

再入机动飞行器最优轨迹设计与跟踪

李海军, 黄显林, 葛东明

(哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 提出了一种再入机动飞行器 (maneuvering reentry vehicle, MRV) 的最优制导与控制方案。针对 MRV 再入机动轨迹优化问题, 提出了新的基于 Gauss 伪谱优化方法的分段优化策略; 由产生的最优参考轨迹, 生成系统的外环最优制导指令。接着利用轨迹线性化控制 (trajectory linearization control, TLC) 方法设计系统的内环控制律。基于 MRV 完整的非线性六自由度模型, 仿真表明提出的再入轨迹优化设计方法是有效的, 而且内环 TLC 控制器可以准确地跟踪外环的最优制导指令和最优轨迹, 并对系统未建模特性和参数不确定性具有一定的鲁棒性能。

关键词: 再入; 轨迹优化; Gauss 伪谱; 轨迹线性化控制

中图分类号: V 448.2

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.09.35

Optimal trajectory design and tracking for maneuver reentry vehicles

LI Hai-jun, HUANG Xian-lin, GE Dong-ming

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Inst. of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: An optimal guidance and control architecture for a maneuvering reentry vehicle (MRV) is proposed. Based on the Gauss pseudospectrum method, a new multi-phases optimization strategy is proposed to deal with the difficulties in the optimization of maneuvering trajectory for MRV. Out-loop optimal guidance commands are generated from the resulted optimal reference trajectory. The inner-loop control law is designed based on the trajectory linearization control (TLC) method. Using the full nonlinear six degree-of-freedom model of the MRV, the simulation results show that the trajectory optimization method is effective, and the TLC controller of the inner-loop is able to track the maneuver command and the optimized trajectory accurately and robustly in the presence of unmodeled dynamics and parametric uncertainties.

Keywords: reentry; trajectory optimization; Gauss pseudospectrum; trajectory linearization control

0 引言

机动飞行器再入过程中存在复杂的内点状态约束和终端约束^[1], 再入轨迹对控制变量的变化敏感, 再入过程的气动热、动压和过载约束使得再入轨迹被限制在一个较窄的范围内^[2]。再入机动飞行器 (maneuvering reentry vehicle, MRV) 再入过程中气动参数和飞行环境参数变化范围很大, 并且随着攻角的变化交替出现了弹体的静稳定状态和静不稳定状态^[3]。MRV 的飞行控制系统必须适应飞行状态和系统参数的剧烈变化, 并快速跟踪机动指令。为这一类飞行器设计合理的制导和控制方案对完成预定飞行任务至关重要, 是目前航天航空领域的研究热点之一^[3-5]。

飞行器轨迹优化研究中, 间接法和直接法是主要的求解最优轨迹的方法^[6]。直接法相对间接法而言, 在收敛的

鲁棒性和解决实际问题的适应性上具有优势。在飞行器轨迹优化中常用的一种直接法又称为直接配点法。采用分段多项式来近似状态和控制变量的时间历程。缺点是设计变量数目庞大, 且初值不易选取。最近发展起来的一种求解最优控制问题的 Gauss 伪谱法是一种基于全局插值多项式的配点法, 可以用较少的节点获得较高的精度^[7]。

轨迹线性化控制 (trajectory linearization control, TLC) 是近年来在非线性的动态逆方法^[8-9] 和 PD 谱 (parallel D-spectrum, PD) 理论上发展起来的新的处理非线性系统控制问题的方法。TLC 控制系统沿系统预设状态轨迹指数稳定。轨迹线性化方法成功应用于高超声速空天飞行器、可重复使用航天载具和战术导弹的飞行控制系统设计^[10-12]。

本文提出了 MRV 最优制导与控制方案, 框图如图 1 所示。 x_1 和 x_2 分别为系统慢回路和快回路系统的状态变

量; x_{1c} 是系统外环生成最优制导指令, 内环中 TLC 控制器求解出需要的舵机偏转指令 δ_c 。

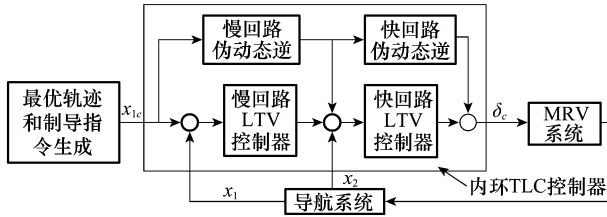


图 1 MRV 最优制导与控制结构框图

首先将再入机动轨迹优化问题用一个多阶段最优控制模型来描述, 基于高斯伪谱方法生成最优参考轨迹; 接着系统外环基于最优轨迹产生机动制导指令, 内环基于轨迹线性方法设计了非线性控制率跟踪制导指令。最后通过六自由度仿真, 评估所设计的 MRV 最优制导与控制方案。

