

用准静态“移动奇异元法”模拟 DCB模型的动态裂纹扩展

THE SIMULATION OF DYNAMIC CRACK PROPAGATION IN DCB MODEL
BY QUASI-STATIC “MOVING SINGULAR ELEMENT METHOD”

飞机结构强度研究所 文 坚

西北工业大学 刘元镛

Aircraft Structural Strength Research Institute

Wen Jian

Northwestern Polytechnical University

Liu Yuanyong

关键词 奇异元, 动态裂纹扩展, 动态裂纹扩展韧性。

Abstract In this paper, a modified “Moving Singular Element Method” is presented by using a new variational equation in place of “energy-consistent variational statement”, which is more rigorous in theoretic concept and more convenient to perform. Furthermore, on the basis of it, a so-called “Quasi-static Moving Singular Element Method” is shown, which takes about 50% less CPU time when actually computing and has a reasonable accuracy.

Key words singular element, dynamic crack propagation, dynamic crack propagating toughness.

近 10 年来, 随着对动态断裂问题的深入研究, 出现了众多针对动态裂纹扩展的计算模型^[1~3], 但它们都存在着一定的缺陷。对动态裂纹扩展问题, 计算模型的成败取决于解决该问题的变分方程、扩展的模拟方法以及对动态裂纹附近的应力、应变场的表达是否合理。但文献[1]所用的常规元、文献[2]对裂纹扩展使用的“逐步节点力释放”法和文献[3]采用的变分方程“energy consistent variational statement”都存在着某些不合理因素, 因此计算结果不很理想。另外, 由于模拟裂纹扩展的计算量非常之大, 如何在保证精度的前提下节省计算时间也是需要进一步解决的问题。本文力求通过采用新的变分方程、新的奇异元、利用文献[3]的扩展模拟方式克服以上存在的种种不足。与文献

(3)的结果比较, 本文所作的努力是比较成功的。此方法从物理概念上清楚, 实现起来方便, 且具有相当的精度, 更令人注意的是, 用本文方法计算时, 可节省运算量50%。

1. 基本原理

根据动态断裂力学理论, 对一以速度 v 运动的裂纹, 其自由裂纹面对称张开型扩展裂纹的位移场特征函数为

$$\begin{cases} u_{x,n} = \frac{4}{3\sqrt{2\pi}} \frac{K_n}{G} \frac{(1+s_2^2)}{4s_1s_2 - (1+s_2^2)^2} \left(\frac{n}{2} + 1\right) \\ \quad \times \left\{ r_1^{n/2} \cos\left(\frac{n}{2}\theta_1\right) - \frac{1}{2} g(n) r_2^{n/2} \cos\left(\frac{n}{2}\theta_2\right) \right\} \\ u_{y,n} = \frac{4}{3\sqrt{2\pi}} \frac{K_n}{G} \frac{(1+s_2^2)}{4s_1s_2 - (1+s_2^2)^2} \left(\frac{n}{2} + 1\right) \\ \quad \times \left\{ -s_1 r_1^{n/2} \sin\left(\frac{n}{2}\theta_1\right) + \frac{1}{2} g(n) / s_2 r_2^{n/2} \sin\left(\frac{n}{2}\theta_2\right) \right\} \end{cases} \quad (1)$$

式中
$$\begin{cases} s_1^2 = 1 - (v/c_L)^2 \\ s_2^2 = 1 - (v/c_T)^2 \end{cases}, g(n) = \begin{cases} 4s_1s_2 / (1+s_2^2) & n \text{ 为奇数} \\ 1+s_2^2 & n \text{ 为偶数} \end{cases}$$

从(1)式中可看出动态扩展裂纹的位移场与扩展速度 v 是紧密相关的。

与静力断裂问题中 K_I, K_{II} 类似, 对于动态扩展裂纹, 也存在着表征裂尖场强度和判据的量 K_I^d, K_{II}^d 。 K_I^d 正好是(1)式中 $n=1$ 时的系数 K_n , 动态扩展与止裂的判据为

$$K_I^d(a, \sigma, t) \leq K_{I0}(v) \quad (2)$$

将(1)式对 $v \rightarrow 0$ 取极限, 便得到了描述静力裂纹的 Williams 函数。既然如此, 我们能否找到 K_I^d 与 K_I^s 之间的关系呢? 回答是肯定的。

