

# 基于 UKF 的导弹 SINS/CNS 姿态估计方法

邓 红, 刘光斌, 陈昊明, 邓春林

(第二炮兵工程学院, 陕西 西安 710025)

**摘要:** 针对中远程弹道导弹的特点, 在分析研究捷联惯性导航系统/天文导航系统(strapdown inertial navigation system/celestial navigation system, SINS/CNS)组合导航测量修正方案的基础上, 建立了导弹四元数运动学方程、陀螺测量模型, 星敏感器测量模型等系统方程, 将无轨迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)算法应用于主动段关机点环境, 通过对陀螺常值漂移、一阶漂移的在线估计, 达到高精度导弹姿态的实时输出。与 EKF、QUEST、MLS 和捷联惯性迭代递推算法比较, 仿真结果表明了 UKF 算法具有更高的精度, 收敛快, 适于在无控飞行阶段的工程应用。

**关键词:** 无轨迹卡尔曼滤波; 姿态确定; 星敏感器; SINS/CNS 组合导航

**中图分类号:** V 448

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.09.42

## Application of missile attitude estimation based on UKF algorithm

DENG Hong, LIU Guang-bin, CHEN Hao-ming, DENG Chun-lin

(The Second Artillery Engineering Inst., Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Aiming at the characteristics of intermediate-long-range ballistic missiles, the system equations, namely quaternion kinematics equation, gyro measuring model and satellite sensor measuring model, etc., are established on the basis of analyzing the revised measurement scheme of SINS/CNS combined navigation. The UKF algorithm is applied to the environment of the powered phase shutdown point, so that the output value of missile's attitude achieves a high accuracy by on-line estimating the value of gyro drifts. Simulation results show that the UKF algorithm possesses a higher accuracy compared with EKF, QUEST, MLS and inertia iterative algorithms.

**Keywords:** unscented Kalman filter (UKF); missile attitude estimation; star sensor; strapdown inertial navigation system/celestial navigation system (SINS/CNS) integrated guidance system

## 0 引言

捷联惯性导航系统/天文导航系统(strapdown inertial navigation system/celestial navigation system, SINS/CNS)组合导航具有自主性强、隐蔽性好、抗干扰能力强、测量精度高优势, 在弹道导弹上具有重要且广泛的应用前景。在天球惯性坐标系中, 恒星的方位矢量不变, 即使将视差、章动、观测噪声的影响考虑在内, 星敏感器仍是目前长时观测条件下精度最高的测姿设备。利用星敏感器观测数据与惯性测量数据进行融合, 可实现惯性测量基准误差的校正以及惯性器件随机漂移的修正, 从而实现快速机动发射和提高导弹命中精度等目的<sup>[1-3]</sup>。

SINS/CNS 组合导航系统中的关键技术可分为: 定位、定向方法研究; 星图识别方法研究; 姿态估计算法研究; 误差分离方法研究。其中, 姿态估计系统是一个重点的研究

课题, 分为: (1) 静态条件下的姿态估计, 即只利用拍摄到的一幅星图进行姿态估计, 该方法的典型代表有 TRIAD、四元数估计(quaternion estimation, QUEST)、最小二乘法(minimum least square, MLS)等, 算法简单、速度快; (2) 动态条件下的姿态估计, 利用一段时间连续拍摄的星图进行姿态估计, 该方法分有陀螺和无陀螺两种情况, 典型代表有扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)、无轨迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)、边缘粒子滤波(marginal pactical filtering, MPF)等最优滤波算法<sup>[4-8]</sup>。两类算法在运算速度、估计精度等方面的比较如表 1 所示。

表 1 静、动态姿态估计算法比较

	速度	精度	可靠性	实时性	易于工程实现
静态估计	相对快	相对低	可靠高	相对好	易于实现
动态估计	相对慢	相对高	相对低	相对差	不易于实现

基于导弹的星惯组合姿态估计算法所见报道较少,工程实际采用静态姿态估计方法如 QUEST、MLS 方法较为普遍。但这类算法不能有效利用星传感器的全观测信息,精度不高。

