协方差矩阵 \mathbf{R}_n 已经预先采用适当的方法^[21-22]准确估计。考虑矩阵

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{P}_A^{-1}(\mathbf{R}_X - \mathbf{R}_n) = \mathbf{P}_A^{-1}\mathbf{G}\mathbf{R}_G\mathbf{G}^H \quad (35)$$

对矩阵 \mathbf{R}_2 作奇异值分解, 并采用式(33)和式(34)同样的处理方法, 同理可求 \mathbf{P}_G^{-1} 。结合式(20)或式(23)和式(24)便可计算出 MIGOP 算子。最后, 采用式(19)得出广义斜投影滤波权矢量。

3.3 基于广义斜投影算子的滤波方法总结

根据上述原理分析和计算方法, 基于广义斜投影算子的滤波方法的具体步骤总结如下:

步骤 1 计算阵列观测数据的协方差矩阵 \mathbf{R}_X ;

步骤 2 根据噪声背景和先验信息的不同, 对矩阵 \mathbf{R}_1 或 \mathbf{R}_2 作奇异值分解, 求出 \mathbf{P}_G^{-1} ;

步骤 3 根据式(20)、式(23)和式(24)选取合适的广义斜投影算子 Γ 、 Γ_1 或 Γ_2 , 计算广义斜投影滤波权矢量 \mathbf{W}_{gop} ;

步骤 4 依据式(3)计算阵列加权输出数据, 即可估计出目标信号。

4 广义斜投影滤波方法比较

4.1 斜投影滤波方法之间的联系

在平稳的高斯白噪声背景下, $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2\mathbf{I}$, 其中, σ_n^2 是噪声方差, 此时

$$\Gamma = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{P}_G^{-1}\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{P}_G^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H\mathbf{P}_G^{-1}\mathbf{R}_n^{-1}\mathbf{P}_G^{-1} =$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{P}_G^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H\mathbf{P}_G^{-1} = \mathbf{E}_{AG} \quad (36)$$

故 COP 滤波是 MIGOP 滤波在平稳高斯白噪声背景下的特例, 两者都属于 GOP 滤波。MIGOP 滤波算子 Γ 将目标、干扰及噪声特性有效地加以利用, 把白噪声背景下使用的 COP 滤波方法拓展到了色噪声领域, 实现了不同噪声背景下应用统一的斜投影算子进行斜投影滤波。

根据 LCMV 滤波权矢量表达式(5)及矩阵之和的 Sherman-Morrison-Woodbury 求逆公式^[23]可得

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X^{-1} &= (\mathbf{R}_m + \mathbf{A}\mathbf{R}_a\mathbf{A}^H)^{-1} = \\ \mathbf{R}_m^{-1} - \mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_X^{-1}\mathbf{A} &= \mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}) = \\ &\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\mathbf{A}^H\mathbf{R}_X^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} + \mathbf{R}_a\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1} \quad (39)$$

因此, LCMV 滤波权矢量可以改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{lcmv}} &= \mathbf{R}_X^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{R}_X^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{f} = \\ &\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{f} = (\mathbf{A}^H\mathbf{E})\mathbf{f} \end{aligned} \quad (40)$$

其中

$$\mathbf{E} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H\mathbf{R}_m^{-1} \quad (41)$$

式(40)与 GOP 滤波权矢量式(19)具有类似的表达形式。根据广义斜投影算子的定义, 不难证明 \mathbf{E} 是一种 GOP 算子。

在色噪声背景下, 文献[1]提出的滤波算子与本文推导出的 GOP 算子 \mathbf{E} 的表达式完全相同。而文献[18]与文献[1]所用滤波算子等价^[18]。因此, LCMV、文献[1]和文献[18]给出的滤波方法等价, 且都属于 GOP 滤波。

4.2 斜投影滤波方法之间的区别

文献[1]给出的色噪声背景下的斜投影滤波器在白噪声背景下的性能逼近 COP 滤波器^[1], 但是它与白噪声背景下广泛使用的 COP 滤波算子结构差异较大。针对不同的噪声背景, 使用斜投影滤波需要构造不同的斜投影滤波算子, 实现起来比较困难。

MIGOP 滤波器、COP 滤波器和 LCMV 滤波器的本质差异在于所用 GOP 滤波算子不同: COP 滤波器使用由信号空间和干扰子空间构造的常规斜投影算子, MIGOP 滤波器采用最小化干扰约束下意义下的广义斜投影算子, 而 LCMV 滤波器采用的是最大似然和最小方差无偏估计意义下的广义斜投影算子。

