

# 基于 ODE 参数辨识的液压伺服系统灰箱建模

赵盼<sup>1, 2</sup>, 王少萍<sup>1, 2, \*</sup>

1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191

2. 北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术国防科技重点实验室, 北京 100191

**摘要:** 针对液压伺服系统常规“白箱”建模由于参数无法精确获得导致所得模型精度不高及“黑箱”建模所得模型内部结构未知的问题, 本文提出基于 ODE 参数辨识的液压伺服系统“灰箱”建模。首先, 建立了工程上实用的系统状态空间模型, 根据系统特征确定了待辨识参数, 将模型辨识问题转化为常微分方程 (ODE) 参数辨识问题; 然后, 采用正弦扫频信号作为激励信号和基于带边界约束的信赖域优化算法的初值问题方法进行参数辨识; 为了和 ODE 参数辨识结果进行对比, 本文同时采用系统的频率响应数据和最小二乘法辨识得到系统的“黑箱”传递函数模型; 最后, 通过大量实验验证了辨识模型的精确度。实验结果表明, 本文提出的基于信赖域算法的液压伺服系统模型辨识方法可以有效处理参数的边界问题, 使辨识模型既具有实际的物理意义, 又与实际系统高度符合。

**关键词:** 液压伺服系统; 灰箱建模; 常微分方程; 参数辨识; 信赖域; 边界约束

中图分类号: V233.91; TP271<sup>+</sup>.41

文献标识码: A

文章编号: 1000-6893(2013)01-0187-10

液压伺服系统是由液压控制组件和液压执行组件作为动力机构具有反馈控制的控制系统<sup>[1]</sup>, 具有体积小、重量轻、惯性小、反应快、刚度大和精度高等优点, 现已被广泛应用于国防工业和民用工业<sup>[2]</sup>。无论是对液压伺服系统进行动态分析还是计算机数字仿真以及基于模型的控制算法设计, 都要首先建立精确的系统模型。建模的常用方法有 2 种<sup>[3]</sup>:

1) “白箱”建模法是从系统的内部机理出发, 利用已有的定理、定律和原理、公式推导出系统的数学模型, 也称作机理建模。这类建模方法需要对系统的内部结构和参数具有较深的了解, 为了解析表达多进行模型简化, 更重要的是有些模型参数值不易精确获得, 因此建立的模型与实际系统往往有差距。

2) “黑箱”建模法是在对系统内部的特性不明, 且可以通过实验获得系统的输入输出数据时, 常采用系统辨识的方法辨识系统模型。这种方法虽然不需要对系统的内部机理进行了解, 但是得到的模型的内部结构也是未知的, 不能满足某些需要了解模型内部结构的场合。采用该方法时假设的辨识模型结构要完备体现系统的特征, 在实际运用中往往很难满足, 一般采用多次实验尝试的方法。

对于液压伺服系统而言, 有些元部件特性是已知的, 比如伺服放大器增益、伺服阀流量电流增益、液压缸的几何参数等, 而有些元部件或部件间的特性有时很难获得, 如液压缸的阻尼系数、泄漏系数以及油液弹性模量等。因此有必要将机理建模和“黑箱”建模法结合, 既发挥前者良好的机理表征的特点, 又通过参数辨识使得辨识模型与

收稿日期: 2012-03-05; 退修日期: 2012-07-17; 录用日期: 2012-08-28; 网络出版时间: 2012-09-13 10:43

网络出版地址: www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120913.1043.002.html

基金项目: 国家自然科学基金(51175014)

\* 通讯作者. Tel.: 010-82338933 E-mail: shaopingwang@vip.sina.com

**引用格式:** Zhao P, Wang S P. Grey-box modeling of hydraulic servo systems based on ODE parameter identification. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(1): 187-196. 赵盼, 王少萍. 基于 ODE 参数辨识的液压伺服系统灰箱建模. 航空学报, 2013, 34(1): 187-196.

实际系统高度符合,从而形成“灰箱”建模方法。因此,本文选用 ODE 参数辨识来实现液压伺服系统的“灰箱”建模,文中的“灰箱”模型即是指 ODE 模型。

鉴于文献[4]证明了对于液压伺服系统采用正弦扫频信号进行模型辨识比采用 M 序列更理想,本文在进行 ODE 参数辨识时采用正弦扫频信号作为激励信号,虽然需要的数据量更大,但辨识得到的模型精度更高。在辨识算法方面,文献[5]采用基于高斯-牛顿优化算法的预报误差法对连续回转马达电液伺服系统进行了参数辨识,但是高斯-牛顿法只具有局部收敛的特性,且处理参数的边界问题不理想。本文则采用能有效处理参数边界约束的信赖域方法作为参数优化算法,具有良好的可执行性和强收敛性。

## 1 数学建模与辨识数据

### 1.1 数学建模

ODE 参数辨识时首先应建立系统的 ODE 模型,本节将从机理建模的角度建立系统的传递函数模型和 ODE 模型。本文所研究的液压伺服系统为用在某型号导弹舵面的阀控缸液压位置系统,系统工作在闭环状态,其原理如图 1 所示。图中虚线表示信号的流向,实线表示液压油的流向。输入控制电压与位移反馈传感器输出电压作差产生偏差电压,经伺服放大器输出电流,驱动电液伺服阀转换并输出液压能,推动液压缸内的活塞杆输出直线位移,进而通过连接机构推动舵面按指定规律运动。其中的 3 个校正环节(CE1、CE2、CE3)是为了调节系统的频率特性而设计的。系统的输入为控制电压,输出为活塞杆的位移。

