

声矢量阵张量分解 MUSIC 算法

李楠 程锦房 刘毅

(海军工程大学兵器工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要: 矢量水听器同时、共点测量声场中的声压和振速分量, 因此相对于声压水听器能够获取更多的声场信息, 多重信号分类算法(MUSIC)是一种具有高分辨能力的方位估计算法, 本文对声矢量阵接收信号三阶张量建模, 并通过高阶奇异值分解得到信号张量子空间, 从而结合 MUSIC 算法对声源进行方位估计。基于三阶张量奇异值分解得到的信号子空间相比于传统的矩阵奇异值分解得到的信号子空间能够更好地抑制噪声, 并且体现了多维数据之间的关联关系, 因此方位估计精度更高。计算机仿真结果表明: 矢量阵张量分解 MUSIC 算法性能优于传统矢量阵 MUSIC 方法。

关键词: MUSIC 算法; 声矢量阵; 高阶奇异值分解; 信号张量子空间; 方位估计

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)11-1575-06

Tensor-decomposition MUSIC Algorithms for Vector Hydrophone Array

LI Nan CHENG Jin-fang LIU Yi

(Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Vector hydrophone measures the acoustic pressure and acoustic particle velocity of the same point simultaneously, so more acoustic information is available than that of traditional scalar hydrophones. Multiple Signal Characterization is a spectral estimation algorithm with high resolution. In this paper, 3rd tensor of the received signals from vector hydrophones is modeled, and the signal subspace is derived by the higher-order singular decomposition, so the DOA of sources are estimated using MUSIC. 3rd tensor-based signal subspace estimation via HOSVD is a better estimate of the desired signal subspace than the subspace estimate obtained by the SVD of a matrix which exploited the structure inherent in the multi dimensional measurement data, so significant improvement estimation of DOA are achieved by this method. Simulation results exhibit the superiority of tensor-decomposition MUSIC algorithm to the conventional MUSIC using vector hydrophone array.

Key words: MUSIC algorithm; vector hydrophone array; Higher-order singular decomposition; tensor-based signal subspace; direction of arrival estimation

1 引言

声矢量水听器技术自从上世纪 90 年代引入我国以来, 在水下声场和算法研究方面带来了重大的突破, 由于声矢量水听器由无指向性的声压水听器和具有与频率无关的偶极子自然指向性的质点振速水听器复合而成, 能够同时、共点测量声场中的声压和质点振速矢量, 从而较之以往的声压水听器具有明显优势。

多重信号分类算法(MUSIC)是 Schmidt 最先提出的^[1], 经过近些年的发展已经演变出了各种相关改进

算法, 这些算法从理论上突破了瑞利极限, 获得超过常规算法的角度分辨力, 因此已经成为空间谱估计理论体系中具有代表性的阵列信号处理方法。MUSIC 算法最早被 A. Nehorai 等人成功移植于矢量阵中, 并且关于声矢量阵阵列流型的辨识性能和误差校正均已得到很好地研究, 由此声矢量阵的优势通过相关算法得以凸现。但是, 基于 Nehorai 提出的矢量阵处理思想是把质点振速看作和声压平行的“阵元”数据进行处理, 文献[2]也是简单的把 M 元矢量阵扩展成了 $4M$ 元“长阵”, 虽然都能够克服目标方位估计中的 180° 模糊, 但

是仍旧没有充分利用振速水听器的信息。于是文献[3]又提出了基于联合信息处理的矢量阵 MUSIC 方位估计算法,即利用声压和振速的乘积或者其他组合方式将声矢量水听器的抗噪能力与阵列系统的检测分辨性能结合起来,从而更好地发挥声矢量阵所特有的优越性能。以上这些算法都是在通过二维矩阵方式对观测数据进行组织和处理的,没有充分挖掘声矢量阵多维数据信息之间的关联,从而形成更有效的参数估计方法。本文借鉴张量运算的优势,将二维矩阵观测数据向高维推广,通过二维矩阵所无法实现的多维数据匹配操作,并结合 MUSIC 算法,以期能够实现更为精准的 DOA 估计,张量相关的定义和计算见附件 1。

2 信号模型

假设信号满足窄带远场平面波条件,各入射信号统计独立,各阵元接收的背景噪声为高斯白噪声,噪声的相关时间半径小于数据采集的时间间隔,各阵元收到的背景噪声是相互独立的。

