

# 弹道导弹助推段同时跟踪和类型识别算法研究

陈 映 程 臻 文树梁

(中国航天科工集团二院二十三所 北京 100854)

**摘 要:** 前置地基雷达跟踪助推段弹道导弹对整个反导防御系统有着重要意义。本文提出了一种以情报数据库为先验知识的弹道导弹助推段及后助推段跟踪方法。首先从动力学角度提取导弹助推段飞行的特征参量,并对参量的敏感度进行了分析,给出了一种参变的助推段弹道导弹时不变运动模型。然后结合交互式多模型(IMM)和迭代无敏滤波(IUF)算法进行助推段及后助推段弹道导弹跟踪仿真。与采用其他的运动模型和滤波算法相比,该方法能实现对弹道导弹助推段及后助推段更高精度的跟踪,同时结合情报数据库通过计算模型转移概率可完成导弹类型初判别,并准确指示导弹关机时刻。文章通过仿真验证了该算法的有效性。

**关键词:** 弹道导弹; 助推段跟踪; 类型识别; 交互式多模型; 迭代无敏滤波; 关机时刻

**中图分类号:** TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)05-0749-06

## Study on Method for Simultaneously Tracking and Classifying Ballistic Missile in Boost and Post-boost Phase

CHEN Ying CHENG Zhen WEN Shu-liang

(No. 23 Institute of the Second Research Academy, China Aerospace Science and Industry Corporation Beijing 100854, China)

**Abstract:** It is meaningful to tracking ballistic missile in boost phase precisely by forward ground-based radar for the whole anti-missile defensive system. The paper presents a new method to track ballistic missile in boost and post-boost phase based on prior database. At first, the paper extracts characteristic dynamic parameters of ballistic missile, and analyzes the sensitivities of these parameters and gives a time invariant dynamic model with parameters; then the paper simulates the performance for tracking ballistic missile in boost and post-boost phase with IMM and IUF algorithm. Compared with other dynamic models and algorithms, this new method has much higher tracking precision and by calculating the model transition probabilities, it can classify the ballistic missiles and indicates the burnout time accurately. The simulation results validate the new method.

**Key words:** Ballistic Missile; Boost Phase Tracking; Classification; Interactive Multiple Model; Iterated Unscented Filter; Burnout Time

### 1 引言

采用前置地基雷达跟踪弹道导弹助推段和后助推段具有重要的战略意义,它能给整个防御系统提供更早期的跟踪系统以完成其他传感器和武器的部署,扩展作战空间。根据反导防御的需要,除了要求进行精确跟踪之外,还希望能完成对导弹类型的初步判断,进而根据已搜集的情报数据库确定导弹的相关参量,为之后的精密跟踪和落点预报等提供更多的先验信息。目前国内外对弹道导弹的跟踪算法主要集中在对再入阶段弹道导弹的跟踪,对助推段跟踪算法的研究尚不够成熟。文献[1][11]采用不同的弹道导弹助推段运动

模型进行滤波跟踪,其中一些模型为时变模型<sup>[7]</sup>,带有未知参量,但运动模型参量的选择物理意义不够明确,另外建立时变运动模型进行跟踪滤波的效果仍值得商榷。文献[3]对弹道导弹助推段模型进行较为系统的总结,这些模型均是时不变的。IMM 滤波方法是进行弹道导弹助推段和后助推段跟踪常用的方法,该方法在跟踪过程中根据量测自动选择较合适的模型<sup>[6][7]</sup>。本文主要提出了一种对弹道导弹同时跟踪和类型识别的方法。根据情报数据库,离线计算不同类型导弹的典型参数,建立时不变的运动模型。为进一步提高跟踪精度,非线性滤波算法采用迭代无敏滤波(IUF)算法,结合 IMM 算法在实现弹道导弹助推段和后助推段

稳定高精度跟踪的同时完成对导弹类型的判别,并准确指示导弹关机时刻。

## 2 助推段运动模型

### 2.1 推力加速度模型

助推器推力  $P$  的表达式如下

$$P = P_0 + S_c(p_0 - p_H) \quad (1)$$

其中  $P_0$  为助推器的地面推力,  $S_c$  为助推器的喷口截面积,  $p_0$  为地面大气压,  $p_H$  为高度为  $H$  的大气压, 这里大气压强采用 1976 年美国确定的标准大气参数分层模型。现引入比冲量  $I_{sp}$  这一个描述发动机性能的重要指针<sup>[12]</sup>, 其与推力的关系如下,

$$I_{sp} = \frac{P}{\dot{m}g_0} = \frac{P_0 + S_c(p_0 - p_H)}{\dot{m}g_0} = I_{sp0} + \Delta I_{sp}(H) \quad (2)$$