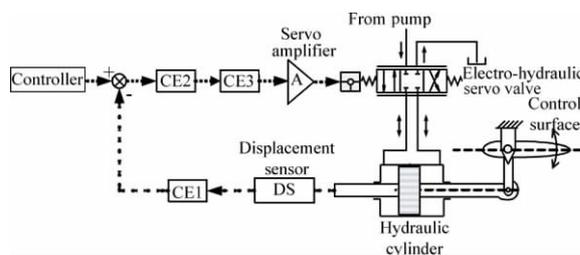


图 1 导弹舵面控制用液压伺服系统原理图

Fig. 1 Diagram of hydraulic servo system used in controlling missile control surface

在伺服系统建模中,尽管实际系统具有各种非线性,但为了得到系统的解析表达式和分析应用的方便,目前常采用线性简化等手段,最终得到线性模型。本文也是基于线性模型的辨识。系统各个环节的传递函数模型如下:

1) 校正环节 CE2 方程为

$$\Delta u \frac{T_3 s + 1}{T_4 s + 1} = u_1 \quad (1)$$

式中:  $\Delta u$  为输入电压与反馈电压的差值;  $u_1$  为校正环节 CE2 的输出电压;  $T_3$ 、 $T_4$  为校正系数;  $s$  为传递函数中的复参数。

2) 校正环节 CE3 方程为

$$u_1 \frac{T_5^2 s^2 + 2\xi_3 T_5 s + 1}{T_5^2 s^2 + 2\xi_4 T_5 s + 1} = u_2 \quad (2)$$

式中:  $T_5$ 、 $\xi_3$ 、 $\xi_4$  为校正系数;  $u_2$  为校正环节 CE3 的输出电压。

3) 伺服放大器输出电流为

$$i_a = K_i u_2 \quad (3)$$

式中:  $K_i$  为伺服放大器增益。

4) 伺服阀流量方程

一般采用增量线性化处理方式得到伺服阀的负载流量为

$$Q_L = K_q x_v - K_c p_L \quad (4)$$

式中:  $K_q$  为流量放大系数;  $K_c$  为流量压力放大系数;  $x_v$  为伺服阀阀芯位移;  $p_L$  为负载两端压差。

但一般工程应用时只能得到阀流量与电流的关系,无法得到阀流量与阀芯位移的关系,而阀芯位移和电流关系可采用二阶模型表示为

$$x_v = \frac{K_{ir} i_a}{\left(\frac{s^2}{\omega_s^2} + \frac{2\xi_s s}{\omega_s} + 1\right)} \quad (5)$$

式中:  $K_{ir}$  为伺服阀阀芯位移增益;  $\omega_s$  和  $\xi_s$  分别为伺服阀固有频率和阻尼比。

若记伺服阀空载流量为  $Q_0$ , 则

$$Q_0 = K_q \frac{K_{ir} i_a}{\left(\frac{s^2}{\omega_s^2} + \frac{2\xi_s s}{\omega_s} + 1\right)} = \frac{K_{iq} i_a}{\left(\frac{s^2}{\omega_s^2} + \frac{2\xi_s s}{\omega_s} + 1\right)} \quad (6)$$

式中:  $K_{iq}$  为伺服阀的空载流量-电流增益,工程应用上一般很容易得到。

则

$$Q_L = Q_0 - K_c p_L \quad (7)$$

式中:  $Q_L$  为负载流量。

5) 负载流量平衡方程为

$$Q_L = A_p s y_p + \left( C_{tc} + \frac{V_t}{4\beta_e} s \right) p_L \quad (8)$$

式中:  $A_p$  为液压缸活塞有效作用面积;  $y_p$  为活塞杆位移;  $C_{tc}$  为液压缸综合泄露系数;  $V_t$  为液压缸两腔容积和;  $\beta_e$  为油液的弹性模量。

6) 活塞杆力平衡方程为

$$A_p p_L = m_t s^2 y_p + B_t s y_p + K_L y_p + F_d \quad (9)$$

式中:  $m_t$  为传动机构和舵面折算到活塞杆轴线上的质量和活塞杆质量之和;  $B_t$  为活塞和负载的粘性阻尼系数;  $K_L$  为舵面所受铰链力矩的折算系数;  $F_d$  为作用在活塞杆上的外干扰力。

7) 位移传感器输出电压方程为

$$u_d = K_d y_p \quad (10)$$

式中:  $K_d$  为位移传感器增益。

8) 校正环节 CE1 方程为

$$u_d \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1} = u_f \quad (11)$$

式中:  $T_1$  和  $T_2$  为校正环节系数;  $u_f$  为校正环节 CE1 的输出电压, 即反馈电压。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \left[ \left( 1 - \frac{T_3}{T_4} \right) - x_1 \right] / T_4 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = (u_1 - 2\xi_4 T_5 x_3 - x_2) / T_5^2 \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \omega_s^2 \left( K_{iq} i_a - \frac{2\xi_s}{\omega_s} x_5 - x_4 \right) \\ \dot{x}_6 = \frac{4\beta_e}{V_t} (Q_L - C_{tc} x_6 - A_p x_8) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = \frac{1}{m_t} (A_p x_6 - B_t x_8 - K_L x_7 - F_d) \\ \dot{x}_9 = \left[ u_d \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) - x_9 \right] / T_2 \\ y = x_7 \end{cases}$$

式中: 系统输入  $u_i$  为控制电压; 输出  $y$  为活塞杆的位移。

## 1.2 待辨识参数的确定

根据机理建模及对实际系统的了解, 可确定系统参数中可以精确给定参数值的参数包括: 所有校正环节的系数  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$ 、 $T_5$ 、 $\xi_3$ 、 $\xi_4$ ; 伺服放大器增益  $K_i$ ; 伺服阀空载流量-电流增益

