

LMS 自适应滤波算法在 FOG 数据处理中的应用

王立辉¹, 孙 枫¹, 季 强², 郝燕玲¹

(1. 哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 沈阳飞机设计研究所综航部, 辽宁 沈阳 110035)

摘要: 针对光纤陀螺(fiber optic gyroscope, FOG)输出数据的随机噪声问题, 提出将变步长最小均方(least mean square, LMS)自适应滤波算法应用于 FOG 数据处理中。根据 FOG 数据特点, 构造变步长 LMS 自适应滤波器, 对 FOG 输出数据进行实时预处理, 自动地调节参数, 达到降低 FOG 随机漂移及角度随机游走的目的。采用 Allan 方差对滤波前后的 FOG 数据进行分析, 结果表明所提出的算法在 FOG 数据处理中效果明显, 可以优化 FOG 的零偏稳定性 $0.019(^{\circ})/h$ 及角度随机游走 $0.0015(^{\circ})/h^{1/2}$ 。

关键词: 数据处理; 滤波; 光纤陀螺; 变步长最小均方算法

中图分类号: V 241.5

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.05.036

Application of LMS adaptive filtering algorithm in FOG data processing

WANG Li-hui¹, SUN Feng¹, JI Qiang², HAO Yan-ling¹

(1. Coll. of Automation, Harbin Engineering Univ., Harbin 150001, China;

2. Dept. of Integrated Avionics, Shenyang Aircraft Design Inst., Shenyang 110035, China)

Abstract: Aimed at the problem of random noises in the output of data of fiber optic gyroscope (FOG), the variable step size LMS (VLMS) adaptive filtering algorithm is applied to FOG data processing. A VLMS filter is constructed on the basis of the characteristics of FOG data, which can pretreat the FOG data in real time and adjust its parameters automatically. The FOG's performance of bias stability (BS) and angle random walk (ARW) is enhanced by using the VLMS filter. The allan variance analysis of the pre-and post-filtered FOG data shows that the VLMS algorithm is effective in disposing FOG output data, it can be used in optimizing the characteristic indexes of FOG BS by $0.019^{\circ}/h$ and ARW by $0.0015^{\circ}/h^{1/2}$.

Keywords: data processing; filtering; fiber optic gyroscope; variable-step least-mean-square algorithm

0 引言

光纤陀螺(fiber optic gyroscope, FOG)的随机漂移是影响其捷联惯导系统性能的主要因素之一, 为了抑制捷联惯导系统中 FOG 的随机漂移, 通常采用 FOG 的随机漂移模型及卡尔曼滤波方法对 FOG 的输出数据进行递推式滤波, 这种方法的前提是 FOG 随机漂移模型是固定的^[1-2]。实际中, FOG 数据处理系统中包含了探测器散粒噪声、光源相对强度噪声、光纤热相位噪声、电路噪声和环境噪声, 这些噪声是时变的^[3], 且没有准确的统计特性, 采用固定的随机漂移模型不能达到抑制 FOG 随机漂移这一目的; 必须结合环境变量, 实时地在线进行数据处理, 形成时变的拟合模型及辨识参数, 以准确地补偿 FOG 的随机漂移。

自适应滤波器针对 FOG 输出数据特点, 随信号特点的变化而采取相应的措施, 在 FOG 信号滤波方面有很强的优

势, 采用自适应滤波算法的 FOG 结构图如图 1 所示。

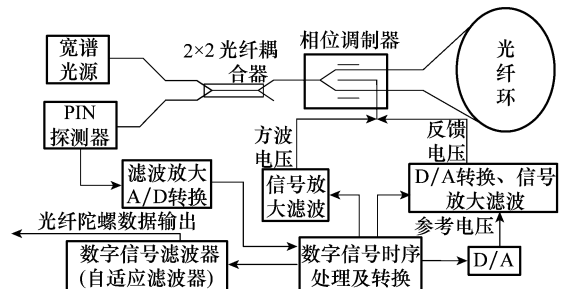


图 1 光纤陀螺结构图

自适应滤波不要求输入信号是平稳信号, 而且它不依赖于输入数据的模型和先验统计知识, 根据信号与噪声的大致特点, 可以自动地调节其自身的参数, 使陀螺信号检测带宽可变, 以适应不同情况下陀螺信号检测的要求^[4-5]。在