对于动态扩展裂纹, 其能量释放率可表示为

$$G_D = \frac{K_I^{d^2}}{2G} F(s_1, s_2) = \frac{1}{b} \left(\frac{d\omega}{da} - \frac{dU^d}{da} - \frac{dT^d}{da} \right) \quad (3)$$

对静力裂纹, 有

$$G_S = \frac{K_I^{s^2}}{2G} F(1, 1) = \frac{1}{b} \left(\frac{d\omega}{da} - \frac{dU^s}{da} - \frac{dT^s}{da} \right) \quad (4)$$

G_S 和 G_D 的区别主要在 v 是否等于 0 上, 并且这个区别只局限在奇异元内, 因此(3)式、(4)式中的总应变能 U^s 和 U^d 与总动能 T^s 和 T^d 的变化很少, 于是近似地假设

$$G_D = G_S \quad (5)$$

将(3)式、(4)式代入(5)式得

$$K_I^d = \sqrt{\frac{F(1, 1)}{F(s_1, s_2)}} K_I^s = \alpha(v) K_I^s \quad (6)$$

式中

$$F(1, 1) = \begin{cases} 1 - \nu & \text{平面应变} \\ 1 & \text{平面应力} \end{cases}, F(s_1, s_2) = \frac{s_1(1-s_2^2)}{4s_1s_2 - (1+s_2^2)^2}$$

2. 有限元计算

文献〔3〕为了考虑 Δt 内裂纹的扩展 $\Delta \Sigma$ ，推出了所谓“Energy-consistent variational statement”，从概念和结果上均不甚理想。本文认为，对扩展问题，尽管物体的几何外形、边界条件均在变化，但就一特定时刻 t ，它仍然是“连续体”，不涉及扩展，故物体的位移、应力场就应遵循一般连续体的变分方程，即

$$\int_V (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) - \int_{S_n} \bar{T}_i \delta u_i ds - \int_{\Sigma} \bar{T}_i \delta u_i ds = 0 \quad (7)$$

为了精确地描述裂尖场，奇异元将 (1) 式取为元素的位移函数，通过“最小二乘”对元素四周强制协调，代入 (7) 式得到 K_s 、 D_s 和 M_s 。当 $v \neq 0$ 时， K_s 和 D_s 均为非对称矩阵。DCB 计算网格如图 1 所示，阴影部分为裂尖奇异元，裂纹的扩展就是依靠奇异元的平移来实现的，如图 1 中虚线所示。求解时采用的是 New mark β 法。

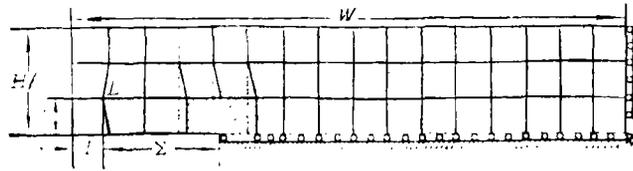


图 1 DCB模型有限元网格(阴影部分为奇异元)

3. 算例与结论

(1) 利用 (1) 式，按照图 2 所示的速度值形成奇异元元刚，计算了钢试件的动态扩展应力强度因子和韧性。几何与材料参数为： $W=320\text{mm}$ ， $H=127\text{mm}$ ， $h=20\text{mm}$ ， $l=16\text{mm}$ ， $\Sigma_0=68\text{mm}$ ，厚度 $T=10\text{mm}$ ， $\nu=0.318$ ， $E=183000\text{MPa}$ ， $\rho=8.042 \times 10^{-6}\text{kg/mm}^3$ ， $K_{I0}=2194.8\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ 。结果如图 3、图 4 所示。从图 4 可知，本文结果与文献〔3〕的计算结果非常接近，证明变分方程 (7) 是可用于动态裂纹扩展问题的。

(2) 由于上例中当 v 变化时，必须重复进行耗时的奇异元刚阵计算。于是采用

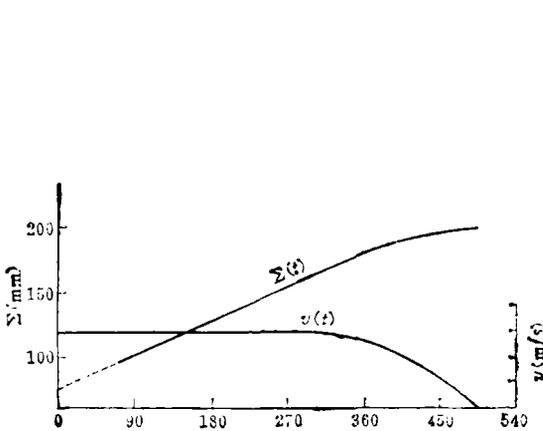


图 2 钢DCB试件速度曲线
(虚线为人为延长线^(*))