为此,本文在分析研究导弹 SINS/CNS 测量修正方案的基础上,采用 UKF 对主动段关机点后导弹的姿态进行估计研究。

## 1 SINS/CNS 测量修正方案

目前,国内外工程实际上不能满足导弹主动段大振动条件下的高精度姿态输出,甚至是姿态输出,原因至少有两点:(1) 如果采用捷联星传感器安装方式,星传感器不能在大动态条件下工作;(2) 如果采用平台星传感器安装方式,虽然隔离了主动段大振动环境,但是导弹不能在发动机正在工作的情况下为满足收星需求而进行姿态调整。另外,安装方式决定了让不出光路,星传感器无法捕获星空,从而不能进行星图识别给出弹体姿态参数。

从整个飞行过程而言,导弹质量存在较大变化、质心不停改变以及各种不确定性因素的影响,如:转动惯性力矩误差、干扰力矩误差等,使得星传感器要处于一个相对静态环境下工作,必须在主动段发动机关机之后才能开始收星。此时,导弹进入无控飞行阶段,三轴姿态角速率很小,星传感器对预定天区进行观测,通过星图识别可以得到导弹的瞬时姿态。

为此,在 SINS/CNS 组合导航模式下,导弹主动段主发动机关机后,进入无控飞行的准静态阶段,星传感器才开始工作。由于星传感器输出率远低于惯导输出率,所以需要星传感器与惯导输出率进行同步,然后在采样时长内进行姿态信息融合,等待算法收敛后,可给出后续任意采样时刻导弹的最优姿态参数。SINS/CNS 测量修正方案示意图如图 1 所示。

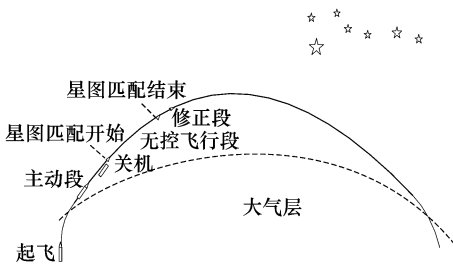


图 1 SINS/CNS 测量修正方案示意图

## 2 UKF 滤波原理

EKF 在非线形姿态估计中应用最为广泛,通过对非线形函数进行 Taylor 展开进行一阶线性化截断,从而将非线形问题转化为线性化问题。但其线性化可能带来较大的高阶项截断误差,甚至使滤波发散<sup>[6]</sup>。为此,Julier 和 Uhlmann 提出了递归式贝叶斯估计算法 UKF。它利用无迹变换 (unscented transform, UT) 对一组 Sigma 点进行变换来近似后验概率,不存在线性化误差,具有更高的姿态估计精度。

### 2.1 UT 变换

UT 变换<sup>[7-8]</sup>是利用一组 Sigma 点,计算经非线性方程传播后的随机变量统计特性的方法。设  $L$  维随机变量  $x$ , 其均值和方差分别为  $\bar{x}$  和  $P_x$ , 且满足非线性方程  $y = f(x)$ 。Sigma 和权值定义为

$$\begin{cases} \chi_0 = \bar{x} \\ \chi_i = \bar{x} + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i, i = 1, \dots, L \\ \chi_i = \bar{x} - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_i, i = L+1, \dots, 2L \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} W_0^{(m)} = \lambda / (L + \lambda) \\ W_0^{(c)} = \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha^2 - \beta) \\ W_i^{(m)} = W_i^{(c)} = 1 / (2(L + \lambda)), i = 1, \dots, 2L \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$  是一个标量, 常量  $\alpha$  决定了 Sigma 点在  $\bar{x}$  周围的散布, 通常取值为一个小的正常数 ( $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$ );  $\kappa$  为冗余量, 当状态变量为多变量时, 通常  $\kappa = 3 - L$ ;  $\beta$  为用于引入先验状态概率分布信息的参数, 当状态为高斯分布时,  $\beta = 2$  是最优的。这些 Sigma 点经过  $y_i = f(\chi_i)$  非线性变换, 则得

$$\begin{cases} \bar{y} \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} y_i \\ P_y \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \{y_i - \bar{y}\} \{y_i - \bar{y}\}^T \end{cases} \quad (3)$$

### 2.2 UKF 滤波

设非线性离散模型如下

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{x}_k$  为系统状态向量;  $\mathbf{u}_k$  为输入控制向量;  $\mathbf{w}_k$  为系统噪声向量, 分布服从  $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$ ;  $\mathbf{v}_k$  为量测噪声向量, 分布服从  $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 。则 UKF 滤波算法的时间更新方程如下

$$\begin{cases} \chi_{k|k-1}^* = f(\chi_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \\ \hat{\mathbf{x}}^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \chi_{k|k-1}^* \\ \mathbf{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}^-) (\chi_{k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}^-)^T + \mathbf{Q}_k \\ \mathbf{y}_{k|k-1} = h(\chi_{k|k-1}^*) + \mathbf{v}_k \\ \hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{y}_{i,k|k-1} \end{cases} \quad (5)$$