1 再入机动飞行器的数学模型

本文研究的 MRV 外形是一个半球顶、双锥体结构, 4 个舵机面成“十”字布局, 是利用空气舵机实施再入机动的典型飞行器外形^[13]。飞行器的气动参数由 Missile Datcom 软件生成, 该软件是由美国空军实验室开发的基于实验和飞行器外形计算气动参数的指令集。对于高速飞行器的前期设计工作, 该软件的计算结果可以给出足够精确的气动数据^[14]。MRV 建模过程见文献[8]。

1.1 再入飞行器动力学模型

本文研究的 MRV 为刚体轴对称结构、忽略地球自转的影响、重力场分布均匀、地表局部平坦和大气是干洁的均匀混合物并相对地球保持静止。MRV 再入大气过程的动力学模型描述如下^[15]。用 X、Y 和 Z 表示飞行器质心在地固坐标系中的位置, 即

$$\begin{cases} \dot{X} = V \cos \gamma \cos \chi \\ \dot{Y} = V \cos \gamma \sin \chi \\ \dot{Z} = -V \sin \gamma \end{cases} \quad (1)$$

式中, V 、 χ 和 γ 分别表示再入飞行器在地心地固极坐标系中的飞行速度、弹道偏角和弹道倾角, 这 3 个量的变化过程由以下方程描述

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{QS}{M} (C_x \cos \beta \cos \alpha + C_y \sin \beta + C_z \cos \beta \sin \alpha) - g \sin \gamma \\ \dot{\chi} &= \frac{QSC_x}{MV \cos \gamma} [\sin \mu \sin \alpha - \cos \mu \sin \beta \cos \alpha - \\ &\quad \frac{QSC_z}{MV \cos \gamma} (\cos \mu \sin \beta \sin \alpha + \sin \mu \cos \alpha) + \\ &\quad \frac{QSC_y}{MV \cos \gamma} \cos \mu \cos \beta] \\ \dot{\gamma} &= \frac{QSC_x}{MV} (\sin \mu \sin \beta \cos \alpha + \cos \mu \sin \alpha) + \\ &\quad \frac{QSC_z}{MV} (\sin \mu \sin \beta \sin \alpha - \cos \mu \cos \alpha) - \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{QSC_y}{MV} \sin \mu \cos \beta - \frac{g \cos \gamma}{V}$$

式中, M 、 g 、 Q 和 S 分别表示再入飞行器的质量、当地重力加速度、飞行器的动压和参考面积; α 、 β 和 μ 分别表示飞行器的攻角、侧滑角和滚转角, 这 3 个角的变化过程由以下方程描述

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= q - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + \frac{g}{V \cos \beta} \cos \gamma \cos \mu + \\ &\quad \frac{QS}{MV \cos \beta} (-C_x \sin \alpha + C_z \cos \alpha) \\ \dot{\beta} &= -r \cos \alpha + p \sin \alpha + \frac{g}{V} \cos \gamma \sin \mu + \\ &\quad \frac{QS}{MV} (-C_x \sin \beta \cos \alpha + C_y \cos \beta - C_z \sin \beta \sin \alpha) \\ \dot{\mu} &= \sec \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) - \frac{g}{V} \cos \gamma \cos \mu \tan \beta + \\ &\quad \frac{QS}{MV} [C_y \tan \gamma \cos \mu \cos \beta + C_x (\sin \alpha \tan \gamma \sin \mu + \\ &\quad \sin \alpha \tan \beta - \cos \alpha \tan \gamma \cos \mu \sin \beta) - \\ &\quad C_z (\cos \alpha \tan \gamma \sin \mu + \cos \alpha \tan \beta + \sin \alpha \tan \gamma \cos \mu \sin \beta)] \end{aligned} \quad (3)$$

式中, p 、 q 和 r 表示再入飞行器绕三个体轴的角速率。动态过程可以用以下方程描述

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{QSB}{I_{xx}} C_l \\ \dot{q} &= \frac{QSB}{I_{yy}} C_m - \frac{I_{xz} - I_{zy}}{I_{yy}} p r \\ \dot{r} &= \frac{QSB}{I_{zz}} C_n - \frac{I_{yz} - I_{xy}}{I_{zz}} p q \end{aligned} \quad (4)$$

式(2)~式(4)中的 C_i ($i=x, y, z, l, m, n$) 分别表示再入飞行器的气动力和力矩系数。

1.2 再入飞行器空气动力和力矩模型

无量纲、用于 MRV 飞行控制系统设计的气动系数的表达式为^[8]

$$\begin{cases} C_x = C_x(M, \alpha) \\ C_y = C_{y\beta}(M, \alpha)\beta + C_{y\delta_r}(M, \alpha)\delta_r \\ C_z = C_z(M, \alpha) + C_{z\delta_r}(M, \alpha)\delta_r \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} C_l = C_{l\beta}(M, \alpha)\beta + C_{l\delta_a}(M, \alpha)\delta_a + C_{l\delta_p}(M, \alpha)\frac{p\bar{b}}{2V} \\ C_n = C_{n\beta}(M, \alpha)\beta + C_{n\delta_r}(M, \alpha)\delta_r + C_{nr}(M, \alpha)\frac{r\bar{b}}{2V} \\ C_m = C_m(M, \alpha) + C_{m\delta_e}(M, \alpha)\delta_e + C_{mr}(M, \alpha)\frac{q\bar{c}}{2V} \end{cases} \quad (6)$$