由于水声信道存在的界面反射和散射效应,因此我们只在二维水平面内讨论目标的方位角,如图 1 所示为一个均匀矢量直线阵的示意图, θ 为平面波入射方位,是与 x 轴的正向夹角, d 为阵元间距。

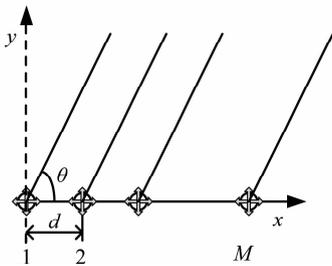


图 1 均匀矢量阵示意图

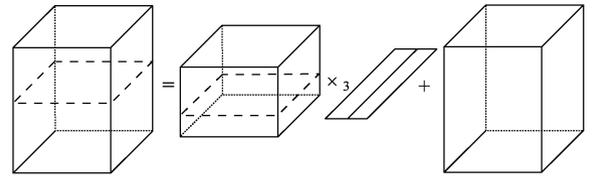
Fig. 1 Sketch map of a vector hydrophone array with equal space units

设均匀矢量线阵由 M 个基元组成,接收到 K 个远场窄带信号,各个信号源相对于均匀线阵的入射方位角为 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$,则线阵接收的信号为:

$$X(t) = A \bullet S(t)^T + N(t) \quad (1)$$

其中: $X(t) \in C^{3M \times 1}$, $S(t) \in C^{K \times 1}$ 和 $N(t) \in C^{3M \times 1}$ 均为平稳随机过程,导向矢量流形 $A = [a(\theta_1) \otimes u_1, a(\theta_2) \otimes u_2, \dots, a(\theta_K) \otimes u_K] \in C^{3M \times K}$, $a(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_k)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d(M-1) \sin(\theta_k)/\lambda}]^T$ 为常规声压阵的导向矢量, $u_k = [1, \cos \theta_k, \sin \theta_k]^T$ 为单个矢量水听器的流形向量, \otimes 表示 Kronecker 积。

对于 L 次快拍下的矢量阵接收数据,可以构造一个三阶张量输出模型,如图 2 所示:



$$\mathcal{X} \in C^{M \times 3 \times L} = \mathcal{A} \in C^{M \times 3 \times K} \times_3 S^T + \mathcal{N} \in C^{M \times 3 \times L}$$

图 2 声矢量阵列输出张量模型

Fig. 2 Tensor model of output of vector hydrophone array

$$\mathcal{X} = \mathcal{A} \times_3 S^T + \mathcal{N} \quad (2)$$

其中: \times_3 表示张量与矩阵的 3-模乘积, $\mathcal{X} \in C^{M \times 3 \times L}$, $\mathcal{A} \in C^{M \times 3 \times K}$ 和 $\mathcal{N} \in C^{M \times 3 \times L}$ 分别满足如下等式:

$$\mathcal{X}_{i,j,l} = X_{3(j-1)+i,l}, \mathcal{A}_{i,j,l} = A_{3(j-1)+i,l}, \mathcal{N}_{i,j,l} = N_{3(j-1)+i,l} \quad (3)$$

3 基于高阶奇异值分解的信号子空间估计

与矩阵方法类似,定义协方差张量,通过分解协方差张量进而得到信号子空间,此方法适用于当采样快拍数 L 远大于阵元数的情况,另外协方差张量能够随着快拍数实时更新,精度较高。

张量 $\mathcal{X} \in C^{M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R}$ 表示某次快拍采样下得到的随机过程,则相应的协方差张量 $\mathcal{R} \in C^{M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R \times M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R}$ 为:

$$\mathcal{R} = E \{ \mathcal{X} \circ \mathcal{X}^* \} \quad (4)$$

其中: \circ 表示张量的外积

对于 L 次快拍下的矢量阵输出张量 $\mathcal{X} \in C^{M \times 3 \times L}$, 相应的快拍采样协方差张量为:

$$\hat{\mathcal{R}} = \frac{1}{L} \mathcal{X} \bullet_3 \mathcal{X}^* \quad (5)$$

其中:协方差张量 $\hat{\mathcal{R}} \in C^{M \times 3 \times M \times 3}$, \bullet_3 表示张量在第 3 维的内积。