量测更新方程如下

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\mathbf{y}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-) (\mathbf{y}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{k|k-1}^* - \hat{\mathbf{x}}^-) (\mathbf{y}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k^-)^T \\ \mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k}^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \\ \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k}^{-1} \mathbf{K}_k^T \end{cases} \quad (6)$$

### 3 系统状态方程与测量方程

系统模型统一在发射惯性坐标系中,涉及导弹运动学方程、惯性基准测量方程、星敏感器测量方程等。

#### 3.1 惯性基准测量模型

陀螺仪的测量模型近似为<sup>[9]</sup>

$$\begin{cases} \omega_g(t) = \omega(t) + d(t) + b(t) + n_g(t) \\ \dot{b}(t) = 0 \\ \dot{d}(t) = -\mathbf{D}_\epsilon d(t) + n_d(t) \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\omega_g(t)$  为陀螺的测量输出;  $d(t)$  为陀螺的相关漂移, 通常描述为一阶马尔柯夫过程;  $b(t)$  为陀螺的常值漂移;  $n_g(t)$  为陀螺测量白噪声;  $n_d(t)$  为白噪声;  $\mathbf{D}_\epsilon$  是由相关时间常数  $\tau_i$  ( $i=x, y, z$ ) 构成的对角阵。

#### 3.2 系统状态方程

四元数具有全局非奇异,且运动学方程是线性方程,为弹上姿态表示所采用。为了获得高精度导弹姿态,将常值漂移、一阶相关漂移同时作为状态量进行估计,为此取 10 维系统状态变量,有

$$x = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad d_x \quad d_y \quad d_z \quad b_x \quad b_y \quad b_z]^T \quad (8)$$

则此时状态方程为

$$\dot{x} = f(x) + \mathbf{G}(x)\mathbf{n} = \mathbf{F} \begin{bmatrix} q \\ d \\ b \end{bmatrix} + \mathbf{G} \begin{bmatrix} n_g \\ n_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0.5\Omega(\omega_g) & -0.5\Xi(q) & -0.5\Xi(q) \\ 0 & -\mathbf{D}_\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(x) = \begin{bmatrix} -0.5\Xi(q) & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

将系统的状态方程离散化,有

$$\begin{cases} \Phi_{k|k-1} = \mathbf{I} + F_{k-1}\Delta T + \frac{1}{2!}F_{k-1}^2\Delta T^2 + \frac{1}{3!}F_{k-1}^3\Delta T^3 + \dots \\ \mathbf{G}_{k-1} = \Delta T\left(1 + \frac{1}{2!}F_{k-1}\Delta T + \frac{1}{3!}F_{k-1}^2\Delta T^2 + \dots\right)\mathbf{G}_{k-1} \\ \Delta X_k = \Phi_{k|k-1}X_{k-1} + \mathbf{G}_{k-1}W_{k-1} \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $\Phi_{k|k-1}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{G}_{k-1}$  为噪声驱动矩阵;  $W_{k-1}$  为均值为零的白噪声序列;  $\Delta T$  为滤波步长。  $n_g, n_d$  互不相关,零均值高斯白噪声方差分别为  $\sigma_g^2, \sigma_d^2$ 。

#### 3.3 星敏感器测量模型

设星敏感器系与弹体坐标系重合,安装误差在地面进行标定后,数量级较小,忽略不计。依据弹体姿态变化,确定出星敏感器的视轴指向,通过星图识别,利用 MLS 单点姿态确定算法获取弹体姿态四元数。测量方程为

$$Y(k) = \mathbf{H}X(k) + n_v \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{4 \times 4} \quad \mathbf{0}_{4 \times 6}]$ ;  $n_v$  为测量白噪声。