9) 负反馈方程为

$$\Delta u = u_i - u_f \quad (12)$$

式中:  $u_i$  为输入控制电压。

为了进行系统的 ODE 参数辨识, 首先应建立系统的状态空间模型。基于式(1)~式(3), 式(6)~式(12), 定义如下状态变量:

$$\begin{cases} x_1 = \Delta u \frac{1 - T_3/T_4}{T_4 s + 1} \\ x_2 = \frac{1}{T_5^2 s^2 + 2\xi_4 T_5 s + 1} u_1 \\ x_3 = \dot{x}_2 \\ x_4 = Q_0 \\ x_5 = \dot{Q}_0 \\ x_6 = p_L \\ x_7 = y_p \\ x_8 = \dot{y}_p \\ x_9 = u_d \frac{1 - T_1/T_2}{T_2 s + 1} \end{cases} \quad (13)$$

可得系统的状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = \Delta u \frac{T_3}{T_4} + x_1 \\ \Delta u = u_i - u_f \\ u_2 = u_1 + 2(\xi_3 - \xi_4) T_5 x_3 \\ i_a = K_i u_2 \\ Q_L = Q_0 - K_c x_6 \\ u_d = K_d x_7 \\ u_f = u_d \frac{T_1}{T_2} + x_9 \end{cases} \quad (14)$$

$K_{iq}$ ; 位移传感器增益  $K_d$ ; 液压缸物理参数包括活塞有效作用面积  $A_p$  和液压缸两腔容积和  $V_t$ 。

需要辨识的参数包括: 伺服阀阻尼比  $\xi_s$  及固有频率  $\omega_s$ ; 伺服阀流量压力放大系数  $K_c$ ; 液压缸综合泄露系数  $C_{tc}$ ; 活塞和负载的粘性阻尼系数  $B_t$ ; 油液弹性模量  $\beta_e$ ; 传动机构和舵面折算到活塞杆轴线上的质量和活塞杆质量之和  $m_t$ ; 舵面

所受铰链力矩折算系数  $K_L$ 。

### 1.3 辨识数据

文献[4]通过辨识实验已经证明正弦扫频信号是比 PRBS 信号(如 M 序列)更适合作为液压伺服系统的辨识激励信号,因此本文选择正弦扫频信号作为辨识输入信号,考虑到完全覆盖系统的频宽(小于 40 Hz)并留有一定的余度,扫频信号频率范围选为 1~100 Hz,频率间隔为 1 Hz,每个频率段 3 个周期。输入信号为输入到校正环节 CE1 的电压,输出信号为活塞杆位移。进行剔除野值、滤波、消除趋势等预处理后的系统输入输出信号如图 2 所示。

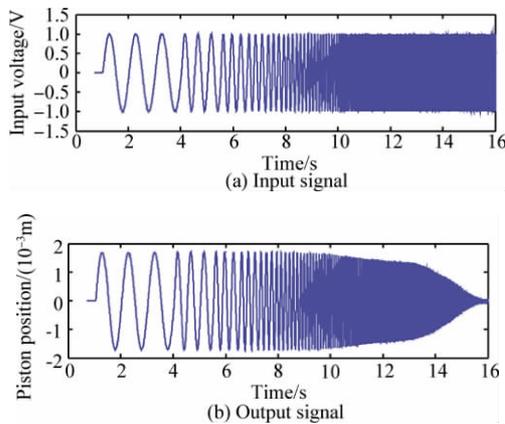


图 2 正弦扫频输入输出信号

Fig. 2 Sine sweep input-output signals

为了利用频率响应数据进行黑箱传递函数模型辨识和对模型进行更直观的验证,可根据扫频输入输出信号求得系统的频率响应,如图 3 所示。

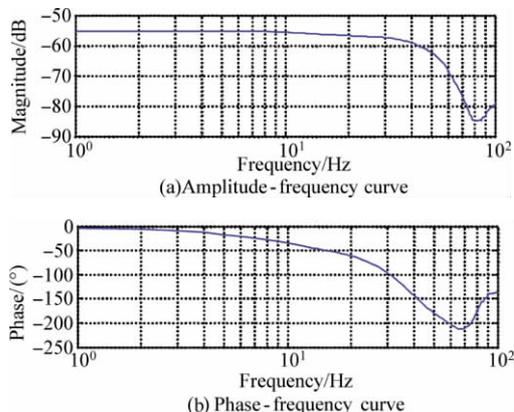


图 3 根据正弦扫频数据计算得系统频率响应

Fig. 3 System frequency response calculated using sine sweep data

图 3 中,幅频和相频曲线下落到极点之后又上升是因为系统的前向通路中存在二阶校正环节(对应传递函数式(2))。该校正环节类似于带通滤波器,对应的频率响应如图 4 所示,其作用是衰减系统在 80 Hz 左右的响应。该环节的存在使得整个系统的幅频曲线在 80 Hz 左右达到最低之后有所上升,相频曲线在 70 Hz 之后有所上升。

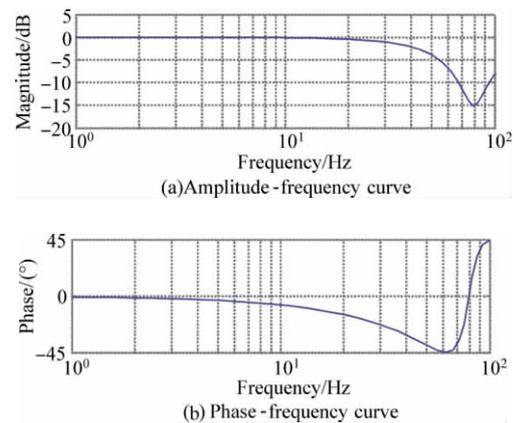


图 4 二阶校正环节频率响应

Fig. 4 Frequency response of the second-order correction element

## 2 ODE 参数辨识原理

### 2.1 基于初值问题方法的 ODE 参数辨识

本文所研究的液压伺服系统式(14)可描述成 ODE 模型的一般形式<sup>[6]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, \theta) \\ y = g(t, x, \theta) \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $\theta$  为  $p$  维的系统待辨识参数向量;  $x = x(t, \theta)$  为  $n$  维的系统状态变量;  $t$  为时间;  $y$  为系统输出。此外一般有一些等式和不等式对状态变量和参数的关系、边界状况、初始值进行约束,如下所示:

$$\begin{cases} r_1(x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_k), \theta) = 0 \\ r_2(x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_k), \theta) \geq 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $t_1, t_2, \dots, t_k$  为时间点;  $t_1$  为初始时间点;  $t_k$  为结束时间点。