式中, δ_e 、 δ_a 和 δ_r 分别是等效影响 MRV 俯仰、滚转和偏航运动的舵机偏角。以上表达式的各项系数是通过多项式拟合得到的关于马赫数 M 和攻角 α 的多项式。

2 再入轨迹优化设计

采用类似潘兴弹头的机动飞行方案^[16], MRV 再入机动轨迹可以分为 3 个部分:

(1) 引入段, 以一定再入角进入大气逐渐将弹道拉平, 高度从 45 km 降到 18 km;

(2) 平飞段,高度保持在 18 km 到 21 km,约 20 s 飞行时间;

(3) 俯冲段,弹道转弯,当高度降至约 15 km 时,速度降到 5 个马赫数;末制导开始工作,当高度降至 900 m 时,抛撒子弹。

从以上 MRV 机动方案看,在设计落速最大的优化弹道时,除了终端约束、热流和过载约束之外,还面临内点状态约束的问题^[1]。Gauss 伪谱法是一种基于全局插值多项式的配点法,可以用较少的节点获得较高的精度,在高超声速飞行器轨迹优化^[2]、飞行器编队设计领域有成功的应用^[17]。接下来将 MRV 再入轨迹优化问题用一个多阶段最优控制模型来描述,利用 Gauss 伪谱法求解最优轨迹。

2.1 再入轨迹优化问题的数学描述

本文研究的落地速度最大的平面再入轨迹优化问题。首先对 1.1 节中的 MRV 六自由度数学模型进行简化和适当解耦,得到降阶的再入轨迹模型。

$$\begin{cases} \dot{X} = V \cos \gamma \cos \chi \\ \dot{Y} = V \cos \gamma \sin \chi \\ \dot{H} = V \sin \gamma \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{V} = -\frac{D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{L}{mV} \cos \mu - \frac{g}{V} \cos \gamma \\ \dot{\chi} = \frac{L \sin \mu}{mV \cos \gamma} \end{cases} \quad (8)$$

式中, L 和 D 分别是作用在弹头上的气动升力和气动阻力,分别取值如下

$$L = \frac{1}{2} \rho(H) V^2 C_L(M, \alpha) S_{ref}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho(H) V^2 C_D(M, \alpha) S_{ref}$$

式中,空气动力系数是基于 1.2 节的空气动力和力矩模型。取值如下

$$C_L(M, \alpha) = (0.000\ 3M^2 - 0.001\ 4M + 0.037\ 3)\alpha^2 - (0.03M^2 + 0.537\ 8M - 6.82)\alpha - (0.001M + 0.002\ 6)$$

$$C_D(M, \alpha) = (0.017\ 7M^2 - 0.302\ 6M + 7.1)\alpha^2 + (-0.01M + 0.001\ 2)\alpha + (0.010\ 8M^2 - 0.210\ 7M + 1.140\ 4)$$

控制向量和状态向量分别定义为

$$\begin{cases} \mathbf{u} = (u_\alpha, u_\mu)^\top \in \mathbf{R}^2 \\ \mathbf{x} = (X, Y, H, V, \gamma, \chi)^\top \in \mathbf{R}^6 \end{cases} \quad (9)$$

以落速最大为优化目标的指标函数为

$$J = -V(t_f) \quad (10)$$

MRV 再入机动轨迹优化的初始条件和终端约束为

$$\begin{aligned} (t_0, X_0, Y_0, H_0, V_0, \gamma_0, \chi_0) &= (0, 0, 0, 45, 3\ 600, -37, 0) \\ (H_f, \gamma_f) &= (0.9, -90) \end{aligned} \quad (11)$$

式中,角度量单位是($^\circ$);距离量单位是 km;速度量单位是 m/s。

再入过程 3 个阶段的状态约束定义如下:

(1) 引入段状态量约束

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq \infty, -\infty \leq Y \leq \infty, 18 \leq H \leq 45 \\ 3\ 000 \leq V \leq 3\ 600, -37^\circ \leq \gamma \leq 0^\circ, -90^\circ \leq \chi \leq 90^\circ \end{aligned} \quad (12)$$

(2) 平飞段状态量约束

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq \infty, -\infty \leq Y \leq \infty, 18 \leq H \leq 21 \\ 1\ 600 \leq V \leq 2\ 500, -4^\circ \leq \gamma \leq 4^\circ, -90^\circ \leq \chi \leq 90^\circ \end{aligned} \quad (13)$$

(3) 俯冲段状态量约束

$$\begin{aligned} 0 \leq X \leq \infty, -\infty \leq Y \leq \infty, 0.9 \leq H \leq 18 \\ 400 \leq V \leq 1\ 000, -90^\circ \leq \gamma \leq -80^\circ, -5^\circ \leq \chi \leq 5^\circ \end{aligned} \quad (14)$$