其中  $g_0$  为地球引力常数,  $\dot{m}$  为推进剂的秒耗量, 一般情况下认为  $\dot{m}$  为一常数。

导弹完成程序转弯后, 推力加速的导弹一般攻角控制得很小, 推力的方向可近似为沿导弹的速度方向<sup>[13]</sup>, 推力加速度  $a_p$  为

$$\begin{aligned} a_p &= \frac{P}{m(t)} \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \frac{\dot{m}g_0(I_{sp0} + \Delta I_{sp}(H))}{m_0 - \dot{m}\Delta t} \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \\ &= \frac{g_0(I_{sp0} + \Delta I_{sp}(H))}{(m_0^i - \dot{m}\Delta t^i)/\dot{m}} \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{v}$  为雷达阵地坐标系中导弹的速度向量。  $m_0^i$  为第  $i$  级助推时的导弹初始质量, 导弹射程越远, 助推器级数越多, 通常  $i=1, 2, 3$ 。  $\Delta t^i$  为相对第  $i-1$  级助推器脱落时刻导弹飞行的时间,  $\Delta t^i = t - t_{BO}^{i-1}$ , 其中  $t_{BO}^{i-1}$  为第  $i-1$  级助推器脱落时刻, 且  $t_{BO}^0 = 0$ 。

为建立时不变系统, 选取一个新的状态量  $T_0$ , 这里称之为归一化时间量, 其表达式如下,

$$T_0(t) = \frac{m_0^i - \dot{m}\Delta t^i}{\dot{m}} = t_{BO}^{i-1} + \frac{m_0^i}{\dot{m}} - t \quad (4)$$

这个量仍是时间的函数, 因为其对时间的导数等于 -1, 可以作为时不变状态方程中的一个很好的状态量。于是可以得到推力加速度为

$$\begin{cases} a_p = \frac{g_0(I_{sp0} + \Delta I_{sp}(H))}{T_0} \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \\ \dot{T}_0 = -1 \end{cases} \quad (5)$$

其中  $I_{sp0}$  来源于已建立的导弹情报数据库, 是下面进行导弹类型判别的一个重要参量。  $\Delta I_{sp}(H)$  是高度  $H$  的函数, 可以根据不同类型导弹的相关参数计算得到。

### 2.2 其他加速度分量

弹道导弹在助推段飞行过程中, 除发动机推力之

外, 主要还受到空气阻力和地球引力的影响。弹道导弹所受到的空气阻力加速度主要借助弹道系数  $\beta$  这一特征参量进行描述如下,

$$a_D = -\frac{\rho(H)g_0}{2\beta} \mathbf{v} |\mathbf{v}| \quad (6)$$

其中  $\rho(H)$  为高度  $H$  处的大气密度, 这里采用文献[7]中的大气密度模型。弹道系数通常可认为为一常量, 既可以作为导弹的识别参量也可以作为状态量进行联合估计, 后续将对其的敏感度进行分析。

地球引力加速度  $a_g = -g_0 R_e^2 \frac{\mathbf{x} + \mathbf{r}_0}{|\mathbf{x} + \mathbf{r}_0|^3}$ , 其中  $\mathbf{x}$  为雷达阵地坐标系中导弹的位置向量,  $R_e$  为地球的平均半径,  $\mathbf{r}_0$  为雷达所在位置的地球心矢径。

### 2.3 助推段加速度曲线

假设雷达发现助推段导弹时, 导弹已完成了第一级助推正处于第二级助推飞行阶段。真实弹道导弹为两级助推的, 其助推段飞行的加速度变化曲线如图 1 所示。第一级助推器在第 50s 脱落, 第二级助推器在第 110s 时脱落, 通过相关参数计算得到  $I_{sp0} = 275s$ , 弹道系数  $\beta$  约为  $10000 \text{kg/ms}^2$ , 归一化时间的初始值  $T_0(0) \approx 75s$ 。