待辨识参数  $\theta$  及状态变量  $x$  要从观测的输出中估计,观测的输出可以表示为

$$\hat{y}_i = g(\bar{x}(t_i), \theta) + \epsilon_i, i = 1, 2, \dots, k \quad (17)$$

式中:  $\hat{y}_i$  为  $t_i$  时刻的系统输出实测值;  $\bar{x}(t_i)$  为真实的状态变量值;  $\varepsilon_i$  为满足独立、正态分布的测量误差。

从观测的带噪声的数据中辨识 ODE 模型中的参数在很多应用科学与工程领域都会遇到<sup>[6-7]</sup>。针对 ODE 参数辨识问题,目前成熟的方法有 2 种<sup>[8]</sup>,第 1 种是初值问题方法(Initial Value Problem Approach)。该方法<sup>[9]</sup>首先通过数值算法获得模型在给定初值下的输出,进而通过优化算法优化参数的值使得模型的输出接近实测的输出,优化问题通常也被称为非线性最小二乘问题。采用该方法时,由于每次更新参数值都要对模型进行数值积分运算,因此计算量较大。此外,数值积分同时存在计算结果不准确的问题,尤其是对于病态系统,该部分产生的误差将会降低参数辨识的质量。再次,必要的对初始条件的辨识会进一步增大待辨识参数的范围。第 2 种常用的方法是边界值问题方法(Boundary Value Problem Approach),尤其是多重打靶算法(Multiple Shooting Algorithm)和配置算法(Collocation Algorithm)<sup>[8]</sup>。多重打靶算法通过选取一系列的节点  $t_a \leq \tau_0 < \tau_1 \dots < \tau_m \leq t_e$  和状态变量  $x(\tau_k)$  的初始估值  $s_k$ 。然后在区间  $[\tau_k, \tau_{k+1}]$  上分别解决初值问题

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, \theta) \\ x(\tau_k) = s_k \quad k = 0, 1, \dots, m-1 \end{cases} \quad (18)$$

额外变量  $s_0, s_1, \dots, s_m$  由下式间接决定,从而使得数值解算轨迹是连续的

$$x(\tau_{k+1}; \tau_k, s_k, \theta) - s_{k+1} = 0 \quad (19)$$

该方法的一个很明显的优点是可以利用有关解算轨迹的先验信息改进对初始值的估计,这样可以尽可能消除由于参数和状态变量初值估计误差较大带来的不利影响。尽管如此,边界值问题方法实施过程过于繁琐,不如初值问题方法直接、简单。而且由于本系统是离线辨识,因此计算量大、耗时长并不算严重问题,另外通过合理的选取初值、数值积分方法及优化算法,初值问题方法也可以得到较好的辨识结果。因此本文选择初值问题方法作为 ODE 参数辨识算法。

在仿真算法方面,选择 4 阶 Runge-Kutta 算法作为数值积分算法。针对所研究的液压伺服系统,为了使得辨识得到的参数具有实际的物理意

义,有必要对参数的上下界进行约束,即要满足

$$l \leq \theta \leq u \quad (20)$$

式中:  $l$  和  $u$  分别为待辨识参数值的下界和上界。

定义目标函数<sup>[10]</sup>为

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [\hat{y}(t_i) - g(t_i, x, \theta)]^2 \quad (21)$$

则辨识问题转化为带有边界约束的优化问题:

$$\min J(\theta) \text{ s. t. } l \leq \theta \leq u \quad (22)$$

由式(21)和式(22)可以看出,所要解决的问题为带边界约束的最小二乘问题,相比于常规的优化算法如 Gauss-Newton、Levenberg-Marquardt 法等,本文选择能处理参数边界约束的信赖域法(Trust Region Method)作为优化算法,因为该方法不仅可以很好的处理参数的边界约束,而且具有良好的可执行性和收敛性<sup>[11]</sup>。该优化算法将在下节介绍。

总结起来,本文所采用的基于初值问题方法的 ODE 参数辨识算法框架如图 5 所示。

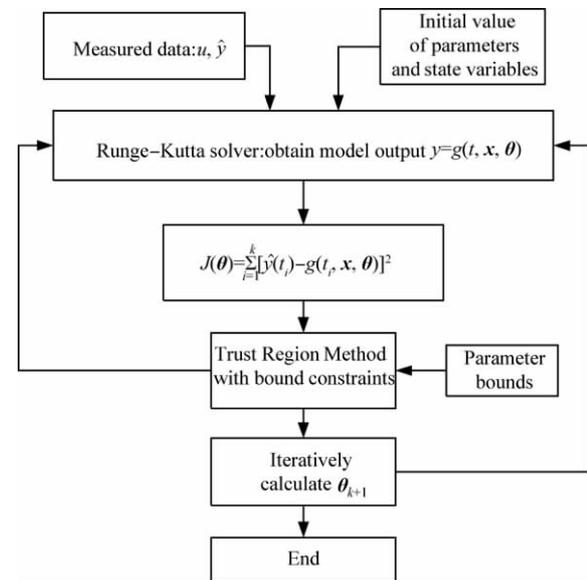


图 5 基于初值问题方法的 ODE 辨识算法框架

Fig 5 Diagram of ODE parameter identification based on initial value problem approach