3 个阶段的过程约束和控制约束分别为

$$\begin{aligned} Q < Q_{max}, n_z < n_{max}, q < q_{max} \\ -30^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ, -45^\circ \leq \mu \leq 45^\circ \end{aligned} \quad (15)$$

式中,动压 $Q = \frac{1}{2} \rho(H) V^2$; 法向过载 $n_z = \frac{|L \cos \alpha + D \sin \alpha|}{mg}$;

对流加热率^[18] $q = K \sqrt{\rho} V^3$, K 是与 MRV 热防护性能有关的常数。

2.2 将轨迹优化问题进行 Gauss 伪谱离散化

应用 Gauss 伪谱法求解轨迹优化问题,需要先将最优控制问题转化为具有一系列代数约束的参数优化问题^[7],即非线性规划问题。接下来建立用于 Gauss 伪谱法的轨迹优化模型。首先将轨迹优化问题的时间间隔从 $[t_0, t_f]$ 转换到 $[-1, 1]$,有

$$\tau = \frac{2}{t_f - t_0} t - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \quad (16)$$

Gauss 伪谱法是建立在利用插值多项式对状态量和控制量轨迹进行近似基础上。选取 N 阶 Legendre-Gauss (LG) 点以及 $\tau_0 = -1$ 作为节点,构建 $N+1$ 个 Lagrange 插值多项式 $L_i(\tau)$,以此为基础函数得到状态变量近似表达式为

$$\mathbf{x}(\tau) \approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^N \mathbf{X}(\tau_i) L_i(\tau) \quad (17)$$

式中, $L_i(\tau) = \prod_{j=0, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}$ 。控制量用 N 个 Lagrange 插值多项式 $L_i^*(\tau)$ 为基函数来近似,即

$$\mathbf{u}(\tau) \approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=1}^N \mathbf{U}(\tau_i) L_i^*(\tau) \quad (18)$$

式中, $L_i^*(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}$ 。

2.2.1 动态约束的离散化

对状态量的离散形式(式 17)求微分得到

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) \approx \dot{\mathbf{X}}(\tau) = \sum_{i=0}^N \mathbf{X}(\tau_i) \dot{L}_i(\tau) \quad (19)$$

在每一个 LG 点,每一个 Lagrange 多项式的导数可以用微分矩阵 $\mathbf{D} \in \mathbf{R}^{N \times N+1}$ 近似,通过下面的式子离线计算得到

$$\mathbf{D}_{ki} = \dot{L}_i(\tau_k) = \sum_{l=0}^N \frac{\prod_{j=0, j \neq i, l}^N (\tau_k - \tau_j)}{\prod_{j=0, j \neq i}^N (\tau_i - \tau_j)} \quad (20)$$

式中, $k=1, \dots, N, i=0, \dots, N$ 。微分方程描述的动态约束就转换成了如下形式的代数约束

$$\sum_{i=0}^N D_{ki} \mathbf{X}_i - \frac{t_f - t_0}{2} \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0, k = 1, \dots, N \quad (21)$$

式中, $\mathbf{X}_k \equiv \mathbf{X}(\tau_k) \in \mathbf{R}^n; \mathbf{U}_k \equiv \mathbf{U}(\tau_k) \in \mathbf{R}^m$ 。

2.2.2 终端约束和优化指标的离散化

动态约束的近似只在 LG 点成立, 未包括终端时刻节点。终端约束条件离散化后, 可以用 Gauss 积分来近似, 即

$$\mathbf{X}_f = \mathbf{X}_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (22)$$

将指标函数式(10)中的积分项用 Gauss 积分来近似, 得到指标函数的离散形式, 即

$$J = \Phi(\mathbf{x}(-1), t_0, \mathbf{x}(1), t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k \mathbf{g}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (23)$$

式中, ω_k 为高斯加权。边界约束表示为

$$\Phi(\mathbf{X}_0, t_0, \mathbf{X}_f, t_f) = 0 \quad (24)$$

LG 点的过程约束为

$$\mathbf{C}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0, k = 1, \dots, N \quad (25)$$

这样就将一个轨迹优化问题转变成了基于 Gauss 伪谱法的最优控制问题, 即以式(23)为性能指标, 求取满足动态约束式(21), 终端约束式(22), 边界约束式(24)和过程约束式(25)等约束条件下的最优状态 \mathbf{X}_k 和控制量 \mathbf{U}_k 。原来的最优控制问题转换成一个一般非线性规划问题, 即

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{y} \in \mathbf{R}^M} \mathbf{F}(\mathbf{y}) \\ & \text{s. t. } g_i(\mathbf{y}) \geq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ & h_i(\mathbf{y}) = 0, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (26)$$