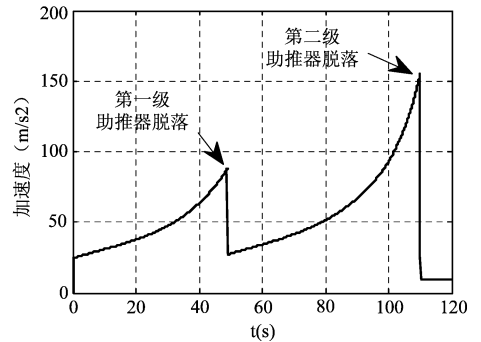


图1 弹道导弹助推段及后助推段加速度变化曲线  
Fig. 1 the acceleration curve of ballistic missile in boost and post-boost phase

### 2.4 助推段运动模型

综合以上分析, 可得弹道导弹的助推段运动状态方程如下

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = \frac{g_0(I_{sp0} + \Delta I_{sp}(H))}{T_0} \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} - \frac{\rho(H)g_0}{2\beta} \mathbf{v} |\mathbf{v}| - g_0 R_e^2 \frac{\mathbf{x} + \mathbf{r}_0}{|\mathbf{x} + \mathbf{r}_0|^3} \\ \dot{T}_0 = -1 \end{cases} \quad (7)$$

这里为简化计算, 仿真弹道是在二维弹道平面内

建立的且假设雷达位于弹道平面内。位置状态向量和速度状态向量分别为  $\mathbf{x}=[x, y]^T$  和  $\mathbf{v}=[v_x, v_y]^T$ 。雷达测量向量为  $\mathbf{Z}=[R \ E]^T$ , 其中  $R=\sqrt{x^2+y^2}$ ,  $E=\tan(y/x)$ 。假设雷达的测量误差为零均值高斯白噪声, 对应的方差为  $\sigma_R^2$  和  $\sigma_E^2$ 。

选择状态方程的状态向量为  $\mathbf{X}=[\mathbf{x} \ \mathbf{v} \ T_0]^T$ , 导弹的运动状态方程和雷达测量方程为

$$\dot{\mathbf{X}}=f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})+\mathbf{w} \quad (8)$$

$$\mathbf{Z}=h(t, \mathbf{X})+\mathbf{v} \quad (9)$$

其中  $\mathbf{w}$  和  $\mathbf{v}$  分别为过程噪声和测量噪声向量, 对应的协方差矩阵为  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}_n$ ,  $f(\cdot)$  和  $h(\cdot)$  分别代表状态方程和测量方程。 $\boldsymbol{\theta}$  为所选择的参量向量, 在下一节将重点对参量进行分析。

### 3 参量敏感度分析

通过计算参量敏感度可以较好地评估参量的变化对状态量和测量量的影响。若参量的敏感度越高则说明该参量可作为一个很好地识别量, 同时也说明该参量具有较好的可观测性, 在进行联合状态估计时其可估计度较高。令参量向量  $\boldsymbol{\theta}=[I_{sp0} \ \beta]^T$ , 这里主要对  $I_{sp0}$  和  $\beta$  两个参量的敏感度进行分析。参量  $\boldsymbol{\theta}$  对状态量  $\mathbf{X}$  的敏感度定义如 (10) 式, 其中  $\theta_1=I_{sp0}, \theta_2=\beta$ 。

$$\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}}=\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

参量  $\boldsymbol{\theta}$  对测量量  $\mathbf{Z}$  的敏感度定义如下

$$\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{Z}}=\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

令 (10) 式两边表达式对时间求导并结合 (8) 式可得

$$\dot{\mathbf{S}}_\theta^{\mathbf{X}}=\frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (12)$$

其中  $\frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  为目标运动方程对参量的雅各比矩阵, 将 (12) 式中  $f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})$  在  $\mathbf{X}_0$  处进行泰勒展开得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}_\theta^{\mathbf{X}} &= \frac{\partial \left( f(t, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta}) + \left. \frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0} (\mathbf{X}-\mathbf{X}_0) + o(\mathbf{X}-\mathbf{X}_0) \right)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \\ &= \frac{\partial f(t, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial \left( \left. \frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0} (\mathbf{X}-\mathbf{X}_0) \right)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \\ &\quad + \frac{\partial (o(\mathbf{X}-\mathbf{X}_0))}{\partial \boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $o(\cdot)$  表示高阶项, 上式右边的第二项在  $\mathbf{X}=\mathbf{X}_0$  处等于  $\left. \frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0} \mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}}$ , 第三项在  $\mathbf{X}=\mathbf{X}_0$  处均等于 0。于是在  $\mathbf{X}=\mathbf{X}_0$  处, 关于  $\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}}$  的微分方程组为

$$\dot{\mathbf{S}}_\theta^{\mathbf{X}}=\frac{\partial f(t, \mathbf{X}_0, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \left. \frac{\partial f(t, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_0} \mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}} \quad (14)$$

