

# 视距相关信道下考虑非理想 CSI 的多用户 MIMO 收发联合设计

陈磊 祝锴 王大鸣 崔维嘉  
(信息工程大学, 信息工程学院, 河南, 450002)

**摘要:** 在 FDD 模式多用户 MIMO (Multi-input Multi-output) 系统下行链路中, 由于信道估计、反馈信道等存在误差, 使得发送端获取理想信道状态信息 (CSI, channel state information) 十分困难。针对获得非理想 CSI 的多用户 MIMO 系统, 考虑在基站和各用户的天线分别具有相关性并引入视距分量的信道条件下, 提出了一种新的基于块对角化的 MMSE 准则收发联合设计算法。该算法首先通过块对角化消除用户间的共信道干扰, 然后针对存在信道估计误差的用户信道依据 MMSE 准则分别迭代求解每个用户预编码和解码矩阵。论文设计出一种基于训练序列的信道估计误差算法, 并获得等效信道模型, 使得收发端获得的信道状态信息更有实际意义。本文假设反馈信道理想, 发射端可以完整得到信道估计矩阵。在 MMSE 准则下, 推导获得了 Lagrange 乘子的解析解, 避免了求解非线性方程的复杂过程, 显著降低了计算复杂度。和已有算法相比, 该算法不仅可以获得良好的误码性能还可以对各用户进行独立优化, 处理更加灵活。仿真分析了视距分量、信道相关性以及信道估计误差对算法性能的影响。仿真结果表明, 该算法误码性能良好, 算法收敛快, 并且对信道估计误差带来的影响有较好的抑制作用。

**关键词:** 多用户 MIMO; 预编码; 块对角化; 最小均方误差; 信道估计误差

**中图分类号:** TN929.53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)02-0215-06

## Multi-user MIMO Transceiver Design in LOS Correlated Channels with Imperfect CSI

CHEN Lei ZHU Kai WANG Da-ming CUI Wei-jia

(Institute of Information Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450002 China)

**Abstract:** Multi-user MIMO (multi-input multi-output) system has been studied in number of papers in recent years. In this paper, a novel multi-user transceiver algorithm is proposed for the system. In the multi-user MIMO system under FDD mode for the down-link, because of the channel estimation error and feedback channel error, it is difficult to obtain the perfect channel state information (CSI) at transmitter. With the consideration of both the line-of-sight (LOS) component and the correlation at both the transmitter and users, a minimum sum MSE criterion MIMO transceiver design algorithm based on block diagonalization is proposed. It is supposed that there is only imperfect CSI at both ends of the link. Firstly, the proposed algorithm eliminates the co-channel interference (CCI) among all the users through block diagonalization (BD), and then computes the precoding and decoding matrices by iterating for users' channel with channel estimation error. This paper deduces a channel estimation error algorithm and obtains an equivalent channel model based on training sequence, which makes the CSI obtained by transmitter and receiver more practical. We provide feedback channel is perfect, so the transmitter could obtain the channel estimation matrix with estimation error only. The analytic solution of Lagrange factor is obtained by using MMSE criterion, avoiding the complicated nonlinear equation, so that the computational complexity distinctly is reduced. Compared with the existing transceiver design algorithm, the proposed not only has good bit error, but also optimizes the transceivers of the users independently and flexibly. The influence of LOS component, correlation of the channel and channel estimation error on the performance of the algorithm is investigated. The simulation results shows that the proposed algorithm has a better BER performance compared with BD algorithm, only needs 4 iterations to convergence when the SNR is 20dB and the negative effect of the channel estimation error on the performance has been suppressed effectively.