式中, \mathbf{y} 为包含状态量、控制变量和端点时间的设计变量。

2.3 求解再入优化轨迹的过程

2.1 节中描述的 MRV 轨迹优化问题根据再入机动的特点而分为 3 个阶段, 对每个阶段分别应用 2.2 节中的 Gauss 伪谱法求解出相应的最优轨迹, 从而得到完整的最优轨迹。Gauss 伪谱法求解 MRV 最优轨迹的流程描述如下:

(1) 在利用 Gauss 伪谱法求解第一阶段即引入段的最优轨迹时, 为了避免由于 LG 节点数较多时带来的计算负担, 首先采用较少的节点数 $N=6$, 计算近似的最优轨迹和控制变量, 以此作为下一步精确计算时的初值;

(2) 接下来选取较大的节点数目, 以求解足够精度的再入优化轨迹。利用上一步的初值, 通过插值得到 $N=30$ 时的设计变量初值。进而利用 2.2 节中的 Gauss 伪谱法求解出精确的引入段优化轨迹;

(3) 前一阶段求解出的终端状态 \mathbf{X}_k 和控制变量 \mathbf{U}_k 作为求取下一阶段轨迹优化问题的初值。逐段求解出 MRV 平飞段和俯冲段的优化轨迹和控制量。

3 内环轨迹线性化控制器设计

轨迹线性化控制方法可以看作是沿标称指令轨迹的理想增益规划, 适合快时变系统非线性系统的控制器设计。本节中将采用快、慢双回路控制器结构^[19-20], 如图 1 中的内环 TLC 控制器环节所示, 基于轨迹线性化控制方法设计 MRV 的飞行控制系统^[8]。

3.1 慢回路控制器设计

由最优再入轨迹得到的制导指令是 $\mathbf{u} = (u_a, u_\mu)^\top$, 考虑 MRV 在平面内的机动飞行, 所以侧滑角指令 $u_\beta = 0^\circ$ 。将制导指令表示为 $\mathbf{x}_{1c} = (\alpha_c \quad \beta_c \quad \mu_c)^\top$, 标称的制导指令表示为 $\bar{\mathbf{x}}_1 = (\bar{\alpha} \quad \bar{\beta} \quad \bar{\mu})^\top$, 计算出标称的角速度控制量 $\bar{\mathbf{x}}_2$, 即

$$\bar{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{g}_1^{-1}(\dot{\bar{\mathbf{x}}}_1 - \mathbf{f}_1) \quad (27)$$

式中, $\dot{\bar{\mathbf{x}}}_1 = (\dot{\bar{\alpha}} \quad \dot{\bar{\beta}} \quad \dot{\bar{\mu}})^\top; \bar{\mathbf{x}}_2 = (\bar{p} \quad \bar{q} \quad \bar{r})^\top; \mathbf{f}_1$ 和 \mathbf{g}_1 的具体形式由慢回路系统方程式(3)的非线性仿射形式获得。 $\bar{\mathbf{x}}_1$ 和 $\dot{\bar{\mathbf{x}}}_1$ 由制导指令 \mathbf{x}_{1c} 经由一个二阶低通滤波器得到。

定义误差向量

$$\begin{aligned} (e_\alpha \quad e_\beta \quad e_\mu)^\top &= (\alpha \quad \beta \quad \mu)^\top - (\bar{\alpha} \quad \bar{\beta} \quad \bar{\mu})^\top \\ (\tilde{p} \quad \tilde{q} \quad \tilde{r})^\top &= (p \quad q \quad r)^\top - (\bar{p} \quad \bar{q} \quad \bar{r})^\top \end{aligned} \quad (28)$$

将慢回路系统方程式(3)沿标称指令轨迹 $\bar{\mathbf{x}}_1$ 和标称角速度控制量 $\bar{\mathbf{x}}_2$ 进行线性化, 得到跟踪误差动态模型

$$(\dot{e}_\alpha \quad \dot{e}_\beta \quad \dot{e}_\mu)^\top = \mathbf{A}_1(t)(e_\alpha \quad e_\beta \quad e_\mu)^\top + \mathbf{B}_1(t)(\tilde{p} \quad \tilde{q} \quad \tilde{r})^\top$$

式中, $\mathbf{A}_1(t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)|_{\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2}; \mathbf{B}_1(t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_2} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)|_{\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2}$ 。

设计 PI 反馈控制律, 稳定上面描述的跟踪误差动态, 即

$$\begin{aligned} (\tilde{p} \quad \tilde{q} \quad \tilde{r})^\top &= -\mathbf{K}_{p1}(e_\alpha \quad e_\beta \quad e_\mu)^\top - \\ & \mathbf{K}_{i1} \left(\int e_\alpha(t) dt \quad \int e_\beta(t) dt \quad \int e_\mu(t) dt \right)^\top \end{aligned} \quad (29)$$

定义新的慢回路跟踪误差向量为

$$\mathbf{e}_1 = \left(\int e_\alpha(t) dt \quad \int e_\beta(t) dt \quad \int e_\mu(t) dt \quad e_\alpha \quad e_\beta \quad e_\mu \right)^\top \quad (30)$$