通过解微分方程组 (8) 可以得到不同时刻的  $\mathbf{X}_0(t)$ , 通过解微分方程 (14) 可以得到不同时刻参量对状态量的敏感度  $\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}}(t)$ 。结合 (11) 和 (9) 式可以得到参量对测量向量的敏感度如下

$$\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{Z}}=\frac{\partial h(t, \mathbf{X})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}} \quad (15)$$

其中  $\frac{\partial h(t, \mathbf{X})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  是测量方程对参量的雅各比矩阵。利用  $\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{X}}$  和 (15) 式可得到  $\mathbf{S}_\theta^{\mathbf{Z}}$ 。根据以上分析, 下图给出了  $I_{sp}$  和  $\beta$  两个参量对位置状态量  $\mathbf{x}=[x, y]^T$ 、速度状态量  $\mathbf{v}=[v_x, v_y]^T$  和测量状态量  $\mathbf{Z}=[R \ E]^T$  的敏感度曲线。

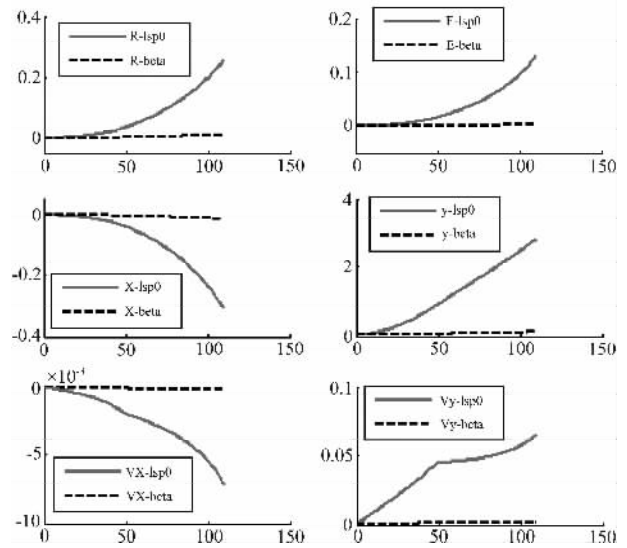


图 2 参量敏感度分析

Fig. 2 the analysis of parameter sensitivity

由以上分析可以看出, 比冲量  $I_{sp0}$  的敏感度较高, 将其作为一个导弹类型识别参量是合理且可行的。弹道系数  $\beta$  的敏感度非常低, 说明其可观测性很差, 因此若想在助推段将弹道系数作为状态量进行联合估计得到较为准确的估计值几乎是不可能的, 这一点作者在仿真过程中也对其进行了验证, 故在后续的仿真中将弹道系数  $\beta$  不作为状态量进行联合估计, 而是作为参量, 根据先验情报数据库选定其几个候选值, 通过最终的导弹类型识别结果来确定真实的弹道系数值。事实上由于其敏感度很低, 其对滤波结果的影响程度有限。 $\beta$  作为识别量, 与  $I_{sp0}$  相比, 其对导弹类型判定的贡献小得多。

## 4 跟踪算法

由于弹道导弹在关机点处模型发生突变,因此这里选择 IMM 算法,关机之前采用第2节介绍的参量助推段模型,而关机之后则采用如下后助推段模型(post-boost model)。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -g_0 R_c \frac{\mathbf{x} + \mathbf{r}_0}{|\mathbf{x} + \mathbf{r}_0|^3} - \frac{\rho(H)g_0}{2\beta} \mathbf{v} |\mathbf{v}| \end{cases} \quad (16)$$