### 4 仿真分析

#### 4.1 仿真条件

以中远程弹道导弹为例,依据测量修正方案仿真从主发动机关机时刻开始,假设开始时刻为 130 s,俯仰角  $21.2^\circ$ ,偏航角  $0.05^\circ$ ,滚动角  $0^\circ$ 。此时,导弹主要受到地球引力的作用,因地球引力作用线通过导弹质心,对绕质心运动不产生影响。另外,由于地球旋转而产生的牵连惯性力和柯氏惯性力对导弹绕质心运动产生的影响量级较小,忽略不计。因此,可认为导弹在发动机关机时刻,仅由推力冲量及附加干扰力矩作用下产生绕质心运动。从终止冲量、干扰力矩的大小入手,对  $\leq 0.06^\circ/\text{s}$  的角速度进行仿真。

#### 4.2 模型与仿真结果分析

##### (1) 仿真模型

假设弹体坐标系相对于惯性坐标系的角速度为  $\omega_b = [0.06 \quad 0.02 \quad 0.01]^T + rnd$ ,  $rnd$  为角速度白噪声。滤波采样间隔时长为 1 s,仿真时长 30 min。图 2 是三轴姿态角速度仿真曲线,图 3 是三轴角度仿真曲线。

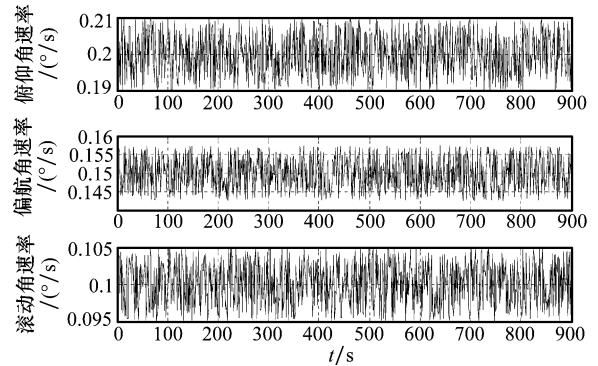


图 2 姿态角速率仿真曲线

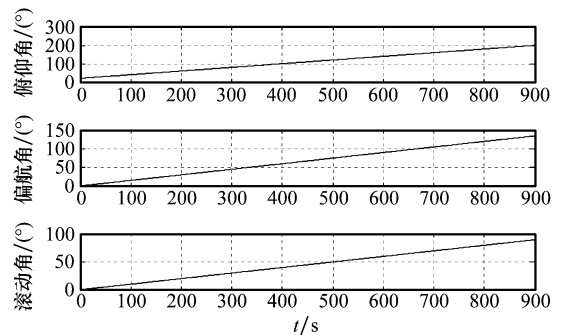


图 3 姿态角仿真曲线

##### (2) 结果分析

采用四元数表示姿态进行结果分析,避免了四元数到欧拉角转化的计算误差。图 4 是四元数误差,图 5 是常值漂移误差,图 6 是一阶漂移误差。

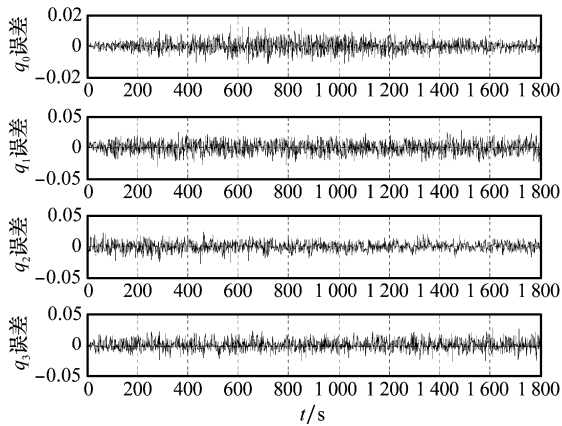


图 4 四元数估计偏差

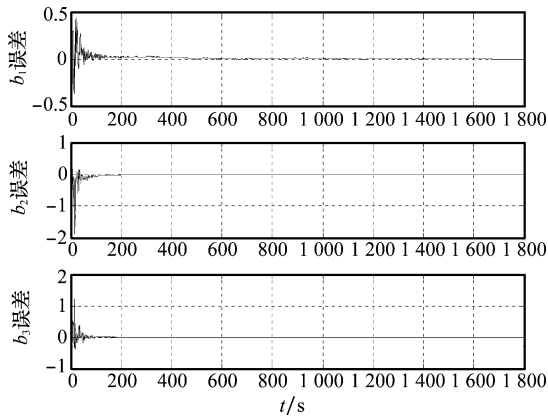


图 5 常值漂移误差曲线

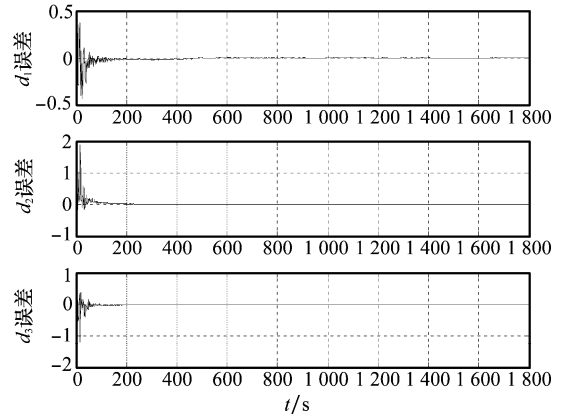


图 6 一阶漂移误差曲线

从偏差均值和偏差均方差两个方面对 UKF 和 EKF 算法的四元数误差、常值漂移误差、一阶漂移误差进行分析,结果如表 2 所示。另外,将 UKF、EKF 所得滤波参数与 QUEST、MLS 和惯性系统迭代递推算算法所得数据进行比较(后几种算法文中不再赘述),验证了动态滤波精度高于静态估计精度,UKF 滤波精度高于 EKF 滤波精度。

总之,通过仿真实验可以得出结论,UKF 算法在主动段发动机关机条件下进行滤波估计,符合工程实际,算法具有收敛快,精度高等特点。但仿真方案中的测量数据,忽略了星敏感器的安装误差,该误差与导弹初始条件误差、工具误差等多项系统误差交连在一起,目前应用研究仍停留在独立分离部分误差的范围内。系统分离所有主要因素误差仍有待深入研究。

表 2 EKF、UKF 误差结果分析

	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
UKF 偏差均值	-0.000 250 9 3.885e-005	0.000 220 6	0.000 450 6	0.008 291	-0.010 81	0.012 93	-0.006 057	0.016 61	-0.010 34	
EKF 偏差均值	-0.002 67	-0.002 74	-0.001 307	0.004 191	2.024	0.568 8	-1.774	-1.522	0.163 2	0.038 47