定理 1^[4]: 对于任意的厄米特张量,存在厄米特张量的矩阵展开 $\mathcal{X}_{(H)}$, 满足等式:

$$\mathcal{X}_{(H)} = \mathcal{X}_{(H)}^H \quad (6)$$

显然,满足(5)式的矩阵展开不唯一,且一般与张量的 n 模展开不同。本文采用的张量矩阵展开方式为与文献[4]中的一致。

定理 2^[4]: 对于任意的厄米特张量 $\mathcal{X} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_R \times I_1 \times I_2 \times \dots \times I_R}$, 存在一个平方根因子张量 $\mathcal{P} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_R \times K}$ 满足:

$$\mathcal{X} = \mathcal{P} \bullet_{R+1} \mathcal{P}^* \quad (7)$$

式中: K 为矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的秩。

由定理 2 可知:

$$\mathcal{X}_{(H)} = [\mathcal{P} \bullet_{R+1} \mathcal{P}^*]_{(H)} = \mathcal{P}_{(R+1)}^T \bullet \mathcal{P}_{(R+1)}^* \quad (8)$$

同时,厄米特矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的奇异值分解为:

$$\mathcal{X}_{(H)} = \underbrace{U_{s,X}}_{M \times K} \cdot \underbrace{\sum_{K \times K}}_{K \times K} \cdot U_{s,X}^H \quad (9)$$

其中: K 为矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的秩。

由(8)式和(9)式易知:

$$\mathcal{P}_{(R+1)} = (U_{s,X} \cdot \sum_{s,X}^{1/2})^T \quad (10)$$

显然,协方差张量 $\hat{\mathcal{R}}$ 为厄米特张量,所以存在平方根因子张量 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$ 满足:

$$\hat{\mathcal{R}} = \mathcal{P}_{\mathcal{R}} \bullet_{R+1} \mathcal{P}_{\mathcal{R}}^* \quad (11)$$

对得到的三阶张量 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}} \in \mathbb{C}^{M \times 3 \times L}$ 进行三阶奇异值分解可得:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = \mathcal{S} \times_1 U_1 \times_2 U_2 \times_3 U_3 \quad (12)$$

其中: $\mathcal{S} \in \mathbb{C}^{M \times 3 \times L}$ 为张量核, $U_1 \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}(1)}$ 的左奇异特征向量^[5], $U_2 \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}(2)}$ 的左奇异特征向量, $U_3 \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{\mathcal{R}(3)}$ 的左奇异特征向量。

若不考虑噪声的影响,输出三阶张量^[6] $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}$ 可以近似表示为:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = \mathcal{S}^{[s]} \times_1 U_1^{[s]} \times_2 U_2^{[s]} \times_3 U_3^{[s]} \quad (13)$$

其中:张量核 $\mathcal{S}^{[s]} \in \mathbb{C}^{\min(M,K) \times \min(N,K) \times K}$, $U_1^{[s]} \in \mathbb{C}^{M \times \min(K,M)}$, $U_2^{[s]} \in \mathbb{C}^{3 \times \min(K,3)}$, $U_3^{[s]} \in \mathbb{C}^{L \times K}$,这里要求快拍数要大于信源数,并且信源数为已知,如果不满足条件 $L \geq K$,可以采用前后向平均或空间平滑的方法^[7]。

由此可以得到声矢量阵输出模型的信号张量子空间为:

$$\mathcal{U}^{[s]} = \mathcal{S}^{[s]} \times_1 U_1^{[s]} \times_2 U_2^{[s]} \quad (14)$$

4 声矢量阵 MUSIC 算法

MUSIC 算法的基本思想是将任意阵列输出数据的协方差矩阵进行特征分解,找出与信号子空间相正交的噪声子空间,然后利用这两个子空间的正交性来估计信号的参量(方位角、俯仰角等)。文献[2]是把振速水听器信号作为和声压信号“平行”的量进行处理,没有充分挖掘振速水听器信号内的信息,本文利用高阶奇异值分解得到的信号张量子空间对目标方位进行估计,体现了多维数据之间的关联关系,从而提高了目标方位估计的精度。

