

# INS/GPS 组合导航系统故障检测问题研究

颜 东 张洪钺

(北京航空航天大学 301 教研室, 北京, 100083)

## NEW FAILURE DETECTION METHOD FOR THE INTEGRATED INS/GPS NAVIGATION SYSTEM

Yan Dong Zhang Hongyue

(Faculty 301 of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

**摘 要** 提出了一种新的故障检测方案。该方案由卡尔曼滤波, 得到新息序列, 利用大数定律对新息序列的稳定性进行检验, 来判别系统是否出现了故障。同时提出了故障状态下卡尔曼滤波的修正算法。数值仿真结果表明, 该方法能有效地检测出 INS/GPS 组合导航系统的故障, 保证了 INS/GPS 组合导航系统的安全性和可靠性。

**关键词** 卡尔曼滤波 导航 故障

**中图分类号** V 249.3

**Abstract** A new failure detection method is proposed for the integrated INS/GPS navigation system. Meanwhile, the correction of Kalman filter with failure is also proposed. The stability of innovation sequence can be detected and the failure can be estimated by the law of great numbers. The new method is very simple, direct and sensitive; it needs no a priori information. The simulation result proves that the new method is very practical and efficient; the reliability and safety of the system can be improved.

**Key words** Kalman filters navigation failure

故障检测通常采用基于卡尔曼滤波器的设计方法。例如根据新息序列的噪声统计特性, Mehra 提出的特征检验法<sup>[1]</sup>及 Wald 提出的序贯概率比检验法 (SPRT)<sup>[2]</sup>, 以及多重模型检验法<sup>[3]</sup>。本文利用大数定律对新息序列的稳定性进行检验, 来判别系统是否出现了故障, 由于该方法的实时性很强, 便于对故障做实时性处理, 所以, 文中同时给出了故障状态下卡尔曼滤波的修正算法。作为应用, 将该方法用于 INS/GPS (INS 指惯性导航系统, GPS 指全球定位系统) 组合导航系统的故障检测, 仿真结果说明了算法的有效性。

### 1 大数定律的简要叙述

[车比雪夫大数定律] 设  $\{\xi_k\}$  是相互独立的随机变量序列, 各具有有限的方差且方差被同一常数所界, 则对任意  $\epsilon > 0$ , 有<sup>[4]</sup>

$$\lim_n P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E \xi_k \right| < \epsilon \right\} = 1 \quad (1)$$

由车比雪夫大数定律可以得到以下推论:

[推论] 设  $\{\xi_k\}$  为独立同分布的随机变量序列, 每个随机变量的数学期望为零, 方差为  $\sigma^2$ , 则

$$\lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_k^2 \xrightarrow{P} \sigma^2 \quad (2)$$

证明: 由于  $\xi_k$  是零均正态分布的, 其特征函数为

$$f(t) = e^{-\sigma^2 t^2 / 2}$$

令  $\Xi_k = \xi_k^2$ , 由随机变量  $n$  阶矩与特征函数的关系  $f^{(n)}(0) = i^n E \xi_k^n$  可得(过程略)

$$\sigma_{\Xi_k}^2 = E \Xi_k^2 - (E \Xi_k)^2 = E \xi_k^4 - (E \xi_k^2)^2 = 2\sigma^4$$

可见  $\sigma_{\Xi_k}$  是有界的.

由于

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E \Xi_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n E \xi_k^2 = \frac{1}{n} n \sigma^2 = \sigma^2 \quad (3)$$

由车比雪夫大数定律易证推论成立.

大数定律说明了许多随机现象具有稳定性, 因此可以用来解决故障检测问题.

## 2 故障检测与卡尔曼滤波修正算法

考虑如下系统

$$\left. \begin{aligned} x(t+1) &= A x(t) + w(t) \\ y(t+1) &= H x(t+1) + v(t+1) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

当滤波达到稳态时, 新息序列是独立同分布的随机序列. 假设新息序列为  $e_{i,k}$ , 下标  $i, k$  表示新息序列是在第  $t_k$  由第  $i$  个测量量产生的, 可由推论推出

$$\lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e_{i,k}^2 \xrightarrow{P} \sigma_i^2 \quad (5)$$

在传感器出现故障时, 这就必然会引起新息序列的统计特性发生变化, 并通过方程式(5)反应出来, 从而可以通过方程式(5)对故障进行估计.