## 2.2 基于信赖域方法的带边界约束优化问题解法

本小节介绍所采用的解决问题式(21)的信赖域优化算法<sup>[12]</sup>。该方法不仅具有全局收敛性,而且具有很好的可执行性和局部二次收敛的特点。

为了与其他文献变量符号保持一致,重新定义边界约束优化问题为

$$\min_{x \in \mathbf{R}^n} f(x) \text{ s. t. } l \leq x \leq u \quad (23)$$

式中:  $x$  为参数向量,  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^1$ 。定义  $\Omega \equiv \{x; l \leq x \leq u\}$  并且  $\text{int}(\Omega) \equiv \{x; l < x < u\}$ 。

信赖域方法由于具有良好的收敛特性和逼真度而广泛应用于解决无约束和有约束的优化问题。该方法的原理比较简单,可概括为迭代步长  $s_k = x_{k+1} - x_k$  是下面二次程序子问题的解:

$$\min_{s \in \mathbf{R}^n} \left\{ \psi_k(s) \equiv \mathbf{g}_k^T s + \frac{1}{2} s^T \mathbf{B}_k s : \|\bar{\mathbf{D}}_k s\|_2 \leq \Delta_k \right\} \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{g}_k$  为  $f(x_k)$  的梯度向量;  $\mathbf{B}_k$  为 Hessian 矩阵  $\nabla^2 f(x_k)$  的对称近似阵;  $\bar{\mathbf{D}}_k$  为放缩矩阵;  $\Delta_k$  为表示信赖域大小的正标量。

定义  $\rho_k^f = (f(x_k + s_k) - f(x_k)) / \psi_k(s_k)$ , 通常的做法是当某次迭代满足  $\rho_k^f > \mu$  ( $\mu$  为小于 1 的正常量) 时就判定这次迭代是成功的, 否则就是不成功的。信赖域大小更新的目的是使得  $\rho_k^f > \mu$  从而确保目标函数的足够下降。至于如何求解问题式(24), 可参考文献[13]~文献[16]。

信赖域方法的收敛性理论指出基于二次程序子问题(比如式(24))的信赖域方法通常要求计算出的试验步长是子问题的全局解。但是, 用来解决该子问题的方法通常只能保证局部最优性。因此, 基于二次程序子问题的信赖域方法存在理论和实践上的偏差。

本文所采用的信赖域方法在每次迭代时不需要求解二次程序子问题, 而是通过构建带有二次函数和放缩矩阵的二次模型使得在解算过程中没必要明确地对约束进行处理。

首先定义向量函数  $v(x): \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$  如下:

1) 如果  $\nabla f(x)_i < 0$  且  $u_i < \infty$ , 则  $v_i = x_i - u_i$ 。

2) 如果  $\nabla f(x)_i \geq 0$  且  $l_i > -\infty$ , 则  $v_i = x_i - l_i$ 。

3) 如果  $\nabla f(x)_i < 0$  且  $u_i = \infty$ , 则  $v_i = -1$ 。

4) 如果  $\nabla f(x)_i \geq 0$  且  $l_i = -\infty$ , 则  $v_i = 1$ 。

另外定义

$$\mathbf{D}(x) = \text{diag}(|v(x)|^{-\frac{1}{2}}) \quad (25)$$

即  $\mathbf{D}^{-2}$  是一个对角阵, 且第  $i$  个对角元素为

$|v_i(x)|$ , 其他元素均为 0。

定义  $\mathbf{J}^v(x) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  代表  $|v(x)|$  的 Jacobian 矩阵。如果  $l$  和  $u$  的所有元素均有界, 则定义  $\mathbf{J}^v = \text{diag}(\text{sgn}(\nabla f))$ 。如果变量  $x_i$  有一个有限的下界和无穷大的上界并且  $\nabla f_i = 0$ , 则定义  $\mathbf{J}_i^v = 0$ 。 $\mathbf{B}(x)$  是对 Hessian 矩阵  $\mathbf{H}(x) \equiv \nabla^2 f(x)$  的近似,  $\mathbf{g}(x) \equiv \nabla f(x)$ 。

定义二次模型

$$\psi_k(s) \equiv s^T \mathbf{g}_k + \frac{1}{2} s^T \mathbf{M}_k s \quad (26)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{C}(x) \equiv \mathbf{D}(x) \text{diag}(\mathbf{g}(x)) \mathbf{J}^v(x) \mathbf{D}(x) \\ \mathbf{M}(x) \equiv \mathbf{B}(x) + \mathbf{C}(x) \end{cases} \quad (27)$$

根据文献[12], 求解式(23)时要解决的子问题为

$$\min_s \{ \psi_k(s) : \|\mathbf{D}_k s\|_2 \leq \Delta_k \} \quad (28)$$

最终得到的算法如下所示:

算法 1

$x_0 \in \text{int}(\Omega)$

For  $k = 0, 1, \dots$

1) 计算  $f(x_k)$ ,  $\mathbf{g}_k$ ,  $\mathbf{H}_k$  和  $\mathbf{C}_k$ ; 定义二次模型

$$\psi_k(s) = \mathbf{g}_k^T s + \frac{1}{2} s^T (\mathbf{H}_k + \mathbf{C}_k) s。$$

2) 根据式(28)计算  $s_k$  使得  $x_k + s_k \in \text{int}(\Omega)$ 。

3) 计算

$$\rho_k^f = \frac{f(x_k + s_k) - f(x_k) + \frac{1}{2} s_k^T \mathbf{C}(x_k) s_k}{\psi_k(s_k)}。$$