标量水听器阵 MUSIC 算法:

$$P_{MUSIC} = \frac{1}{a^H(\theta) U_N U_N^H a(\theta)} \quad (15)$$

其中: $a(\theta)$ 为阵列流型, U_N 为噪声特征子空间。

作为矩阵等式 $U_s U_s^H + U_N U_N^H = I$ 的三阶张量推广,信号张量子空间和噪声张量子空间满足:

$$\mathcal{U}_s \bullet_3 \mathcal{U}_s^H + \mathcal{U}_N \bullet_3 \mathcal{U}_N^H = \mathcal{I} \quad (16)$$

其中: \mathcal{U}_s 为信号张量子空间, \mathcal{U}_N 为噪声张量子空间,单位张量 $\mathcal{I} \in \mathbb{C}^{M \times 3 \times M \times 3}$,与单位矩阵 I 不同,单位张量 \mathcal{I} 不为对角张量^[8],所以声矢量阵张量分解 MUSIC 的表达式为:

$$P_{MUSIC} = \frac{1}{\mathcal{U}_N \bullet_3 \mathcal{U}_N^H \times_1 a^*(\theta) \times_2 b^*(\theta) \times_3 a(\theta) \times_4 b(\theta)} = \frac{1}{(\mathcal{I} - \mathcal{U}_s \bullet_3 \mathcal{U}_s^H) \times_1 a^*(\theta) \times_2 b^*(\theta) \times_3 a(\theta) \times_4 b(\theta)} \quad (17)$$

由于高阶奇异值分解得到的信号张量子空间 \mathcal{U}_s 相比于奇异值分解得到的信号子空间 U_s 是对实际信号子空间精度更高的估计,所以由此得到的 MUSIC 算法角度估计精度也更高。

5 算法复杂度分析

为比较由三阶张量高阶奇异值分解得到的信号子空间和矩阵奇异值分解得到的信号子空间的计算复杂度,首先要比较高阶奇异值分解和矩阵奇异值分解的计算复杂度,由文献[4]可知,一个 $M \times N$ 维矩阵分解为秩- K 的奇异值分解计算复杂度为: $k_t \cdot M \cdot N \cdot K$,其中 k_t 是一个只与算法有关的常数,而在张量情况下,除去张量核的计算外,还需计算所有 n 模($n=1,2,\dots,R+1$)张量展开的奇异值分解,为便于比较,以 M 元矢量水听器阵为例,将两种算法的计算复杂度列表显示如下(见表1),由表1可知:基于张量高阶奇异值分解的信号子空间算法计算复杂度要高于基于传统矩阵奇异值分解得到信号子空间的计算复杂度,但它们仍处于同一个数量级的范围内,例如10元声矢量阵接收单个目标信号,本文算法计算复杂度仅为基于矩阵算法的约3.2倍,所以这种以牺牲计算复杂度换来的性能提高是值得的,有关计算复杂度的简化算法参见文献[9]。

表1 两种算法的运算复杂度比较

Tab. 1 Comparison of two algorithms' computational complexity

	基于矩阵的算法	基于张量的算法
$K \leq M$	$k_t \cdot M \cdot N \cdot K$	$3k_t \cdot M \cdot N \cdot K +$ $2M \cdot N \cdot K +$ $2M \cdot K^2$
$K > M$	$k_t \cdot M \cdot N \cdot K$	$k_t \cdot M \cdot N \cdot (K+2) +$ $M \cdot N \cdot (K+M+N)$ $+M \cdot K \cdot (M+N)$

6 计算机仿真与分析

在本试验中,矢量水听器阵采用的是半波长等间

距线性阵列,目标信号是1kHz的单频信号,阵元间距为半波长,采样频率为4kHz,干扰为加性高斯白噪声,滤波器中心频率为1kHz,带宽100Hz。

仿真试验 1 比较矢量阵常规 MUSIC 方位估计^[2]、联合处理的 MUSIC 方位估计^[3]和信号张量子空间 MUSIC 方位估计算法的性能,目标方位为40°,信噪比为10dB,阵元数为10,采样快拍数为200,图3中横轴表示方位,纵轴表示波束输出的归一化幅度,图4为目标方位在不同信噪比下的方位估计均方根误差(RMSE)曲线。