不完全知道信号及噪声的先验统计情况下,使用自适应滤波器能取得优越的性能^[6-7]。最小均方(least mean square, LMS)算法硬件实现简单,并且在理论意义上是最优的。将变步长 LMS 自适应滤波算法应用于捷联惯导系统的 FOG 数据处理中,可以消除高于载体姿态运动频带宽度的噪声,既降低了随机漂移,又满足了滤波器收敛速度的指标要求。

1 LMS 自适应滤波算法理论及主要问题

LMS 线性自适应滤波算法,包括滤波过程和自适应过程。这两个过程组成一个反馈环,如图 2 所示。横向滤波器用于构造 LMS 算法,滤波过程中计算线性滤波器输出对输入信号的响应,通过比较输出结果与期望响应而产生估计误差。自适应过程根据估计误差自动调整滤波器参数,自适应控制算法用于寻找合适的横向滤波器抽头权值^[8]。

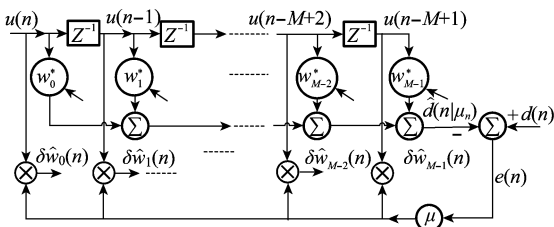


图 2 LMS 自适应滤波算法框图

输入向量 $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$ 构成 $M \times 1$ 维抽头输入向量 $u(n)$, 通过 LMS 算法,可以估计相应的抽头权值为 $\hat{w}_0(n), \hat{w}_1(n), \dots, \hat{w}_{M-1}(n)$ 的 $M \times 1$ 维抽头权值向量 $\hat{w}(n)$, 对于广义平稳过程,当迭代次数趋近无穷时,该估计的期望值可能接近维纳解。

在滤波过程中,期望响应 $d(n)$ 与抽头输入向量 $u(n)$ 同时参与处理,横向滤波器输出期望响应 $d(n)$ 的估计 $\hat{d}(n| \mu_n)$, 期望响应 $d(n)$ 与滤波器输出之差为估计误差 $e(n)$ 。估计误差 $e(n)$ 与抽头输入向量 $u(n)$ 同时被加到自适应控制部分,构成围绕抽头权值的闭环反馈系统。

权值自适应控制模型中,估计误差 $e(n)$ 与抽头输入 $u(n-k) (k = 0, 1, 2, \dots, M-1)$ 取内积,可得校正量 $\delta \hat{w}_k(n) (k = 0, 1, 2, \dots, M-1)$, 该校正量在迭代中用于 $\hat{w}_k(n)$, 标度因子 μ 为步长参数。LMS 算法使用 $u(n-k)e^*(k)$ 作为梯度向量 $\nabla J(n)$ 的第 k 个元素的估计,权值自适应控制模型图中所有路径都移走了一个期望算子,每个抽头权值迭代计算中都不不可避免地受到梯度噪声的影响,梯度噪声导致抽头权值向量 $\hat{w}(n)$ 不是终止于维纳解,抽头权值向量 $\hat{w}(n)$ 围绕误差性能曲面极小点随机移动^[8]。

抽头权值构成的反馈环在功能上类似于低通滤波器,其平均时间常数与步长参数 μ 成反比,通过设置合适的步长因子参数 μ 来控制自适应过程,可以很大程度上消除梯度噪声对抽头权值的影响,并出现较小的系统失调。

LMS 算法在性质上是迭代的瞬态估计,在自适应过程中,LMS 算法自身能对其瞬态估计进行平均优化,横向滤波器抽头输入相关矩阵 R 的特征值结构对 LMS 算法的收敛特性有很大的影响。在算法收敛性方面,步长因子参数 μ 需要满足如下条件:

对于小 M 值

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\max}} \tag{1}$$

对于大 M 值

$$0 < \mu < \frac{2}{MS_{\max}} \tag{2}$$

式中, M 为滤波器长度; S_{\max} 为滤波器抽头输入 $u(n)$ 的功率谱密度最大值; λ_{\max} 是相关矩阵 R 的最大特征值;对于任意长度的 LMS 滤波器,其稳定性的充要条件是一个研究的热点^[8-9]。