4) 如果  $\rho_k^f > \mu$ , 则令  $x_{k+1} = x_k + s_k$ , 否则  $x_{k+1} = x_k$ 。

5) 更新模型  $\psi_k$ , 放缩矩阵  $\mathbf{D}_k$  和  $\Delta_k$ 。

更新信赖域大小  $\Delta_k$ :

令  $0 < \mu < \eta < 1, \gamma_1 < 1 < \gamma_2, 0 < \Delta$

1) 如果  $\rho_k^f \leq \mu$ , 则令  $\Delta_{k+1} \in (0, \gamma_1 \Delta_k)$ ;

2) 如果  $\rho_k^f \in (\mu, \eta)$ , 则令  $\Delta_{k+1} \in (\gamma_1 \Delta_k, \Delta_k)$ ;

3) 如果  $\rho_k^f > \mu$  则进一步判断, 如果  $\Delta_k > \Delta$ , 则令  $\Delta_{k+1} \in (\gamma_1 \Delta_k, \Delta_k)$  或  $(\Delta_k, \gamma_2 \Delta_k)$ ; 否则, 令  $\Delta_{k+1} \in (\Delta_k, \gamma_2 \Delta_k)$ 。

### 3 实验结果及分析

#### 3.1 辨识前的初值设定

首先应根据对系统的了解, 对所有的参数和

状态变量设置尽可能准确的初值,同时对待辨识参数还要设置其边界,保证辨识得到的参数值具有物理意义。待辨识参数的相关设置见表 1。根据式(13)及输入输出数据的初值状况,可设置所有状态变量的初值为 0。

表 1 待辨识参数设置

Table 1 Settings for parameters to be identified

Parameters	Unit	Initial value	Minimum value	Maximum value
$\omega_s$	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	750	188	1 000
$\xi_s$	—	0.6	0.3	0.99
$\beta_c$	Pa	$7 \times 10^8$	$1 \times 10^8$	$1 \times 10^9$
$K_c$	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$	$2.1 \times 10^{-12}$	0	$9 \times 10^{-12}$
$C_{tc}$	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$	$2.1 \times 10^{-14}$	0	$9 \times 10^{-13}$
$B_t$	$\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	10	0	200
$m_t$	kg	16.26	0	50
$K_L$	$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	$1.835 \times 10^5$	$1 \times 10^4$	$1 \times 10^6$

根据给定的参数初值,对初始模型进行仿真,得到初始模型输出与实测输出的符合情况如图 6 所示。

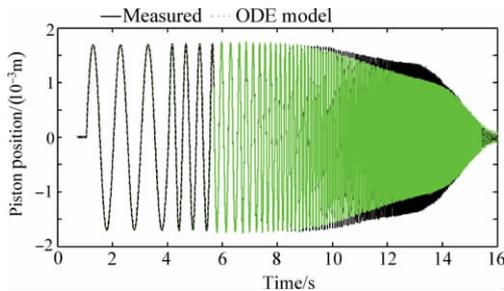


图 6 初始 ODE 模型输出与实测输出对比

Fig. 6 Comparison of initial ODE model and measured outputs

同时根据式(29)计算出模型与数据的符合度为 86.98%。

$$\text{fit} = \left( 1 - \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (y_m(t_i) - y(t_i))^2}}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} (y(t_i) - \bar{y})^2}} \right) \times 100\% \quad (29)$$

式中: $y_m(t_i)$ ,  $y(t_i)$  分别为  $t_i$  时刻模型输出和实测输出; $N$  为数据点数; $\bar{y}$  为实测输出序列  $y(t_0)$ ,  $y(t_1)$ ,  $\dots$ ,  $y(t_N)$  的平均值。

由图 6 可以看出在数据初始段模型与实测结果比较吻合,但明显可以看出在 10 s 之后模型输

出与实测输出差别较大。

### 3.2 辨识结果及分析

利用之前所述的带边界约束的信赖域方法,并选定算法相关的参数如下:

$$\begin{aligned} \mu &= 0.25, \beta = 0.1, \eta = 0.75, \\ \gamma_1 &= 0.5, \gamma_2 = 2, \Delta = 1 \end{aligned}$$

经过 20 次迭代求解,发现参数值基本不再变化,得到辨识模型输出与实测输出的符合情况如图 7 所示,根据式(29)计算出的符合度为 96.18%。

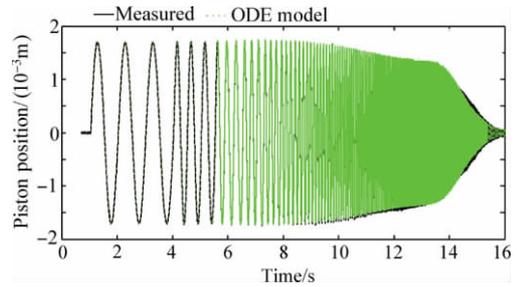


图 7 辨识所得 ODE 模型输出与实测输出对比

Fig. 7 Comparison of identified ODE model and measured outputs

可以看出模型输出与实测输出的符合情况大大改善,符合度由之前的 86.98% 提高至 96.18%。同时比较模型频率特性与实测的系统频率特性,结果如图 8 所示。可以看出,模型与数据吻合的很好,尤其在低于 50 Hz 的频率段。