于是闭环跟踪误差状态方程可写成

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{A}_{1c} \mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{p1} & \mathbf{A}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{K}_{i1} \end{bmatrix} \mathbf{e}_1 \quad (31)$$

式中, $\mathbf{0}_3$ 和 \mathbf{I}_3 分别表示 3×3 的零矩阵和单位阵。选择合适的 \mathbf{K}_{p1} 和 \mathbf{K}_{i1} , 得到闭环跟踪误差动态的系统矩阵如下

$$\mathbf{A}_{1c} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \\ \text{diag}(-a_{111} \quad -a_{121} \quad -a_{131}) & \text{diag}(-a_{112} \quad -a_{122} \quad -a_{132}) \end{bmatrix} \quad (32)$$

式中, 对于时变闭环系统, $a_{1j1} > 0, a_{1j2} > 0, j=1, 2, 3$, 是慢回路 3 个通道对应的闭环 PD 特征多项式的系数, $\lambda^2 + a_{1j2} \lambda + a_{1j1}$ 。由式(31)和式(32)可以计算出慢回路线性时变反馈控制器参数, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{p1} &= -\mathbf{B}_1^{-1} \text{diag}(-a_{111} \quad -a_{121} \quad -a_{131}) \\ \mathbf{K}_{i1} &= \mathbf{B}_1^{-1} (\mathbf{A}_1 - \text{diag}(-a_{112} \quad -a_{122} \quad -a_{132})) \end{aligned} \quad (33)$$

最终得到快回路的角速度指令为

$$(p_{com} \quad q_{com} \quad r_{com})^\top = (\tilde{p} \quad \tilde{q} \quad \tilde{r})^\top + (\bar{p} \quad \bar{q} \quad \bar{r})^\top \quad (34)$$

3.2 快回路控制器设计

根据标称的角速度指令轨迹 $\bar{x}_2 = (\bar{p} \quad \bar{q} \quad \bar{r})^T$, 可以计算出标称的舵偏角输出,即

$$\bar{\delta} = g_2^{-1}(\dot{\bar{x}}_2 - f_2) \quad (35)$$

式中, $\dot{\bar{x}}_2 = (\dot{\bar{p}} \quad \dot{\bar{q}} \quad \dot{\bar{r}})^T$, $\bar{\delta} = (\bar{\delta}_e \quad \bar{\delta}_a \quad \bar{\delta}_r)^T$. f_2 和 g_2 的具体形式由快回路子系统方程式(4) 获得。这里的 $\dot{\bar{x}}_2$ 由标称角速度指令 \bar{x}_2 经过一个二阶低通滤波器得到。

快回路 TLC 控制器设计过程与慢回路 PI 控制器设计的步骤相同,这里直接给出快回路 PI 反馈控制器参数

$$\begin{aligned} K_{I2} &= -B_2^{-1} \text{diag}(-a_{211} \quad -a_{221} \quad -a_{231}) \\ K_{P2} &= B_2^{-1} (A_2 - \text{diag}(-a_{212} \quad -a_{222} \quad -a_{232})) \end{aligned} \quad (36)$$

式中, $A_2 = \frac{\partial}{\partial x_2} f_2(x, \delta)|_{x, \delta}$; $B_2 = \frac{\partial}{\partial \delta} f_2(x, \delta)|_{x, \delta}$ 。对于时变闭环系统, $a_{2j1} > 0, a_{2j2} > 0, j = 1, 2, 3$, 是快回路 3 个子通道对应的闭环 PD 特征多项式的系数。最终舵机偏转指令为

$$\delta_c = (\tilde{\delta}_e \quad \tilde{\delta}_a \quad \tilde{\delta}_r)^T + (\bar{\delta}_e \quad \bar{\delta}_a \quad \bar{\delta}_r)^T \quad (37)$$

3.3 控制器参数选择

根据线性时变系统 PD 谱理论^[19] 可知,若期望的二阶闭环系统 PD 特征值为

$$\begin{aligned} \rho_{ijk}(t) &= -\zeta_{ij} \omega_{nij}(t) \pm j \sqrt{1 - \zeta_{ij}^2} \omega_{nij}(t) \\ i &= 1, 2, j = 1, 2, 3, k = 1, 2 \end{aligned} \quad (38)$$

式中, ζ_{ij} 为常值阻尼; $\omega_{nij}(t)$ 为时变带宽。此时,矩阵 A_{1c} 和 A_{2c} 中的时变系数相应为

$$a_{ij1} = \omega_{nij}^2(t), a_{ij2} = 2\zeta_{ij} \omega_{nij}(t) - \frac{\dot{\omega}_{nij}(t)}{\omega_{nij}(t)} \quad (39)$$