通常对于某一方向发射的来袭弹道导弹,根据情报数据库可以计算确定几组可能的导弹参数  $\theta$ 。在助推阶段,选择几组可能的导弹参数分别建立助推段运动模型,联合后助推段模型采用 IMM 算法进行并行滤波,可实现精确跟踪。根据模型概率的变化规律可快速地进行导弹类型的判定和关机时刻的检测。这里假设根据情报数据库判断有三种可能的导弹类型,整个跟踪滤波过程、导弹类型的判定和关机时刻的检测算法如下图所示。

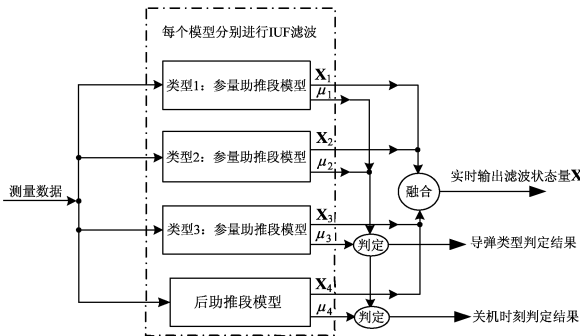


图3 助推段及后助推段弹道导弹跟踪算法流程

Fig. 3 the flow chart of ballistic missile tracking method in boost and post-boost phase

非线性滤波采用迭代无敏滤波(IUF)算法。在进行助推段跟踪时,不可避免地存在模型误差,为进一步降低这些模型误差对滤波精度的影响,这里采用 IUF 算法。IUF 算法的具体步骤:首先对状态协方差矩阵  $\mathbf{P}_k$  进行 Cholesky 分解得到状态向量  $\hat{\mathbf{X}}_k$  的  $N$  个采样点  $\chi_{k,l}$  及其相应的权值  $W_{k,l}$ ,  $l=1,2,\dots,N$ , 其中  $N=2n_x+1$ ,  $n_x$  为目标状态向量维数。

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} = \sum_{l=1}^N W_{k,l} f_k(\chi_{k,l}) \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{Q} + \sum_{l=1}^N W_{k,l} [f_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}] [f_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}]^T \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k} = \sum_{l=1}^N W_{k,l} h_k(\chi_{k,l}) \quad (19)$$

$$\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{R}_n + \sum_{l=1}^N W_{k,l} [h_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}] [h_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \sum_{l=1}^N W_{k,l} [f_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}] [h_k(\chi_{k,l}) - \hat{\mathbf{Z}}_{k+1/k}]^T (\mathbf{S}_{k+1})^{-1} \quad (21)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} \left( \mathbf{Z}_{k+1} - \sum_{l=1}^N W_{k,l} h_k(\chi_{k,l}) \right) \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{S}_{k+1} (\mathbf{K}_{k+1})^T \quad (23)$$

令  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^0 = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ ,  $\mathbf{P}_{k+1}^0 = \mathbf{P}_{k+1}$ , 根据  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^0$  和  $\mathbf{P}_{k+1}^0$  按照下述迭代步骤得到第  $i$  次的状态量  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^i$  及其协方差计算结果  $\mathbf{P}_{k+1}^i$ , 其中  $i=1,2,\dots,M$ , 通常取迭代次数  $M=3$  即可。对  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^i$  和  $\mathbf{P}_{k+1}^i$  进行 Cholesky 分解得到采用点  $\chi_j$  及其权重  $W_j$ ,  $j=1,2,\dots,N$ 。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \sum_{j=1}^N W_j \chi_j \quad (24)$$

$$\tilde{\mathbf{Z}} = \sum_{j=1}^N W_j h(\chi_j) \quad (25)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}_n + \sum_{j=1}^N W_j [h(\chi_j) - \tilde{\mathbf{Z}}] [h(\chi_j) - \tilde{\mathbf{Z}}]^T \quad (26)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^N W_j [f(\chi_j) - \tilde{\mathbf{X}}] [h(\chi_j) - \tilde{\mathbf{Z}}]^T (\mathbf{S})^{-1} \quad (27)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^i = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^{i-1} + \mathbf{K} \left( \mathbf{Z}_{k+1} - \sum_{j=1}^N W_j h(\chi_j) \right) \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^i = \mathbf{P}_{k+1}^{i-1} - \mathbf{K} \mathbf{S} (\mathbf{K})^T \quad (29)$$

经  $M$  此迭代之后得到  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}^M$  和  $\mathbf{P}_{k+1}^M$ , 最后令  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1}^M$ ,  $\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^M$  作为迭代更新后的值, 迭代计算结束。