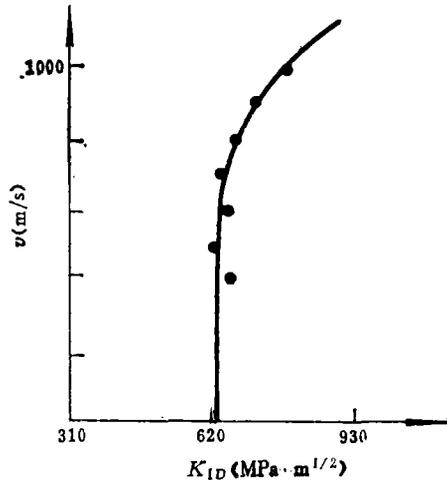


图 3 钢DCB试件动态扩展
韧性 $K_{ID}(v)$

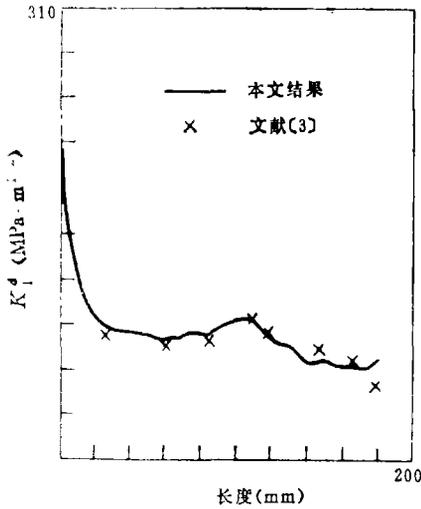


图 4 钢DCB试件 $\Delta t = 3 \mu\text{s}$ 时计算结果与文献[3]结果比较

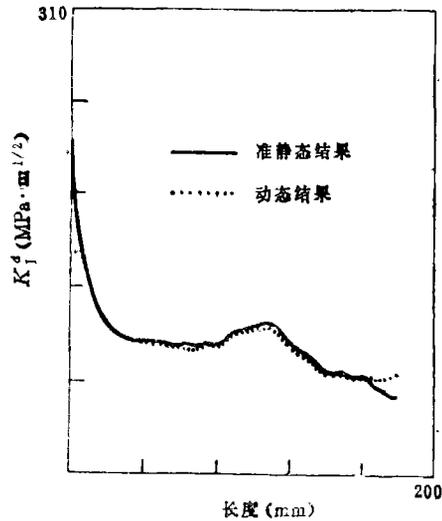


图 5 动态结果与准静态结果比较
 $\Delta t = 3 \mu\text{s}$

Williams 函数构造奇异元, 此元在整个过程中只需计算一次, 再加上元刚是对称的, 计算时可节省机时约 50%。最后利用 (6) 式将 K_I^q 转化为 $K_I^q(a, \sigma, t)$ 。这就是所谓的“准静态移动奇异元法”。有机玻璃的材料常数为: $E = 3380 \text{MPa}$, $\nu = 0.33$, $C_T = 1060 \text{m/s}$, $C_L = 2500 \text{m/s}$, $\rho = 1.131 \times 10^{-6} \text{kg/mm}^3$, 速度曲线参考文献 [4]。结果如图 5, 表明此方法既具有足够的精度又有较高的效率。

参 考 文 献

- [1] Yagawa G et al. Fast Fracture and Crack Arrest. ASTM STP627, 1977, 109~122
- [2] Aberson JA et al. Fast Fracture and Crack Arrest. ASTMSTP627, 1977, 123~134
- [3] Atluri S N, Nishioka T. Numerical Modeling of Dynamic Crack Propagation in Finite Bodies by Moving Singular Elements. ASME J. of Applied Mech, 1980, 47, 576~576
- [4] Kalthoff J F. Fast Fracture and Crack Arrest. ASTM STP627, 1977, 161~176