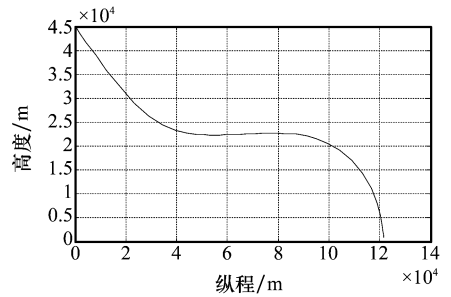
4 仿真分析

本文研究的再入机动飞行器质量 $M = 300 \text{ kg}$, 转动惯量 $I_{xx} = 2.12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{yy} = 43.97 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_{zz} = 43.97 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 气动弦长 $\bar{b} = 0.223 \text{ m}$ 。仿真初始条件是 $H_0 = 45 \text{ km}, V_0 = 3\,600 \text{ m/s}, \alpha_0 = 0^\circ, \beta_0 = \mu_0 = 5^\circ$, 初始速度倾角 $\gamma_0 = -37^\circ$ 。舵机偏转角度范围为 $-30^\circ \leq \delta_e, \delta_a, \delta_r \leq 30^\circ$ 。

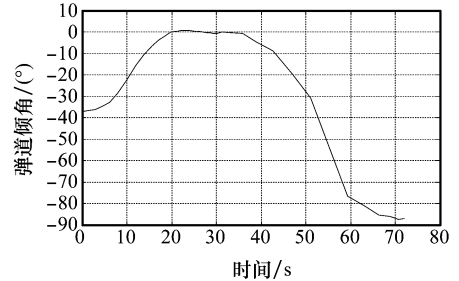
4.1 最优再入轨迹

要求飞行器落角 $\gamma_{if} \in [-90^\circ, -80^\circ]$, 再入过程约束分别为^[1-2] $n_{\max} = 50, Q_{\max} = 400 \text{ kPa}, q_{\max} = 500 \text{ kW/m}^2$ 。在利用 Gauss 伪谱法进行优化时,首先利用少的节点数获得近似的最优轨迹和控制变量,接着以这一近似结果作为初值,进行精确求解。以 MRV 落地速度最大为指标,得到的再入轨迹的优化结果如图 2 所示。

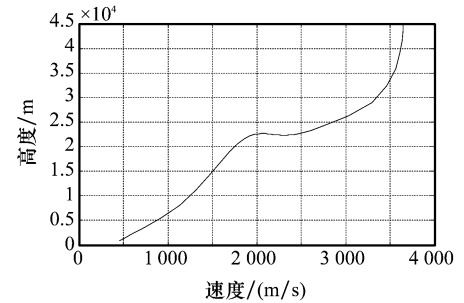
从图 2(a)和图 2(d)曲线可以看出,MRV 从 45 km 开始以正攻角将弹道拉起;从图 2(a)和图 2(c)看到,MRV 在 22 km 高度有持续约 20 s 的平飞段,速度很快减到 2 100 m/s;从图 2(a)可以看到轨迹下拉接近垂直时,飞行高度约 15 km,图 2(c)显示这时的飞行速度是 1 500 m/s,满足末制导雷达正常工作对速度和高度的要求。从图 3 中可以看出 MRV 纵向过载、动压和热流密度均满足约束条件,表明再入机动轨迹设计是成功的。



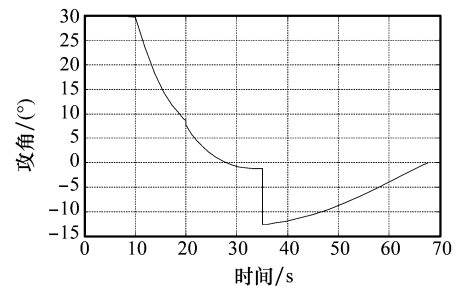
(a) 高度-纵程曲线



(b) 弹道倾角曲线



(c) 高度-速度曲线



(d) 攻角指令曲线

图 2 MRV 再入轨迹优化结果

4.2 再入轨迹跟踪

本文提出的最优制导与控制方案中,内环 TLC 控制器用来跟踪外环产生的最优制导指令。攻角的指令的变化曲线如图 2(d)所示,侧滑角和滚转角指令在 MRV 纵向机动飞行过程中保持为 0。需要给出的控制器参数有:快慢回路的常值阻尼比取值均为 0.8,快回路的带宽 $\omega_{n2j}(t) = 10 \text{ rad/s}$,慢回路的带宽 $\omega_{n1j}(t) = 2 \text{ rad/s}$;快慢回路的伪微分器阻尼比取值均为 0.7,快慢回路伪微分器带宽分别取 4 rad/s和 20 rad/s。