假定在  $t_n$  时刻出现故障, 故障幅值是  $b_{i,f}$ , 则故障时刻的测量值为

$$y_{i,n} = y_{i,n} + b_{i,f} \quad (6)$$

在式(6)中, 下标  $i, n$  表示  $t_n$  时刻的第  $i$  个测量量, 下标  $i, f$  表示第  $i$  个测量量中的故障. 故障时刻的新息序列的表达式

$$\hat{e}_{i,n} = y_{i,n} - H \hat{x}_{n|n-1} = y_{i,n} - H \hat{x}_{n|n-1} + b_{i,f} = e_{i,n} + b_{i,f} \quad (7)$$

其中:  $e_{i,n}$  是无故障时刻的新息序列;  $\hat{x}_{n|n-1}$  是系统状态的预报值, 则

$$\frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k-1} e_{i,n-k+j}^2 + \frac{1}{k} e_{i,n}^2 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,n-k+j}^2 + \frac{1}{k} e_{i,n}^2 - \frac{1}{k} e_{i,n}^2 \quad (8)$$

由方程式(5)(大数定律)可知

$$\lim_k \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,n-k+j}^2 \xrightarrow{P} \sigma_i^2, \quad \lim_k \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,m-k+j}^2 \xrightarrow{P} \sigma_i^2 \quad (9)$$

现在, 以

$$\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,m-k+j}^2 \quad \text{代替} \quad \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,n-k+j}^2 \quad m = n-1$$

由方程式(8)可得

$$\hat{e}_{i,n} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k e_{i,m-k+j}^2 - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k-1} e_{i,n-k+j}^2} \quad (10)$$

由此可以得出故障幅值的估计

$$\hat{b}_{i,f} = \hat{e}_{i,n} - \hat{e}_{i,n} \quad (11)$$

为了判定  $\hat{b}_{i,f}$  是否为故障, 还必须设定一个检验门限, 这里门限选取为  $\gamma\hat{\sigma}_i$ , 其中,  $\hat{\sigma}_i$  是由大数定律估计出来的新息序列的方差值, 则判别公式为

$$\left. \begin{array}{l} |e_{i,n}| < \gamma\hat{\sigma}_i \quad \hat{b}_{i,f} \text{ 不是故障} \\ |e_{i,n}| > \gamma\hat{\sigma}_i \quad \hat{b}_{i,f} \text{ 是故障} \end{array} \right\} \quad (12)$$

上式表示新息序列绝对值超过其协方差估计值的  $\gamma$  倍 ( $\gamma > 1$ ), 则可以认为此时有故障出现<sup>[5]</sup>, 其中  $\gamma$  可以通过置信度来确定。

从卡尔曼滤波公式可知错误的测量值主要通过残差对滤波的精度产生影响, 因此, 只要对出现故障时刻的残差值进行修正, 就可以排除故障对估计精度的影响。先通过大数定律求出  $b_{i,f}$  的估计值  $\hat{b}_{i,f}$  (见式(11)), 并判别  $\hat{b}_{i,f}$  是不是故障(见式(12)), 进而得到故障时刻新息序列的修正值为

$$\bar{e}(t) = e(t) - \hat{b}_f \quad (13)$$

这样故障状态下卡尔曼滤波便改写为

$$\left. \begin{array}{l} \hat{x}(n|n) = \hat{x}(n|n-1) + K\bar{e}(n) \\ \bar{e}(n) = e(n) - \hat{b}_f \\ \hat{P}(n|n-1) = A\hat{P}(n-1|n-1)A^T + Q \\ \hat{x}(n|n-1) = A\hat{x}(n-1|n-1) \\ P(n|n) = (I - K(n)H)P(n|n-1) \\ K(n) = P(n|n-1)H^T(H P(n|n-1)H^T + R)^{-1} \end{array} \right\} \quad (14)$$

应该指出, 前面提出的故障检测方法是在定常系统条件下推出的, 而对于慢时变系统的故障检测问题, 上述算法也是适用的。

### 3 故障检测与卡尔曼滤波修正算法在 NS/GPS 组合导航系统中的应用

为了提高导航精度, 通常将两种或两种以上的导航系统有机地结合在一起, 以提高连续而精确的导航信息。

这里使用 18 个状态误差模型来描述组合以后的系统的误差。状态变量为

$$x^T = [r_e, r_n, r_u, v_e, v_n, v_u, \phi_e, \phi_n, \phi_u, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z, \epsilon_e, \epsilon_n, \epsilon_u, \delta_e, \delta_n, \delta_u]$$

式中:  $r_e, r_n, r_u$  为位置误差;  $v_e, v_n, v_u$  为速度误差;  $\phi_e, \phi_n, \phi_u$  为平台误差角;  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$  为加速度偏置;  $\epsilon_e, \epsilon_n, \epsilon_u$  为陀螺马尔可夫误差;  $\delta_e, \delta_n, \delta_u$  为 GPS 的马尔可夫误差。经过推导<sup>[6]</sup>, 系统方程

$$\dot{x} = Fx + Gw$$

式中:  $F, G, w$  的表达式及其含义参见文献[6]。测量方程分别为

$$z = Hx + n$$

$$H = [I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 12} \quad -I_{3 \times 3}], \quad z^T = [z_1 \quad z_2 \quad z_3], \quad n^T = [-n_e \quad -n_n \quad -n_u]$$