## 5 仿真结果及其分析

文献[14]给出了一种适用于助推段弹道导弹跟踪的运动模型,该模型是一种典型的时不变模型,该模型不带未知参量,在仿真中作为一种对比模型,称之为非参量助推段模型。另外还选择两种运动模型作为对比,分别为 CA(常加速度)模型和 Jerk 模型<sup>[14]</sup>。四种滤波方法分别采用 IUF<sub>非参量助推</sub>, IUF<sub>CA</sub>, IUF<sub>Jerk</sub> 和 IMM-IUF<sub>参量助推&后助推</sub> 进行标识。雷达的测距精度  $\sigma_R = 10\text{m}$ ,  $\sigma_E = 0.03^\circ$ , 雷达测量数据率为 5Hz。

IMM-IUF<sub>参量助推&后助推</sub> 算法每个模型的初始概率均为 0.25, 前三个模型采用参量助推段模型, 分别选用表 1 所示的三种可能的弹道导弹类型的相关参量值, 其中类型 2 为实际来袭的真实导弹类型。第四个模型选用 (16) 所示的后助推段模型。状态转移概率矩阵中的元素分别为  $\pi_{11} = 0.985$ ,  $\pi_{12} = 0.005$ ,  $\pi_{13} = 0.005$ ,  $\pi_{14} =$

0.005;  $\pi_{21}=0.005, \pi_{22}=0.985, \pi_{23}=0.005, \pi_{24}=0.005$ ;  
 $\pi_{31}=0.005, \pi_{32}=0.005, \pi_{33}=0.985, \pi_{34}=0.005$ ;  $\pi_{41}=0,$   
 $\pi_{42}=0, \pi_{43}=0, \pi_{44}=1$ 。

表 1 导弹典型参量值

Tab.1 typical parameter values of ballistic missile

| 导弹类型 | 主要参数 | 地面比冲量                 | 弹道系数                        |
|------|------|-----------------------|-----------------------------|
| 类型 1 |      | $I_{sp0}=302\text{s}$ | $\beta=5000\text{kg/ms}^2$  |
| 类型 2 |      | $I_{sp0}=275\text{s}$ | $\beta=10000\text{kg/ms}^2$ |
| 类型 3 |      | $I_{sp0}=240\text{s}$ | $\beta=8000\text{kg/ms}^2$  |

采用 50 次蒙特卡罗仿真对滤波结果进行统计分析滤波误差的均方根值。采用上述基于四种不同模型的滤波跟踪算法得到的位置和速度滤波结果如图 4 所示。由图可以看出相对于 CA 模型和 Jerk 模型,非参量助推段模型是一种更适用于助推段跟踪的模型。在关机点时刻,采用 CA 模型和 Jerk 模型的滤波跟踪均会发生较大的滤波偏差, Jerk 模型滤波的偏差较 CA 模型滤波的偏差小,而非参量助推段模型在关机点时刻仍能保持较稳定且高精度的跟踪。由于非参量助推段模型没有提取典型的助推段模型参数用以进行导弹类型的判别,本文采用参量助推段模型和 IMM-IUF 算法完成对助推段和后助推段的弹道导弹稳定高精度跟踪。由图 4 可以看出该跟踪算法的跟踪误差最小且能保证在关机点处的稳定且高精度跟踪。