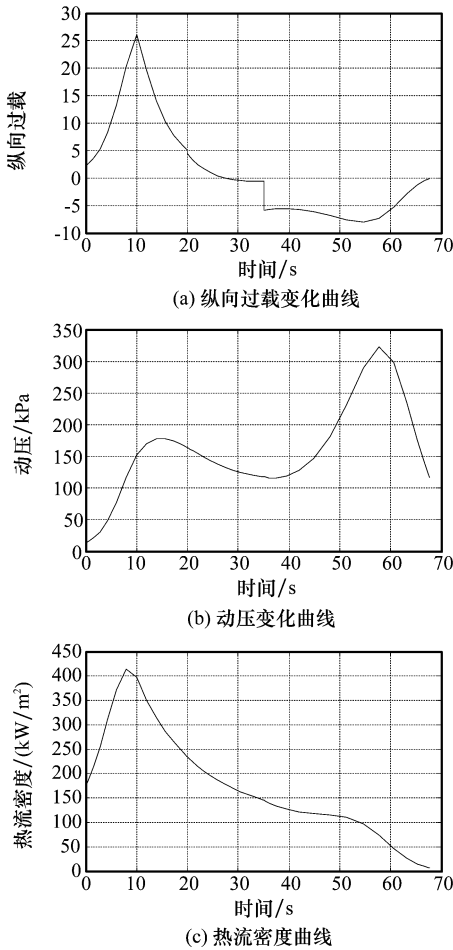


图 3 再入轨迹过程约束曲线

TLC 控制器对机动制导指令的响应如图 4 所示,其中图 4(a)、图 4(b) 和图 4(c) 分别是攻角、侧滑角和滚转角的指令曲线(虚线)及其响应曲线(实线);图 4(d) 是 MRV 对最优轨迹的跟踪曲线,实线表示 MRV 的实际飞行轨迹,虚线表示最优参考轨迹。

由于对 MRV 的气动数据进行了多项式拟合处理,在控制器设计时存在模型不确定性。从仿真结果看轨迹线性化控制器具有良好的控制效果,能够很好地跟踪最优制导指令。MRV 的实际飞行轨迹与设计的最优参考轨迹偏差不大,与预定的机动方案相符合。

5 结论

本文研究了再入机动飞行器的最优轨迹设计与跟踪问题。针对 MRV 轨迹优化中存在复杂内点约束和终端约束的难点,提出了一种分段优化策略,利用 Gauss 伪谱法进行了 MRV 最优再入机动轨迹的设计,同时得到了 MRV 系统的外环最优制导指令。利用轨迹线性化控制方法设计系统的内环控制律。基于 MRV 的非线性六自由度模型,仿真验证提出了最优制导与控制方案。结果表明,提出的最优轨迹设计方法是有效的,内环 TLC 控制器在 MRV 系统存在模型误差的情况下,可以准确地跟踪外环的最优制导指令,实现了对再入机动轨迹的跟踪。

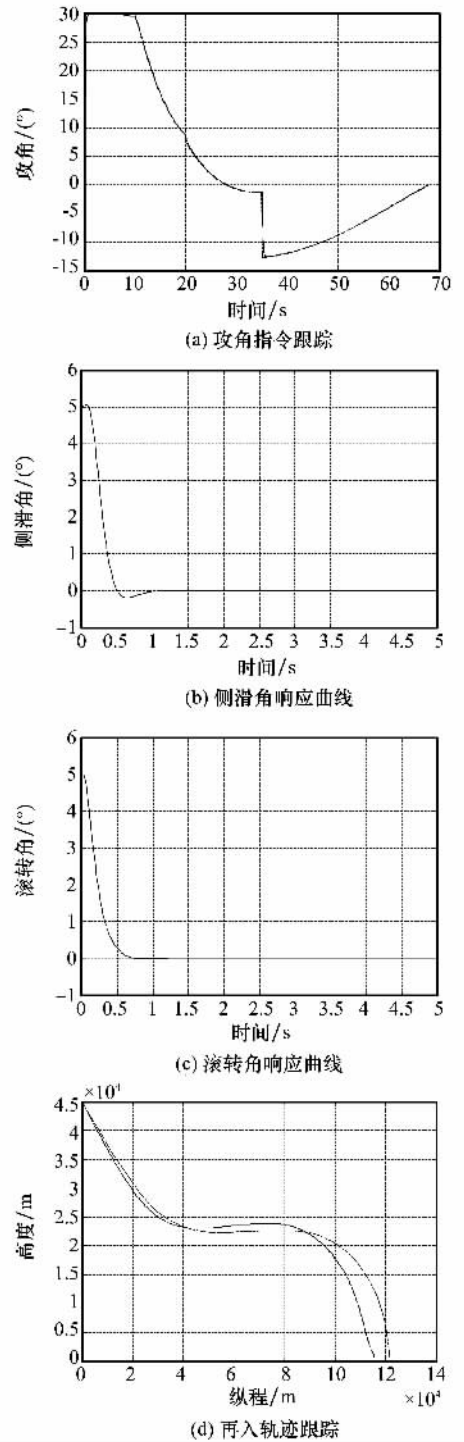


图 4 MRV 轨迹跟踪仿真结果

参考文献:

[1] 陈刚,徐敏,万自明,等.具有内点状态约束的机动再入弹道优化设计[J]. 固体火箭技术,2006,29(2):79-82.
 [2] 雍恩米,唐国金,陈磊.基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化[J]. 宇航学报,2008,29(6):1766-1772.