LMS 算法失调参数 δ 与平均时间常数 $\tau_{\text{mse,av}}$ 之间满足如下关系式

$$\delta = \frac{J_{\text{ex}}(\infty)}{J_{\text{min}}} = \frac{\mu}{2} \sum_{k=1}^M \lambda_k = \frac{\mu}{2} M \lambda_{\text{av}} = \frac{M}{4\tau_{\text{mse,av}}}$$

$$\lambda_{\text{av}} = \sum_{k=1}^M \lambda_k, \tau_{\text{mse,av}} = \frac{1}{2\mu\lambda_{\text{av}}} \tag{3}$$

LMS 算法确立时间正比于平均时间常数 $\tau_{\text{mse,av}}$, 而与失调参数 δ 成反比;失调参数 δ 正比于步长参数 μ , 而平均时间常数 $\tau_{\text{mse,av}}$ 反比于步长参数 μ ; 步长参数 μ 变小使得失调参数 δ 减小,但是 LMS 算法确立时间增加;步长参数 μ 变大使得失调参数 δ 变大,但是 LMS 算法确立时间减少; μ 的取值影响到自适应过程的收敛速度和失调参数,且两者是相互矛盾的^[8-9]。

为了在稳态性能基础上解决收敛速度的问题,引入步长参数 μ 可变的 LMS 自适应滤波算法。变步长 LMS 自适应滤波器从一次迭代到下一次迭代中,其权向量以最小方式改变,降低了抽头输入 $u(n)$ 较大时导致的梯度噪声放大问题;对于相关数据及不相关数据,变步长 LMS 自适应滤波器比固定步长 LMS 自适应滤波器有更快的收敛速度^[10]。

2 LMS 自适应滤波算法在 FOG 中的建模及应用

FOG 中 LMS 线性自适应滤波算法的主要思想是把先前的 FOG 数据信号乘以相应的权重来预测当前时刻的陀螺信,得到一个最佳权重,最佳权重的获取需要一个迭代过程。在这个过程中,首先需要设定权重初始值为零,然后使用最小均方差理论来最小化当前采集的陀螺信号与预测值之间的差值,不断更新而最终获得一个稳定收敛的权重值^[11-12]。FOG 数据处理系统中,按照图 1 所示,在 FPGA 内部实现 LMS 算法,其功能模块主要包括横向滤波器、误

差计算、抽头权值计算、存储和控制模块。

LMS自适应滤波算法的计算流程如下^[8]：

步骤1 确定滤波器长度 M ，步长参数 μ ；

步骤2 初始化抽头权向量 $\hat{\mathbf{w}}(0) = \mathbf{0}$ ；

步骤3 数据处理，其中 $\mathbf{u}(n) = [\mathbf{u}(n), \mathbf{u}(n-1), \mathbf{u}(n-2),$

$\dots, \mathbf{u}(n-M+1)]^T$ ， $d(n)$ 为 n 时刻的期望响应；

步骤4 抽头权向量的自适应，估计 $n+1$ 时刻的抽头权向量 $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ ($n=0, 1, 2, \dots$)

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(0) + \mu \sum_{i=0}^{n-1} e(i) \mathbf{u}(i)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu \mathbf{u}(n) e(n) \quad (4)$$

$$e(n) = d(n) - \hat{d}(n | \mu_n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n) \mathbf{u}(n) =$$

$$d(n) - \left[\hat{\mathbf{w}}^H(0) \mathbf{u}(n) + \mu \sum_{i=0}^{n-1} e(i) \mathbf{u}(i) \mathbf{u}^H(n) \right] \quad (5)$$

步骤5 计算滤波器失调参数 σ ，失调参数须满足 $\sigma < 10\%$ ；

$$\sigma = \frac{J_{\text{ex}}(\infty)}{J_{\text{min}}} = \frac{\mu}{2} \sum_{k=1}^M \lambda_k \quad (6)$$

式中， $J_{\text{ex}}(\infty)$ 为额外均方误差的稳态值； J_{min} 为最小均方误差； λ_k 是相关矩阵 \mathbf{R} 的最大特征值。

变步长 LMS 自适应滤波算法在固定步长 LMS 自适应滤波算法基础上，对抽头权向量 $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ 增加约束条件，即 n 次迭代到 $n+1$ 次的抽头权向量的变化量 $\delta \hat{\mathbf{w}}(n+1)$ 最小化。