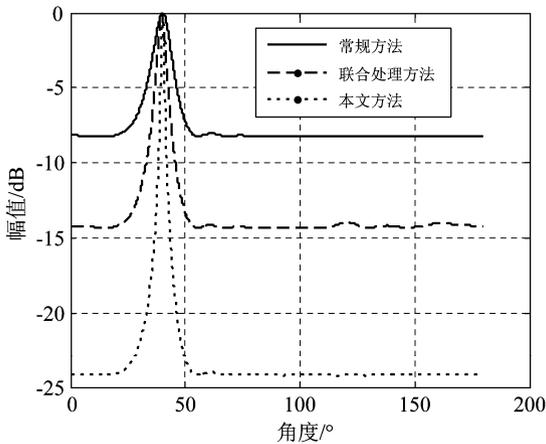


图3 本文算法与基于矩阵方法的矢量阵 MUSIC 算法方位估计比较

Fig. 3 Comparison of the proposed algorithm and conventional matrix-MUSIC algorithm

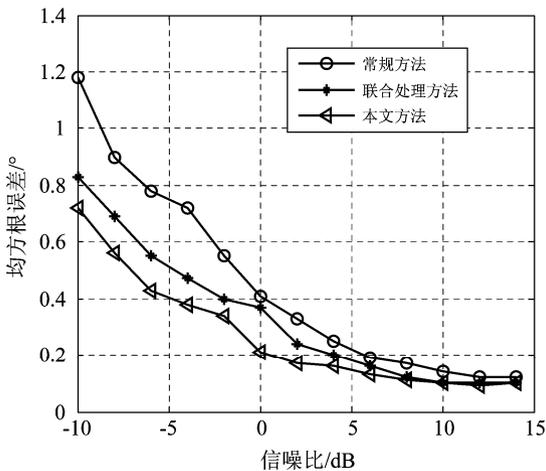


图4 方位估计的均方根误差

Fig. 4 Root mean square error of DOA estimation

由图3和图4可以看出:基于信号张量子空间的 MUSIC 方位估计方法较其他两种算法具有更低的旁瓣,同时估计精度也大为提高,因此本文提出的算法具有较大的工程应用价值。

对于某一次仿真,若下式满足,则称为成功分辨:

$$|\theta_1 - \hat{\theta}_1| + |\theta_2 - \hat{\theta}_2| < |\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2| \quad (18)$$

其中 θ_i 和 $\hat{\theta}_i$ ($i=1,2$) 分别是两目标的真实方位和估计方位。

仿真试验 2 比较双目标情况下的矢量阵常规 MUSIC 算法^[2]、联合处理的矢量阵 MUSIC 方位估计^[3]以及信号张量子空间 MUSIC 算法性能,两个目标的方位分别为90°和95°,信噪比为0dB,阵元数为10,快拍数为200。