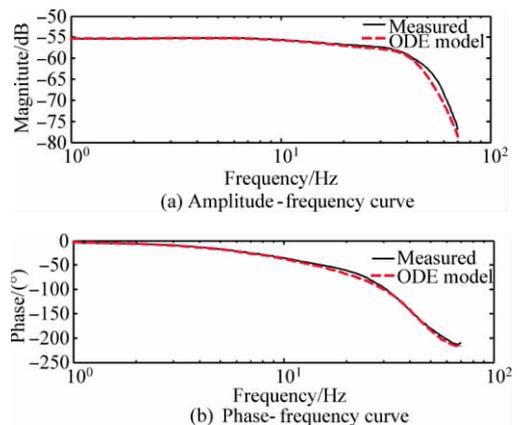


图 8 ODE 参数辨识得模型与实测系统频率特性对比

Fig. 8 Comparison of measured frequency response and that of identified ODE model

为了进一步验证 ODE 参数辨识的结果,用黑箱传递函数模型的辨识结果作对比。辨识采用

系统的频率响应数据,这样可以直接得到系统连续域的传递函数模型,便于进行分析。辨识算法可参考文献[17]。由于系统的频宽小于 40 Hz,工作频率范围基本在 60 Hz 以内,因此在辨识的时候可以重点关注系统在该频率段的响应,而不关注系统在高频段(大于 60 Hz)的响应,考虑到应留有一定的余量,利用系统 70 Hz 以下的频率响应进行辨识。根据对系统的机理建模及工程应用要求,可以设定模型的分母最大阶次为 9(分子阶次比分母阶次小 1)。利用最小二乘法分别对 4~7、9 阶各种模型阶次进行辨识得到传递函数模型。各模型的频率响应与系统实测的频率响应对比,如图 9 所示。图中为了区分明显,幅频响应纵坐标采用了输出输入的幅值比而非相对应的分贝值。

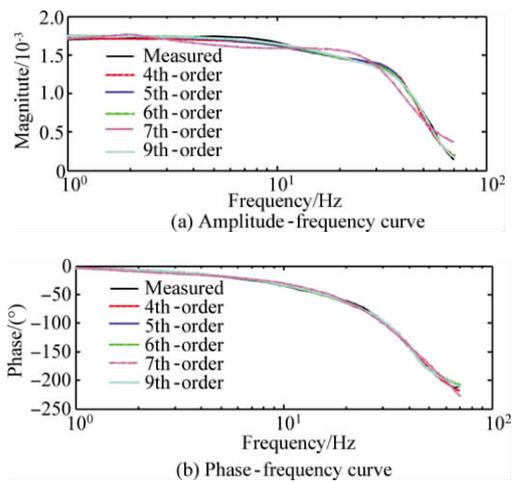


图 9 传递函数模型频率响应特性与实测频率响应对比

Fig. 9 Comparison of measured frequency response and that of identified transfer function models

采用式(29)计算得到 4~7、9 阶模型与实测幅频特性的符合度分别为 94.24%、94.12%、95.45%、87.21%、96.14%。对比图 8 和图 9 可以发现,总体来说辨识得到的各阶次的黑箱传递函数模型均没有 ODE 参数辨识得到的模型与实测系统频率特性符合,在低于 40 Hz 的频率段更为明显。

进一步采用阶跃响应对 ODE 参数辨识得到的模型进行验证,得到的结果如图 10 所示。可以看出,模型输出与实测输出符合很好。

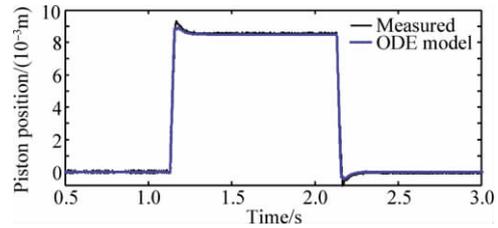


图 10 ODE 模型阶跃响应与实测阶跃响应对比

Fig. 10 Comparison of measured step response and ODE model step response

ODE 参数辨识得到的参数辨识值见表 2。可以看出,由于在辨识的过程中对参数设置了边界,各参数的辨识值都在合理的范围内,具有实际的物理意义。辨识所得模型的精度及所得参数辨识值的合理性验证了所采用方法的正确性。同时达到基本收敛时较小的迭代次数(20 次)也表明了所选用的带边界约束的信赖域方法具有良好的收敛性。

表 2 ODE 参数辨识所得参数辨识值

Table 2 Identified parameter values of ODE parameter identification

Parameters	Unit	Initial value	Identified value
$\omega_s$	rad · s <sup>-1</sup>	750	643.360 7
$\xi_s$	—	0.6	0.879 4
$\beta_e$	Pa	7 × 10 <sup>8</sup>	7.132 8 × 10 <sup>8</sup>
$K_c$	m <sup>3</sup> · s <sup>-1</sup> · Pa <sup>-1</sup>	2.1 × 10 <sup>-12</sup>	8.976 8 × 10 <sup>-12</sup>
$C_{te}$	m <sup>3</sup> · s <sup>-1</sup> · Pa <sup>-1</sup>	2.1 × 10 <sup>-14</sup>	8.765 5 × 10 <sup>-13</sup>
$B_t$	N · s · m <sup>-1</sup>	10	121.35
$m_t$	kg	16.26	13.5
$K_L$	N · m <sup>-1</sup>	1.835 × 10 <sup>5</sup>	1.011 4 × 10 <sup>5</sup>

## 4 结 论

1) 采用基于信赖域方法的 ODE 参数辨识方法能有效解决带边界约束的液压伺服系统参数辨识问题。通过构建带有二次函数和放缩矩阵的二次模型使得在解算过程中不必明确地对约束进行处理,也具有良好的可执行性和强收敛性。采用该方法辨识得到的液压伺服系统模型不仅具有实际的物理意义,而且与实际系统高度相符。

2) 采用频率响应数据的传递函数模型辨识,

过程简单,虽然其精度不及 ODE 参数辨识高,但其可以兼顾模型复杂度的要求,得到阶次较低(比如 4 阶)且精度较高的模型。此外,传递函数模型辨识时,并不是阶次越高,模型越精确,实际辨识中需要多次尝试得到最优阶次。