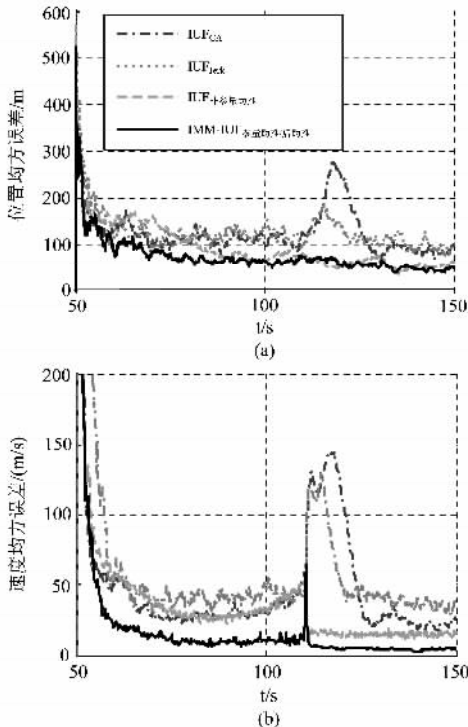


图 4 位置和速度滤波效果

Fig.4 the filtering performance of position and velocity

为更好地说明 IUF 滤波算法相对于 UF 滤波算法的优越性,下面采用非参量助推段模型作为滤波模型分别对这两种非线性滤波算法的滤波效果进行了对比。如图 5 所示,可以看出由于在关机点之前非参量助推段模型并不能十分准确的描述真实目标运动存在一定的模型误差,此时 IUF 的滤波精度明显较 UF 高,而在关机点之后这一模型误差变小, IUF 也就不具有明显优势了。这就说明在滤波模型存在一定误差的情况下,相对于 UF 采用 IUF 可以改善滤波精度。

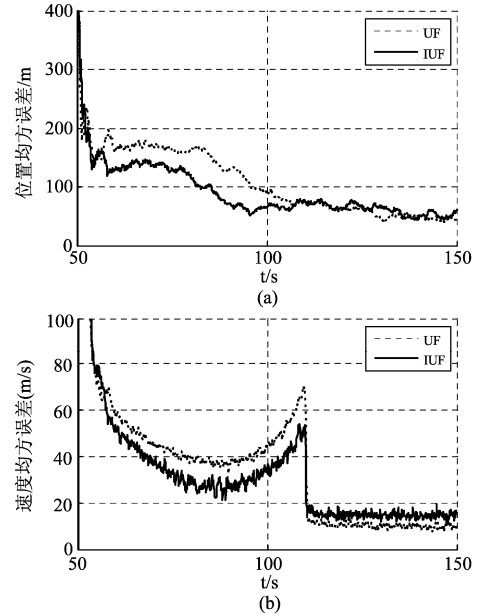


图 5 IUF 和 UF 位置和速度滤波效果对比

Fig.5 the filtering performance compares of UF and IUF in position and velocity

弹道导弹的类型和关机时刻的检测可以从各个模型的模型概率变化曲线得出,如图 6 所示。随着滤波时间的增加,某个模型的模型概率会稳定地收敛到一个最大的值,而其他模型的模型概率都很小,此时即可判定模型概率较大者代表实际导弹类型。通过助推段模型和后助推段模型的迅速交互点可以迅速准确地判定关机点时刻,该判断滞后时间短,相对于真实的关机时刻滞后 0.7s。这一滞后时间与雷达数据率也有关系,数据率越高,这一检测滞后时间越短。

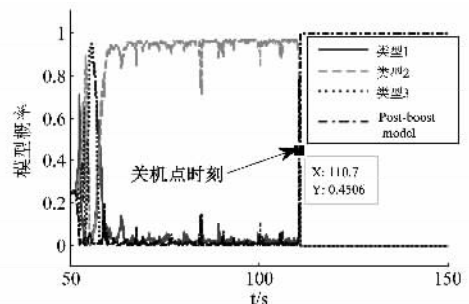


图 6 导弹类型判别和关机点时刻检测

Fig.6 ballistic missile classification and the detection of burn-out time

## 6 结论

该文针对助推段和后助推段弹道导弹的运动特性,给出了弹道导弹在这两个阶段飞行时合适的运动模型。非线性滤波算法采用 IUF 算法以提高在模型误差较大时刻的滤波精度。结合所提出的运动模型采用 IMM-IUF 算法对助推段和后助推段弹道导弹进行跟踪仿真分析,通过与其他模型的跟踪结果对比可以看出本文采用的方法跟踪精度更高,同时通过对模型概率的计算,该跟踪方法还能准确地指示关机时刻并完成导弹类型初判别,对工程应用具有较好的参考价值。