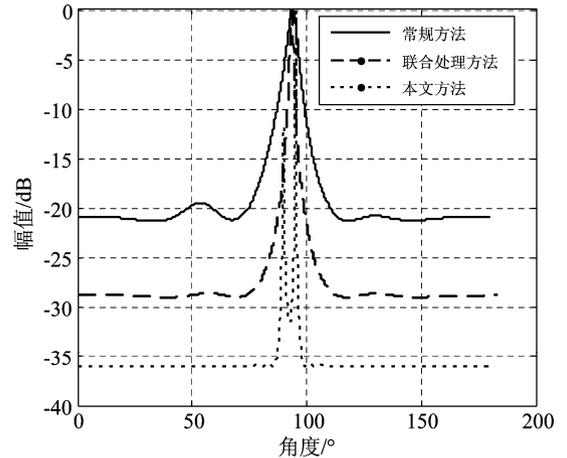


图5 双目标 MUSIC 方位估计比较

Fig. 5 DOA estimation of two targets by MUSIC

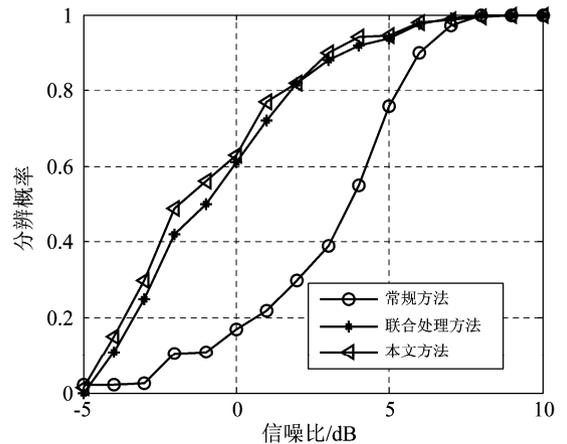


图6 分辨概率

Fig. 6 Probability of resolution

由图5和图6可以看出:通过高阶奇异值分解得到的信号张量子空间与噪声张量子空间的区分更明显,因此算法的分辨率得到提高,略优于联合处理算法。

7 结束语

矢量传感器具有偶极子指向性,与均匀直线声压

阵相比,相同阵型的矢量阵能够更好地抑制噪声干扰,常规矢量阵 MUSIC 方位估计是阵列方位,但没有充分发挥出矢量阵的优势,本文提出了基于三阶张量模型奇异值分解的矢量阵信号张量子空间 MUSIC 方位估计方法,由于三阶奇异值分解得到的信号子空间能够更好地抑制噪声,因此本文的方位估计方法具有更低的旁瓣,同时分辨率也得到提高,文中理论和仿真试验分析验证了上述结论。

附录 张量的定义与计算

N 阶张量可视为二维矩阵向多维的扩展,例如 N 阶张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 共计 $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$ 有个元素,其索引为 (i_1, i_2, \dots, i_N) 的元素表示为 $\mathcal{A}(i_1, i_2, \dots, i_N)$,或简计为 a_{i_1, i_2, \dots, i_N} 。

1 张量与矩阵的 n 模乘积

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times I_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$ 和矩阵 $U \in C^{J_n \times I_n}$ 的 n 模乘积为一个新的张量 $\mathcal{B} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times J_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$,表示为 $\mathcal{B} = \mathcal{A} \times_n U$,其定义为:

$$b_{i_1, i_2, \dots, j_n, \dots, i_N} \triangleq \sum_{i_n} a_{i_1 i_2 \dots i_n \dots i_N} u_{j_n i_n} \quad (a1)$$

2 张量的 n 模展开

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 的 n 模展开为 $\mathcal{A}_{(n)} \in C^{I_n \times I_1 I_2 \dots I_{n-1} I_{n+1} \dots I_N}$,张量 \mathcal{A} 的元素 a_{i_1, i_2, \dots, i_N} 在矩阵 $\mathcal{A}_{(n)}$ 中的位置为第 i_n 行,第 $(i_{n+1}-1)I_{n+2}I_{n+3} \dots I_N I_1 I_2 \dots I_{n-1} + (i_{n+2}-1)I_{n+3}I_{n+4} \dots I_N I_1 I_2 \dots I_{n-1} + \dots + (i_N-1)I_1 I_2 \dots I_{n-1} + (i_1-1) \cdot I_2 I_3 \dots I_{n-1} + (i_2-1)I_3 I_4 \dots I_{n-1} + \dots + i_{n-1}$ 列,以三阶张量展开为例,如图 a1 所示:

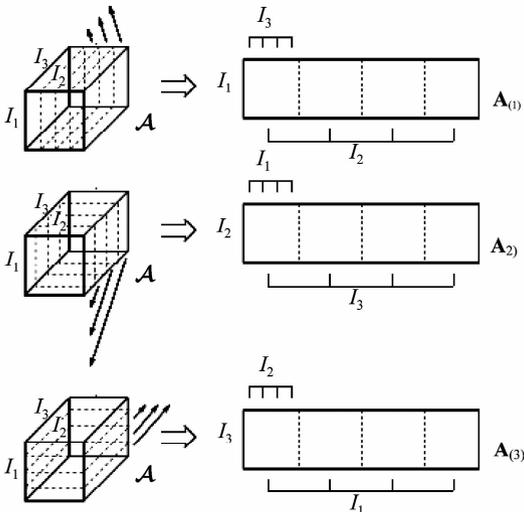


图 a1 三阶张量的切片展开
Fig. a1 Unfolding of a 3rd tensor

3 张量内积

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 和 $\mathcal{B} \in C^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_M}$, 如果 $I_n = J_n$, 并且 $n \leq \min\{M, N\}$, \mathcal{A} 与 \mathcal{B} 的内积定义为^[4]:

$$\mathcal{C} = \mathcal{A} \bullet_n \mathcal{B} \quad (a2)$$

式中: $\mathcal{C} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times I_{n+1} \times \dots \times I_N \times J_1 \times J_2 \times \dots \times J_{n-1} \times J_{n+1} \times \dots \times J_M}$

$$c_{i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, i_{n+1}, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_{n-1}, j_{n+1}, \dots, j_M} = \sum_{i_n=1}^{I_n} a_{i_1, i_2, \dots, i_N} \cdot b_{j_1, j_2, \dots, j_M}$$