鉴于 COP 滤波是 MIGOP 滤波的特例, 且色噪声背景下, 文献[1]方法与 LCMV 滤波方法等价, 下面以 MIGOP 和 LCMV 为基础比较这两类滤波方法的性能。

LCMV 滤波使用的线性约束最小方差准则本质上属于最大信号干扰噪声比(signal to interference plus noise ratio, SINR)准则^[16-17]; 而 MIGOP 滤波所采用的多线性约束干扰抑制最小方差准则属于多线性最小方差准则的一种, 可以在式(12)约束条件下使得输出 SINR 和信干比(signal to interference ratio, SIR)最大。本文以输出 SINR 为主要指标, 并以输出 SIR 作为辅助, 衡量二者的滤波性能。

MIGOP 滤波的输出信号干扰噪声比为

$$\text{SINR} = \frac{\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{R}_n \mathbf{W}_{\text{gop}}}{\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{R}_m \mathbf{W}_{\text{gop}}} = \frac{(\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{A}) \mathbf{R}_n (\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{A})^H}{\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{R}_m \mathbf{W}_{\text{gop}}} \quad (42)$$

由于 \mathbf{R}_n 为非奇异正定矩阵, 可设其 Cholesky 分解为 $\mathbf{R}_n = \mathbf{L}\mathbf{L}^H$ 。其中, \mathbf{L} 为 $M \times M$ 的下三角矩阵。令 $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{L}^H \mathbf{W}_{\text{gop}}$, $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{A}$, $\tilde{\mathbf{R}}_n = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{R}_n \tilde{\mathbf{A}}^H$, 则

$$\text{SINR} = \frac{(\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{A}) \mathbf{R}_n (\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{A})^H}{\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{L} \mathbf{L}^H \mathbf{W}_{\text{gop}}} = \frac{\boldsymbol{\omega}^H \tilde{\mathbf{R}}_n \boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega}} \leq \lambda_{\max} \quad (43)$$

式中, λ_{\max} 为矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_n$ 的最大特征值。为分析方便, 不妨假定 $K=1, f=1$, 期望信号的功率为 σ_a^2 , 则

$$\text{SINR} = \frac{\sigma_a^2}{\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{R}_m \mathbf{W}_{\text{gop}}} = \sigma_a^2 \frac{\|\tilde{\mathbf{A}}^H \boldsymbol{\omega}\|^2}{\|\boldsymbol{\omega}\|^2} \leq \sigma_a^2 \frac{\|\boldsymbol{\omega}\|^2 \|\tilde{\mathbf{A}}\|^2}{\|\boldsymbol{\omega}\|^2} = \sigma_a^2 \mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A} \quad (44)$$

因此, MIGOP 滤波输出 SINR 上界为

$$\text{SINR}_{\max} = \sigma_a^2 \mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A} \quad (45)$$

特别的, 在同条件下, 如果是平稳高斯白噪声背景, 则 MIGOP 滤波器输出信号干扰噪声比为

$$\text{SINR}_1 = \frac{\sigma_a^2 \|\mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{A}\|^2}{\sigma_n^2 \mathbf{W}_{\text{gop}}^H \mathbf{W}_{\text{gop}}} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_n^2} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_G \mathbf{A} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_n^2} [\mathbf{A}^H \mathbf{A} - \mathbf{A}^H \mathbf{G} (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{A}] \quad (46)$$

此种情况下, LCMV 准则下滤波器的输出信号干扰噪声比为

$$\text{SINR}_2 = \frac{\sigma_a^2 \|\mathbf{W}_{\text{lcmv}}^H \mathbf{A}\|^2}{\mathbf{W}_{\text{lcmv}}^H \mathbf{R}_m \mathbf{W}_{\text{lcmv}}} = \sigma_a^2 \mathbf{A}^H \mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{A} = \frac{\sigma_a^2}{\sigma_n^2} [\mathbf{A}^H \mathbf{A} - \mathbf{A}^H \mathbf{G} (\mathbf{G}^H \mathbf{G} + \sigma_n^2 \mathbf{R}_n^{-1})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{A}] \quad (47)$$

对比式(46)和式(47), 易知, 在平均干扰噪声比较大的情况下 $\text{SINR}_1 \approx \text{SINR}_2$, 此时 MIGOP 滤波性能近似等于 LCMV 滤波的性能。当目标信号子空间与干扰信号子空间正交时, 二者同时取得输出信号干扰噪声比上界 $\text{SINR}_{\max} = \sigma_a^2 / \sigma_n^2 \mathbf{A}^H \mathbf{A}$ 。