加速度计零偏和陀螺漂移率等不可观测的故障可以通过余度设计方案排除。由于在高动态和强干扰环境下, GPS 性能降低, 一般只采用惯性测量信息进行导航, 所以本文只对 NS/GPS 组合导航系统非机动情况下可观测的故障检测问题进行了仿真研究。

这里的故障模拟为阶跃故障, 即  $b_f = [20 \quad 0 \quad 0]^T$ , 故障出现的时刻分别在第 100s、150s 出现在东向测量值上。文中给出了故障及其估计值曲线(图 1); 文中同时给出了故障状

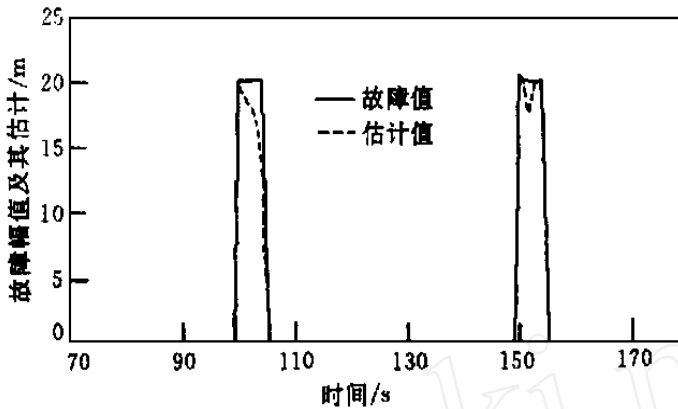


图1 故障幅值及其估计曲线

态下卡尔曼滤波及无故障状态下卡尔曼滤波和本文算法估计误差均方根值(RMS)(表1)。通过故障及其估计值曲线,可以看出本文算法能准确地估计出故障;而各种算法估计误差均方根值表可以看出用卡尔曼滤波修正算法,所得估计精度与无故障情况下卡尔曼滤波精度基本相同,远远超过了没有排除故障的卡尔曼滤波的精度。

表1 各种算法RMS表

	$r_e$	$r_n$	$r_u$	$v_e$	$v_n$	$v_u$	$\phi$	$\phi$	$\phi$
最优滤波	3.37	3.73	3.60	0.22	0.24	0.31	$1.79 \times 10^{-3}$	$1.91 \times 10^{-3}$	$1.43 \times 10^{-2}$
有故障	5.04	3.73	3.60	0.25	0.24	0.31	$1.79 \times 10^{-3}$	$1.92 \times 10^{-3}$	$1.35 \times 10^{-2}$
修正算法	3.38	3.73	3.60	0.22	0.24	0.31	$1.79 \times 10^{-3}$	$1.91 \times 10^{-3}$	$1.43 \times 10^{-2}$
	$\nabla_x$	$\nabla_y$	$\nabla_z$	$\epsilon_x$	$\epsilon_y$	$\epsilon_z$	$\delta_x$	$\delta_y$	$\delta_z$
最优滤波	$1.78 \times 10^{-5}$	$1.66 \times 10^{-5}$	$1.31 \times 10^{-3}$	$1.18 \times 10^{-6}$	$1.41 \times 10^{-6}$	$3.90 \times 10^{-7}$	3.37	3.69	3.73
有故障	$1.77 \times 10^{-5}$	$1.70 \times 10^{-5}$	$1.30 \times 10^{-3}$	$1.20 \times 10^{-6}$	$1.60 \times 10^{-6}$	$3.91 \times 10^{-7}$	3.39	3.69	3.73
修正算法	$1.78 \times 10^{-5}$	$1.65 \times 10^{-5}$	$1.31 \times 10^{-3}$	$1.18 \times 10^{-6}$	$1.37 \times 10^{-6}$	$3.90 \times 10^{-7}$	3.37	3.69	3.73

## 参 考 文 献

- 1 Mehra R K, Peschen J. An innovations approach to fault detection and diagnosis in dynamics system. Automatica, 1971, 637- 640
- 2 Wald A. Sequential analysis. New York: Wiley, 1947, 37- 84
- 3 Willmsky A S, et al. Dynamic model-based techniques for the detection of incidents on freeways. IEEE Trans Auto Contr, 1980, AC- 25(3): 347- 389
- 4 华东师范大学数学系编. 概率论与数理统计习题集. 北京: 人民教育出版社, 111- 128
- 5 [苏]库索夫可夫 H T 等著, 章燕申译. 控制系统最优滤波和辨识方法. 北京: 国防工业出版社, 1984, 169- 177
- 6 Itzhack Y, Itzhack B, Medan Y. GPS aided cost strapdown INS for attitude determination. Navigation control Conference, AIAA 86-2149, 1986, 516- 521