4 张量外积

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_p}$ 同张量 $\mathcal{B} \in C^{J_1 \times J_2 \times \dots \times J_p}$ 的外积 $\mathcal{A} \circ \mathcal{B}$ 定义为^[5]:

$$(\mathcal{A} \circ \mathcal{B})_{i_1 i_2 \dots i_p j_1 j_2 \dots j_p} \triangleq a_{i_1 i_2 \dots i_p} b_{j_1 j_2 \dots j_p} \quad (a3)$$

5 厄米特张量

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N \times I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 为厄米特张量^[6], 如果满足 $\forall i_n, j_n \in [1, 2, \dots, I_N], n = 1, 2, \dots, N$:

$$a_{i_1, i_2, \dots, i_N, j_1, j_2, \dots, j_N} = a_{j_1, j_2, \dots, j_N, i_1, i_2, \dots, i_N}^* \quad (a4)$$

6 张量的高阶奇异值分解

张量 $\mathcal{A} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_p}$ 的高阶奇异值分解^[7]为:

$$\mathcal{A} = \mathcal{S} \times_{I_1} U_1 \times_{I_2} U_2 \times \dots \times_{I_N} U_N \quad (a5)$$

式中: $\mathcal{S} \in C^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_p}$ 为张量核, 满足全正交条件^[6], 正则矩阵 $U_n \in C^{I_n \times I_n}$ 为张量 \mathcal{A} 的 n 模展开奇异值特征矩阵。

参考文献

[1] Nehorai A, Paldi E. Acoustic Vector-sensor array processing[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42(2):2481-2491.

[2] 张揽月, 杨德森. 基于 MUSIC 算法的矢量水听器阵源方位估计[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2004, 25(1): 30-33.
L. Y. Zhang, D. S. Yang. DOA estimation based on MUSIC algorithm using an array of vector hydrophones[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2004, 25(1): 30-33.

[3] 白兴宇. 基于联合信息处理的声矢量阵侧向技术[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2006.
X. Y. Bai. Research on the Direction Finding Based on the Combined Processing Using Acoustic Vector Sensor Array [D]. Harbin, Harbin Engineering University, 2006.

[4] Martin Haardt, Florian Roemer and Giovanni Del Galdo. Higher-Order SVD-Based Subspace Estimation to Improve the Parameter Estimation Accuracy in Multidimensional Harmonic Retrieval Problems [J]. IEEE Trans. Signal

- Process, 2008, 56(7):3198-3213.
- [5] Lieven De Lathauwer, Bart De Moor and Joos Vanderwalle. A multilinear singular value decomposition[J]. SIAM J. Matrix Anal Appl, 2000, 21(4):1253-1278.
- [6] Lieven De Lathauwer. Signal Processing based on Multilinear Algebra[D]. Leuven, Belgium: Katholieke University, 1997.
- [7] Martin Haardt. Efficient One-, Two- and Multidimensional High Resolution Array Processing[D]. Shaker Verlag, 1996.
- [8] Arpita Thakre, Martin Haardt, Florian Roemer and K. Giridhar. Tensor-Based Spatial Smoothing Using Multiple Snapshots[J]. IEEE Trans. Signal Process, 2010, 58(5):2715-2727.
- [9] Dimitri Nion, and Nicholas D. Sidiropoulos. Adaptive algorithms to track the Parafac decomposition of a Third-Or-

der tensor[J]. IEEE Trans Signal Process, 2009, 57(6): 2299-2310.

作者简介



李楠(1984-),男,生于河北省邯郸市,毕业于海军工程大学,现就读于海军工程大学兵器系,博士研究生,现研究方向为:阵列信号处理及目标识别。
E-mail: linanchina8404@163.com

程锦房(1964-),男,生于湖北省咸宁市,毕业于海军工程大学,教授,博士生导师,水中兵器专家组成员,研究方向为:数字信号处理。

刘毅(1985-),男,生于湖北省孝感市,毕业于华中科技大学,现为硕士研究生在读,研究方向:目标识别。