当平均干扰噪声比较小的时候, 有 $\text{SINR}_1 \leq \text{SINR}_2$ 。这主要是因为: MIGOP 滤波方法和 LCMV 滤波方法虽然同属于广义斜投影滤波, 但二者所采用的准则有所差异。相比 LCMV 滤波准则, MIGOP 滤波准则增添了完全抑制干扰的约束条件。LCMV 滤波实质是使得输出 SINR 最大, 而 MIGOP 滤波可使得输出 SIR 和输出 SINR 同时获得最大值。从滤波后输出信号成分角度考虑, LCMV 滤波后的干扰分量依然可以很大, 而 MIGOP 滤波后不含干扰分量。

5 计算机仿真结果

考虑 $M=10$ 的均匀圆形阵列, $R \approx 0.8\lambda$, 其中 λ 为窄带入射波载波波长。选用 6 个互不相关的入射信号, 它们的仰角、方位角分别为 $(10^\circ, 225^\circ)$ 、 $(30^\circ, 30^\circ)$ 、 $(60^\circ, 60^\circ)$ 、 $(44^\circ, 125^\circ)$ 、 $(45^\circ, 270^\circ)$ 、 $(78^\circ, 250^\circ)$; 分别在白噪声、非平稳噪声和相关色噪声下仿真验证本文的理论分析。

非平稳噪声下, 假定噪声协方差矩阵^[24]为

$$\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \text{diag}\{[1, 1.2, 4, 12, 11, 3, 5, 0.4, 10, 2]\} \quad (48)$$

相关色噪声下仿真所用噪声协方差矩阵^[25]的第 m 行第 l 列的元素记为 R_{ml} , 则

$$[R_{ml}] = \sigma_n^2 \cdot \rho^{|m-l|} \cdot \exp(j\varphi(m-l)) \quad (49)$$

式中, 相关系数 $\rho=0.9$; 相位因子 $\varphi=\pi/3(m, l=1, 2, \dots, M)$ 。不同噪声背景下的信噪比(signal to noise ratio, SNR) 统一定义为

$$\text{SNR} = 10 \lg \left(\frac{M\sigma_a^2}{\text{trace}(\mathbf{R}_n)} \right) \quad (50)$$

图 1 是传统的 LCMV 滤波方法与文献[1]方法在不同噪声背景下的滤波性能仿真曲线对比, 仿真所用 SNR=10 dB。仿真表明, 无论背景噪声是白噪声还是色噪声, 在相同的噪声背景下, LCMV 滤波方法与文献[1]提出的滤波方法性能都相同, 从而证实了两种滤波方法的等价性。

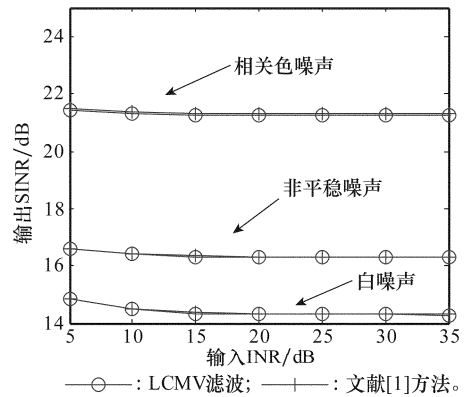


图 1 不同噪声背景下输出 SINR 随输入 INR 的变化曲线

图 2 为高斯白噪声背景下 COP 滤波与 MIGOP 滤波性能比较曲线图。分别采用 Γ_1, Γ_2 仿真验证 MIGOP 的滤波性能, 仿真中 SNR=10 dB。仿真结果表明: 在白噪声背景下, COP 滤波与 MIGOP 滤波效果近似相同。从而验证了白噪声背景下 COP 滤波与 MIGOP 滤波效果的一致性。