数据期望响应 $d(n)$ 、抽头输入向量 $\mathbf{u}(n)$ 、抽头权向量 $\hat{\mathbf{w}}(n+1)$ 和抽头权向量的变化量 $\delta \hat{\mathbf{w}}(n+1)$ 满足如下关系式

$$\delta \hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n+1) - \hat{\mathbf{w}}(n)$$

$$\hat{\mathbf{w}}^H(n+1) \mathbf{u}(n) = d(n) \quad (7)$$

变步长 LMS 自适应滤波器的自适应步长参数 $\tilde{\mu}$ 、最优自适应步长参数 $\tilde{\mu}_{\text{opt}}$ 及无干扰误差信号 $\xi_u(n)$ 之间的关系为

$$e(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n) \mathbf{u}(n) \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \frac{\tilde{\mu}}{\|\mathbf{u}(n)\|} \mathbf{u}(n) e(n) \quad (9)$$

$$\xi_u(n) = (\mathbf{w} - \hat{\mathbf{w}}(n))^H \mathbf{u}(n) \quad (10)$$

$$\tilde{\mu}_{\text{opt}} = \frac{E \left[\frac{\xi_u(n) e(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \right]}{E \left[\frac{e^2(n)}{\|\mathbf{u}(n)\|^2} \right]} \quad (11)$$

3 FOG 输出数据的滤波实验

对某型号 FOG 分别进行原始数据处理、固定步长 LMS 算法滤波处理和变步长 LMS 算法滤波处理，处理数据曲线及 Allan 方差分析如图 3~图 5 所示，主要的数据处理指标如表 1 所示，进行 LMS 滤波之后，FOG 输出数据的零偏稳定性 (bias stability, BS) 及随机游走系数 (angle random walk, ARW) 大大增强。

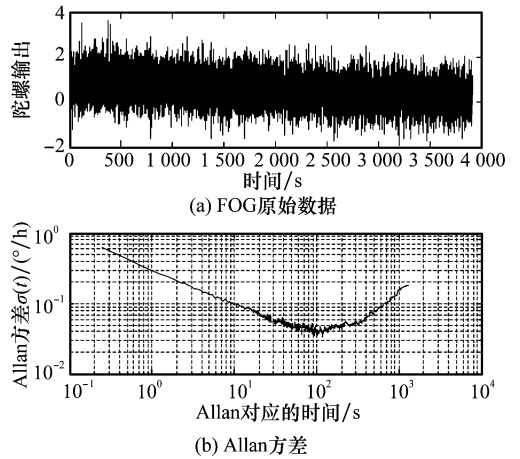


图3 FOG 原始数据曲线及其对应的 Allan 方差曲线

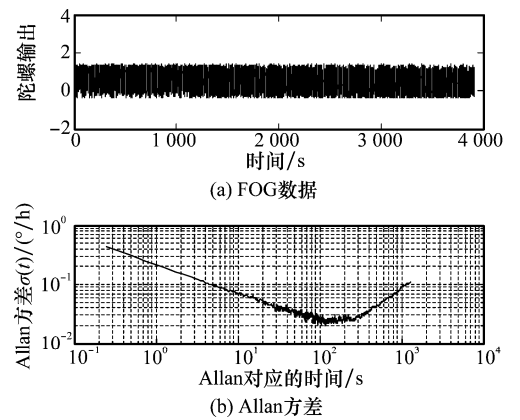


图4 固定步长 LMS 处理后, FOG 数据曲线及其对应的 Allan 方差曲线

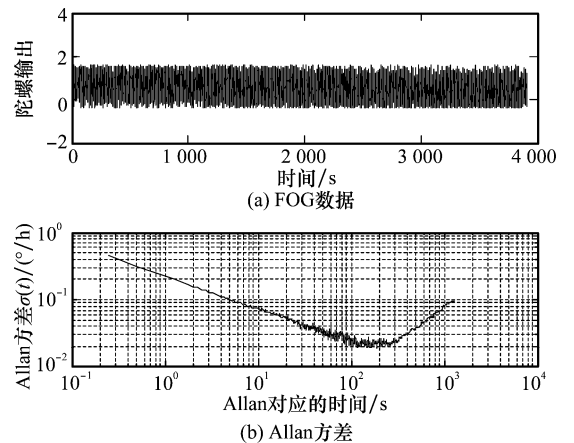


图5 变步长 LMS 处理后, FOG 数据曲线及其对应的 Allan 方差曲线

表1 某型号 FOG 输出数据的处理结果及主要性能对比

性能	原始数据	LMS 滤波后数据	VLMS 滤波后数据
迭代次数	0	872	516
BS/(°)/h	0.040	0.025	0.021
ARW/(°)/h ^{1/2}	0.003	0.0017	0.0015