3) 因为某种信号或方式在判断模型的响应上区分度不大或者不直观,因此为了全面验证模型的可靠程度,应从不同的侧面或者采用不同的激励信号比较模型与实测系统的响应。本文在验证模型的时候分别采用了正弦扫频信号激励、阶跃信号激励、频率响应比较手段,可以较为全面地反映模型与数据的符合程度。

### 参 考 文 献

- [1] Wang Z L. Hydraulic servo control. Beijing: Press of Beijing Institute of Aeronautics, 1987: 1. (in Chinese)  
王占林. 液压伺服控制. 北京: 北京航空学院出版社, 1987: 1.
- [2] Wang Z L. Modern electro-hydraulic servo control. Beijing: Beihang University Press, 2005: 1-3. (in Chinese)  
王占林. 近代电气液压伺服控制. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 1-3.
- [3] Sjöberg J, Zhang Q, Ljung L, et al. Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview. Automatica, 1995, 31(12): 1691-1724.
- [4] Zhao P. Research on nonlinear model identification of hydraulic servo system. Beijing: School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, 2011. (in Chinese)  
赵盼. 液压伺服系统非线性模型辨识方法研究. 北京: 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 2011.
- [5] Wang X J, Shao J P, Jiang J H, et al. System identification and control of the electro-hydraulic servo system of a continuous rotary motor. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(8): 1045-1051. (in Chinese)  
王晓晶, 邵俊鹏, 姜继海, 等. 连续回转马达电液伺服系统辨识及控制. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(8): 1045-1051.
- [6] Lohmann T, Bock H G, Schloeder J P. Numerical methods for parameter estimation and optimal experiment design in chemical reaction systems. Industrial & Engineering Chemistry Research, 1992, 31(1): 54-57.
- [7] Müller T G, Noykova N, Gyllenberg M, et al. Parameter identification in dynamical models of anaerobic waste water treatment. Mathematical Biosciences, 177-178: 147-160.
- [8] Bock H G. Recent advances in parameter identification techniques for O. D. E. Numerical Treatment of Inverse Problems in Differential and Integral Equations: Proceedings of an International Workshop, 1983, 2: 95-121.
- [9] Ramsay J O, Hooker G, Campbell D, et al. Parameter estimation for differential equations: a generalized smoothing approach. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology), 2007, 69(5): 741-796.
- [10] Li Z, Osborne M R, Prvan T. Parameter estimation of ordinary differential equations. IMA Journal of Numerical Analysis, 2005, 25(2): 264-285.
- [11] Ardenghi J I, Maciel M C, Verdiell A B. A trust-region approach for solving a parameter estimation problem from the biotechnology area. Applied Numerical Mathematics, 2003, 47(3-4): 281-294.
- [12] Coleman T F, Li Y. An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. SIAM Journal on Optimization, 1996, 6(2): 418-445.
- [13] Byrd R H, Schnabel R B, Shultz G A. Approximate solution of the trust region problem by minimization over two-dimensional subspaces. Mathematical Programming, 1988, 40(1): 247-263.
- [14] Coleman T F, Li Y. A reflective Newton method for minimizing a quadratic function subject to bounds on some of the variables. SIAM Journal on Optimization, 1996, 6(4): 1040-1058.
- [15] Coleman T F, Hempel C. Computing a trust region step for a penalty function. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 1990, 11(1): 180-201.
- [16] Conn A R, Gould N I M, Toint P L. Global convergence of a class of trust region algorithms for optimization with simple bounds. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1988, 25(2): 433-460.
- [17] Fang C Z, Xiao D Y. Process identification. Beijing: Tsinghua University Press, 1988: 100-110. (in Chinese)  
方崇智, 萧德云. 过程辨识. 北京: 清华大学出版社, 1988: 100-110.

### 作者简介

赵盼 男, 硕士研究生。主要研究方向: 液压伺服系统的建模、辨识与控制。

E-mail: zhaopan0558@yahoo.com.cn

王少萍 女, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 机电系统控制与仿真, 机电系统故障诊断、容错与可靠性。

Tel: 010-82338933

E-mail: shaopingwang@vip.sina.com

## Grey-box Modeling of Hydraulic Servo Systems Based on ODE Parameter Identification

ZHAO Pan<sup>1,2</sup>, WANG Shaoping<sup>1,2</sup>, \*

1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China

2. Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China

**Abstract:** In view of the fact that white-box modeling cannot supply an accurate model due to the unavailability of accurate parameters and that black-box model structure is unknown, this paper tries to implement a grey-box modeling of hydraulic servo systems utilizing ODE parameter identification. A practical state space model of the system is first constructed, and parameters that need to be estimated are then defined. Parameter identification is carried out utilizing sine sweep data and the initial value problem approach (IVPA) based on trust region method (TRM) which is able to handle the bound constraints on the parameters. Black-box transfer function models are also acquired utilizing frequency response data to compare with the results of ODE parameter identification. Finally, extensive experiments are performed to testify the quality of the identified models. Experiment results show that the proposed method for identifying hydraulic servo systems based on TRM is able to handle parameter bounds effectively, which results in a model that is not only physically reasonable, but also corresponds highly with the practical system.

**Key words:** hydraulic servo system; grey-box modeling; ordinary differential equations; parameter identification; trust region; bound constraint

---

Received: 2012-03-05; Revised: 2012-07-17; Accepted: 2012-08-28; Published online: 2012-09-13 10:43

URL: [www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120913.1043.002.html](http://www.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20120913.1043.002.html)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (51175014)

\* Corresponding author. Tel.: 010-82338933 E-mail: shaopingwang@vip.sina.com