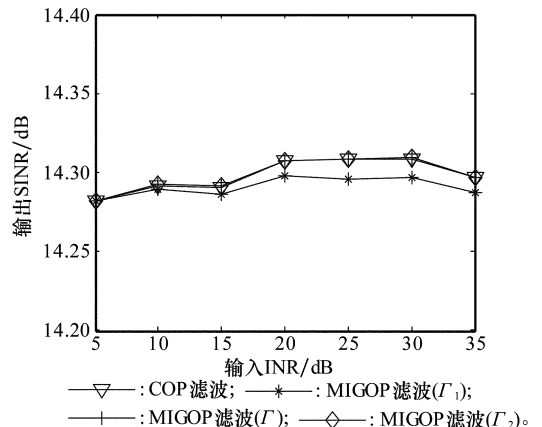


图 2 COP 滤波与 MIGOP 滤波在白噪声背景下的输出 SINR 变化曲线

图 3 和图 4 分别在非平稳噪声背景和相关色噪声背景下比较了不同滤波方法的滤波性能。SNR=10 dB, 鉴于实

际环境中获取协方差矩阵 R_x 或 R_m 比估计噪声协方差矩阵 R_n 容易, 本文采用广义斜投影算子 Γ_1 和 Γ_2 检验 MIGOP 滤波性能。不难看出, 在色噪声背景下, 使用 MIGOP 滤波方法可以带来比采用 COP 滤波更大的性能改善。与 COP 滤波相比, MIGOP 滤波在色噪声背景环境下滤波性能更好。进一步对比 MIGOP 滤波与 LCMV 滤波效果, 可以看出, 在高 INR 下, 二者的滤波性能相当。但是在低 INR 下, LCMV 滤波比 MIGOP 滤波以及 COP 滤波输出 SINR 略高。这一仿真结论与本文的理论分析结果相符合。

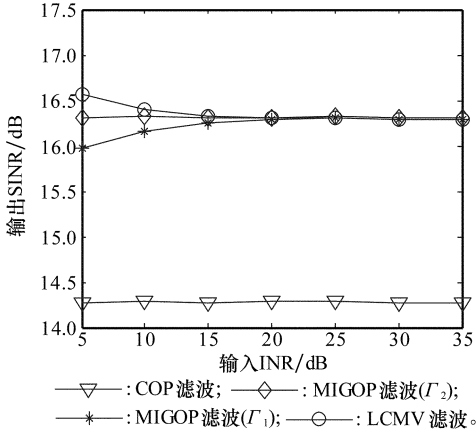


图 3 非平稳噪声背景下的输出 SINR 比较曲线

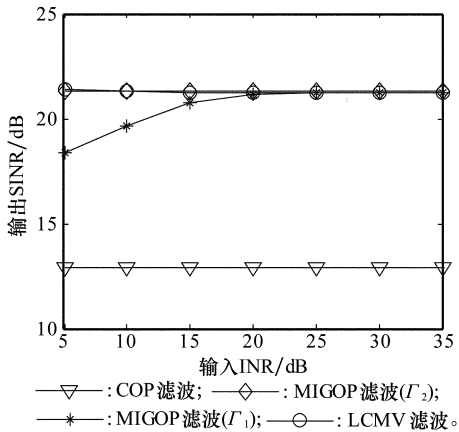


图 4 相关色噪声背景下的输出 SINR 比较曲线

图 5 为非平稳噪声背景下不同滤波方法输出 SIR 随输入 INR 的变化曲线图, 所用仿真条件与图 3 相同。从图 5 中可以发现, 在低 INR 条件下, MIGOP 滤波可以获得较高的输出 SIR。

综合分析图 3 和图 5 可以发现, LCMV 滤波与 MIGOP 滤波虽然都属于广义斜投影滤波, 但前者在低 INR 下可以获得略高的输出 SINR, 而后者可以获得较高的输出 SIR。这主要是因为二者所采用的准则不同。相比 LCMV 滤波准则, MIGOP 滤波准则增添了完全抑制干扰的约束条件。因此无论输入 INR 高低, MIGOP 滤波后都能使得输出 SIR 很高。

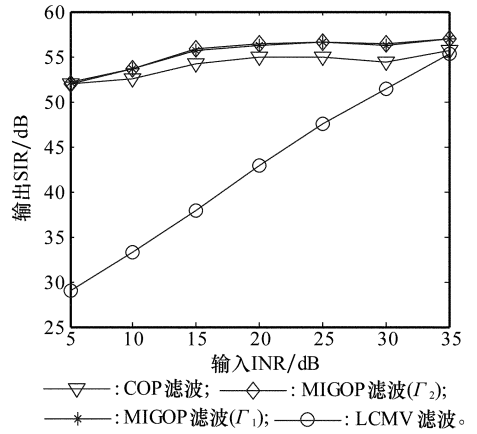


图 5 非平稳噪声背景下不同滤波器输出 SIR 变化曲线图

6 结论

本文首先引入了 GOP 滤波的概念, 并提出了一种 MIGOP 滤波器, 然后讨论了其与各种相关的斜投影滤波方法之间的区别和联系。研究表明, MIGOP 滤波方法将目标信号子空间、干扰信号子空间及噪声统计特性有效地加以利用, 实现了白噪声和色噪声环境下应用统一的斜投影算子进行斜投影滤波。其实质是使用基于广义斜投影算子的干扰抑制器与常规窄带滤波器的级联, 斜投影起到抑制干扰的预滤波处理作用, 最终无畸变的恢复目标信号。