UKF 偏差均方差	0.003 243	0.008 748	0.006 691	0.008 275	0.031 16	0.085 16	0.045 83	0.030 84	0.084 87	0.045 63
EKF 偏差均方差	0.019 46	0.021 69	0.025 98	0.023 29	12	2.023	2.641	10.74	1.586	1.8

## 5 结束语

本文分析研究了星敏感器在捷联惯性测量组合导航系统中的测量修正方案,以此为基础构建了导弹的四元数运动学方程、测量方程以及状态方程等,对陀螺仪常值、一阶漂移等参数实现了实时估计,从而得到高精度的导弹姿态四元数参数。仿真结果表明 UKF 算法具有收敛速度快、估计精度高等优点,满足 SINS/CNS 组合导航系统在主动段无控飞行条件下的工程实际需求。

## 参考文献:

[1] 申功勋,孙远峰. 信息融合理论在惯性/天文/GPS 组合导航系统中的应用[M]. 北京:国防工业出版社,1998.  
 [2] 肖权贵. 捷联星光制导方案与误差研究[J]. 导弹与航天运载技术,1997(4):1-4.  
 [3] Liebe C C. Accuracy performance of star trackers-a tutorial[J].

*IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38 (2):587-599.  
 [4] 朱庆华,李英波. 基于陀螺和四元数的 EKF 卫星姿态确定算法[J]. 上海航天,2005(4):1-5.  
 [5] Bar-Itzhack I Y, Oshman Y. Attitude determination from vector observations: quaternion estimation [J]. *Aerospace and Electronic Systems*, 1985,21(1):128-136.  
 [6] Markley F L, Berman N, Shaked U. Deterministic EKF-like estimator for spacecraft attitude estimation[C]// *Proc. of American Control Conference*, 1994:247-251.  
 [7] Julier S J. The scaled unscented transformation[C]// *Proc. of the 2002 American Control Conference Anchorage*, 2002: 4555-4559.  
 [8] Crassidis J L, Landis M F. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation[C]// *AIAA Guidance Navigation and Control Conference and Exhibit Austin*, 2003:11-14.  
 [9] 杨锋,周宗锡,刘曙光. 基于星敏感器/光纤陀螺的卫星定姿算法[J]. 控制工程,2006,13(4):374-376.