### 参考文献

- [ 1 ] Yicong Li, Thiagalingam Kirubarajan Y. Bal-Shalom, etc. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost phase LOS measurements [ C ]// Aerospace conference 1999. Snowmass at Aspen: IEEE, 1999. 425-442.
- [ 2 ] James R. Van Zandt. Boost phase tracking with an unscented filter [ C ]// Proc. Of SPIE signal and data processing of small targets, 2002, 4728( 4 ): 263-274.
- [ 3 ] Vesselin P. Jilkov, X. Rong Li, Jifeng Ru. Modeling ballistic target motion during boost for tracking [ C ]// Proc. of SPIE signal and data processing of small targets. San Diego, CA, USA: 2007, 6699( 9 ): 1-12.
- [ 4 ] Joseph J. Petruzzo III, George J. Foster. Combined tracking and threat typing algorithm for boosting missiles [ C ]// Proc. of SPIE signal and data processing of small targets. San Diego, CA, USA. 2003, 5204: 86-96.
- [ 5 ] Eric L. Crosson, J Brent Romine, etc. Boost phase acceleration estimation [ C ]// IEEE International radar conference, Alexandria, VA, USA. 2000: 210-214.
- [ 6 ] Robert G. Hutchins, Anthony San Jose. IMM Tracking of a theater ballistic missile during boost phase [ C ]// Proc. Of SPIE signal and data processing of small targets, Orlando, FL, USA. 1998, 3373: 528-537.
- [ 7 ] A. Benavol, L. Chisci, A. Farina. Tracking of a ballistic missile with a-prior information [ J ]. IEEE transactions on aerospace and electronic systems, July 2007, 43( 3 ): 1000-1016.
- [ 8 ] 唐宏斌,郑键,李骏等. 基于主动段状态估计的弹道估计方法研究 [ J ]. 战术导弹技术, 2007, 3( 6 ): 27-31. Tang Hongbin, Zheng Jian, Li Jun, etc. Trajectory Estimation Method Based on State Estimation of Boost Phase [ J ]. Tactical Missile Technology, 2007, 3( 6 ): 27-31. ( in Chinese )
- [ 9 ] 张涛,安玮,周一宇. 基于 UKF 的主动段弹道跟踪算法 [ J ]. 弹道学报, 2006, 18( 2 ): 15-18. Zhang Tao, An Wei, Zhou Yiyu. Trajectory tracking method in boost phase by using UKF [ J ]. Journal of ballistic, 2006, 18( 2 ): 15-18. ( in Chinese )
- [ 10 ] 李骏,安玮,徐晖. 基于主动段状态估计的 TBM 发射点参数估计 [ J ]. 航天电子对抗, 2003, 2: 1-4. Li Jun, An Wei, Xu Hui. TBM launch parameters estimation based on boost phase state estimation [ J ]. Aerospace Electronic Warfare, 2003, 2: 1-4. ( in Chinese )
- [ 11 ] 张涛,安玮,周一宇等. 基于推力加速度模版的主动段弹道跟踪方法 [ J ]. 宇航学报, 2006, 27( 3 ): 385-389. Zhang Tao, An Wei, Zhou Yiyu, etc. The trajectory tracking method in boost phase using thrust acceleration profile [ J ]. Journal of Astronautics, 2006, 27( 3 ): 385-389. ( in Chinese )
- [ 12 ] 胡小平,吴美平,王海丽. 导弹飞行力学基础 [ M ]. 国防科技大学出版社,长沙,2006 年. Hu Xiaoping, Wu Meiping, Wang Haili. The dynamic basis of ballistic missile [ M ]. The press of National University of Defense Technology, Chang Sha, 2006. ( in Chinese )
- [ 13 ] 张毅,杨辉耀,李俊莉. 弹道导弹弹道学 [ M ]. 国防科技大学出版社,长沙,1999 年. Zhang Yi, Yang Huiyao, Li Junli. The ballistics of ballistic missiles [ M ]. The press of National University of Defense Technology, Chang Sha, 1999. ( in Chinese )
- [ 14 ] Samuel Blackman, Robert Popoli. Design and analysis of modern tracking systems [ M ]. Artech House, 1999. Chapter 4.
- [ 15 ] 何友,修建娟,张晶炜等. 雷达数据处理及应用 [ M ]. 电子工业出版社. 2009 年,第八章. He You, Xiu Jianjuan, Zhang Jinwei, etc. Radar data process and applications [ M ]. Publishing House of Electronic Industry, 2009, Chapter 8. ( in Chinese )

### 作者简介



陈映(1984-)女,湖南娄底人。2006年毕业于北京航空航天大学。现为航天二院23所博士研究生。主要研究方向为雷达数据处理,融合跟踪算法等。  
E-mail:michelle\_cy@163.com

程臻(1961-)男,研究员,博士生导师。主要研究方向为天线与微波技术、相控阵信号处理等。

文树梁(1971-)男,研究员,博士生导师。主要研究方向主要为雷达系统、雷达信号处理等。