固定步长 LMS 算法滤波处理中考虑到处理器的计算量和时间延迟,滤波器的阶数选择 $M=50$,LMS 算法中步长参数选择 $\mu = 0.0002$,固定步长 LMS 算法由于参数 $\mu = 0.0002$ 固定,需要进行大量的对比运算;而变步长 LMS 算法由于参数 μ 可以自适应调解,不需要大量的对比运算;二者稳态误差相差不大,变步长 LMS 算法收敛速度更快,固定步长 LMS 算法需要迭代 872 次,而变步长 LMS 算法仅需要迭代 516 次。

由 FOG 输出数据及其 Allan 方差曲线可以看出固定步长 LMS 滤波之后高频噪声被滤除,陀螺的零偏稳定性及随机游走明显提高,但是陀螺的速率斜坡特性没有任何改善;变步长 LMS 算法滤波处理后,高频噪声也被滤除,和固定步长 LMS 算法相比,陀螺的零偏稳定性及随机游走又有所提高,但是陀螺的速率斜坡特性仍然没有任何改善。

4 结 论

在 FOG 数据处理中采用变步长 LMS 自适应滤波算法,既可以有效地减小 FOG 输出数据的随机漂移,提高 FOG 的零偏稳定性及随机游走特性,又可以提高收敛速度,具有很好的鲁棒性。LMS 算法中所设计的滤波器还具有低通滤波特性,既可以抑制外界环境的中高频噪声干扰,增强 FOG 的抗干扰性,又可以实时地消除高于载体姿态运动频带宽度的噪声,提高 FOG 捷联惯导系统的精度。FOG 数据的 Allan 方差测试结果表明,变步长 LMS 滤波算法在 FOG 数据处理中效果明显,可以优化 FOG 的零偏稳定性 $0.019(^{\circ})/h$ 和角度随机游走 $0.0015(^{\circ})/h^{1/2}$,但是 LMS 滤波算法对于速率斜坡这种呈现慢速单调变化并持续很长时间的误差特性,效果不佳,针对这种误差必须采取其他办法进行误差建模并消除。由变步长 LMS 自适应滤波算法在 FOG 数据处理中的特点可以看出,该算法尤其适合于对 FOG 零偏稳定性及随机游走特性要求比较高的航空、航天及水面快艇的捷联惯导系统。

参考文献:

- [1] 姬伟,李奇. 光纤陀螺信号误差分析与滤波算法的研究[J]. 传感技术学报,2007,20(4):847-852.
- [2] 周海波,刘建业,赖际舟. 干涉型 FOG 随机噪声的分析研究[J]. 传感器与微系统,2006,25(11):73-75.
- [3] 张桂才. 光纤陀螺原理与技术[M]. 北京:国防工业出版社,2008.
- [4] 高亚楠,杨亭鹏,陈家斌. 解相关自适应滤波在 FOG 数据处理中的应用[J]. 光学技术,2006,32(3):476-478.
- [5] 童丽,王正明,易东云. 数据处理的多源信息评价方法研究[J]. 系统工程与电子技术,2006,28(6):809-813. (Tong Li, Wang Zhenming, Yi Dongyun. A method of measure data evaluation using multi-channel information [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2006,28(6):809-813.)
- [6] 易康,李廷志,吴文启. FLP 滤波算法在 FOG 信号预处理中的应用[J]. 中国惯性技术学报,2005,13(5):58-62.
- [7] 陈熙源,许常燕. 基于前向线性预测算法的 FOG 零漂的神经网络建模[J]. 中国惯性技术学报,2007,15(3):334-337.
- [8] Simon Haykin. *Adaptive filter theory* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [9] Aboulnasr T, Mayyas K. A robust variable step size LMS type algorithm: analysis and simulations[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997,45(3):631-639.
- [10] 杨金明,王伟强. 一种可变步长 LMS 算法及其性能分析[J]. 华南理工大学学报,2006,34(4):61-64.
- [11] 王立辉. 消偏型光纤陀螺仪关键技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学,2009.
- [12] Noureldin A, Irvinehalliday D, Tabler H. New technique for reducing the angle random walk at the output of fiber optic gyroscopes during alignment processes of inertial navigation system [J]. *Optical Engineering*, 2001,40:2097-2106.