参考文献:

- [1] Behrens R T, Scharf L L. Signal processing applications of oblique projection operators [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1994, 42(6): 1413 - 1424.
- [2] Rao C R, Yanai H. General definition and decomposition of projectors and some applications to statistical problems[J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 1979, 3(1): 1 - 17.
- [3] Hou H J, Mao X P, Li S B. A generalized oblique projection operator for interference suppression under colored noise[C] // *Proc. of the IEEE Radar Conference*, 2012: 687 - 692.
- [4] Stewart G W. On the numerical analysis of oblique projectors[J]. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 2011, 32(1): 309 - 348.
- [5] Scharf L L, McCloud M L. Blind adaptation of zero forcing projections and oblique pseudo-inverses for subspace detection and estimation when interference dominates noise [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(12): 2938 - 2946.
- [6] Boyer R. Oblique projection for source estimation in a competitive environment: algorithm and statistical analysis[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(12): 2547 - 2554.
- [7] Zhang Q Y, Cao B, Wang J, et al. Polarization filtering technique based on oblique projections[J]. *Science China: Information Sciences*, 2010, 53(5): 1056 - 1066.
- [8] Mao X P, Liu A J, Deng W B, et al. An oblique projecting polarization filter[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2010, 38(9): 2003 -

2008. (毛兴鹏, 刘爱军, 邓维波, 等. 斜投影极化滤波器[J]. 电子学报, 2010, 38(9): 2003-2008.)
- [9] Mao X P, Liu A J, Hou H J. Oblique projection polarisation filtering for interference suppression in high-frequency surface wave radar[J]. *IET Radar, Sonar and Navigation*, 2012, 6(2): 71-80.
- [10] McCloud M L, Scharf L L. Interference estimation with applications to blind multiple-access communication over fading channels [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2000, 46(3): 947-961.
- [11] Wu C H. The precoder design for intrablock MMSE equalization and block delay detection with a modified oblique projection framework [J]. *IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(2), 829-832.
- [12] Cui Y, Liu K H, Wang J F. Direction-of-arrival estimation for coherent GPS signals based on oblique projection[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(1): 294-299.
- [13] Hu Y, Zhang X, Zhu F, et al. Image recognition using iterative oblique projection [J]. *Electronics Letters*, 2005, 41(20): 1109-1110.
- [14] Boyer R, Bouleux G. Oblique projections for direction-of-arrival estimation with prior knowledge[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(4): 1374-1387.
- [15] Pesavento M, Gershman A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(7): 1310-1324.
- [16] Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering[J]. *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, 1988, 5(2): 4-24.
- [17] Singh H, Jha R M. Trends in adaptive array processing[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2012. doi:10.1155/2012/361768.
- [18] Chen M H, Wang Z Y. Subspace tracking in colored noise based on oblique projection[C] // *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2006: 556-559.
- [19] Lee T S, Lin T T. Coherent interference suppression with complementally transformed adaptive beamformer[J]. *Proc. of the IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1998, 46(5): 609-617.
- [20] Yeh C C, Wang W D. Coherent interference suppression by an antenna array of arbitrary geometry[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1989, 37(10): 1317-1322.
- [21] Liu L T, Si X C, Wang L G. Source number and noise estimation based on factor analysis[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2011, 39(4): 837-841. (刘鲁涛, 司锡才, 王立国. 基于因子分析的信源数与噪声估计[J]. 电子学报, 2011, 39(4): 837-841.)
- [22] Le Cadre J P. Parametric methods for spatial signal processing in the presence of unknown colored noise field [J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(7): 965-983.
- [23] Deng C Y. A generalization of the Sherman-Morrison-Woodbury formula[J]. *Applied Mathematics Letters*, 2011, 24(9): 1561-1564.
- [24] Seghouane A. A Kullback-Leibler methodology for unconditional ML DOA estimation in unknown nonuniform noise[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(4): 3012-3021.
- [25] Reilly J P, Wong K M. Estimation of the directions of arrival of signals in unknown correlated noise-part II: asymptotic behavior and performance of the MAP approach[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1992, 40(8): 2018-2028.

作者简介:

侯慧军(1987-),男,博士研究生,主要研究方向为自适应阵列处理。
E-mail:hjhou@hit.edu.cn

毛兴鹏(1972-),男,教授,博士,主要研究方向为电子侦察与电子对抗、弱信号检测、雷达信号处理。
E-mail:mxp@hit.edu.cn

刘爱军(1971-),男,副教授,博士,主要研究方向为极化信号处理、雷达信号处理。
E-mail:mylaj@hitwh.edu.cn