**Key words:** multi-user MIMO; precoding; block diagonalization; MMSE; channel estimation error

收稿日期: 2010 年 5 月 20 日; 修回日期: 2010 年 12 月 17 日

基金项目: 国家“863”高科技发展规划项目(2009AA011504); 国家科技重大专项项目(2009ZX03003-008)

## 1 引言

多用户 MIMO 技术是 MIMO 系统研究中的热点。在多用户 MIMO 下行链路中,基站在相同频率和时隙同多个用户进行通信。用户之间无法合作通信,并且每个用户都受到来自其他用户的共信道干扰(CCI, Co-Channel interference)。根据执行信号处理的位置不同,主要有两类对抗 CCI 的手段。其一是发送预编码技术,例如,SLNR 算法<sup>[1]</sup>巧妙地定义了信漏噪比这一概念,使其最大化从而抑制用户之间的 CCI;块对角化(BD)迫零算法<sup>[2]</sup>通过等效信道矩阵的块对角化将用户之间的 CCI 完全消除,将多用户 MIMO 系统等效成若干独立的单用户系统,对用户的处理更加灵活。其二为收发联合设计,例如,零空间定向 SVD(Nu-SVD)<sup>[3]</sup>、PMSE<sup>[4]</sup>、TMMSE 算法<sup>[5]</sup>等。一般来说,前者有较低的复杂度,而后者有更好的性能。随着信号处理技术的发展,后者吸引了越来越多的关注。

多用户收发联合设计的性能依赖于发送端信道状态信息(CSIT, channel state information transmitter)和接收端信道状态信息(CSIR, channel state information receiver)。CSIR 通过信道估计在用户端获得,信道估计本身会使 CSIR 存在一定误差。为了能在发送端进行信号处理,CSIR 通过反馈到达基站端,获得 CSIT。由于反馈时延以及量化误差等多种因素的存在,实际情况中的 CSIT 同样存在误差。另外,在实际的 MIMO 信道中由于散射体分布和天线位置等原因,使得天线之间通常呈现出不同程度的相关性,尤其是在较高频段通信时,由于信号波长短,其电磁波的绕射现象将变弱,因而传播过程中视距分量相对于反射、散射及绕射分量所占比重增大。目前,CSIT 和 CSIR 均为非理想,视距相关信道下的多用户 MIMO 收发联合设计还很少见到相关结论。

本文针对多用户 MIMO 系统,考虑非理想 CSIT 和 CSIR,在存在视距分量和收发两端天线均存在相关性的信道条件下,将文献[2]中的块对角化引入到收发联合设计,利用其对各用户独立处理的优势,提出一种新的基于块对角化的 MMSE 准则多用户收发联合设计算法。该算法利用块对角化将多用户 MIMO 系统等效成若干独立单用户系统,之后针对各个单用户系统进行独立的 MMSE 收发联合优化。

## 2 系统模型

### 2.1 多用户 MIMO 系统模型

假设多用户 MIMO 系统共有  $K$  个用户,基站的的天线数记为  $n_T$ ,为水平直线阵,用户  $j$  的天线数记为  $n_{R_j}$ 。

信道为频率平坦静态块衰落,由视距分量和非视距分量组成,视距分量和信道相关矩阵通过信道测量的时间平均得到,相比于瞬时信道信息而言是慢变的。假设每个用户的 CSIR 获得正确的视距分量信息和信道相关信息,并反馈给发送端,信道估计误差是针对信道的变化部分估计而言,对信道变化部分存在误差的估计也反馈给发送端。为了简化分析,假设反馈链路实时并且无差错,也就是说 CSIT 和 CSIR 相同<sup>[8]-[11]</sup>。用户  $j$  的信道矩阵表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_j &= \mathbf{H}_{m,j} + \bar{\mathbf{H}}_j = \mathbf{H}_{m,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \bar{\mathbf{H}}_{w,j} \mathbf{R}_l^{1/2} \\ &= \sqrt{\frac{W}{W+1}} \mathbf{H}_{m0,j} + \sqrt{\frac{1}{W+1}} \bar{\mathbf{H}}_{0,j} \\ &= \sqrt{\frac{W}{W+1}} \mathbf{H}_{m0,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \frac{\bar{\mathbf{H}}_{w0,j}}{\sqrt{W+1}} \mathbf{R}_l^{1/2} \end{aligned} \quad (1)$$

其中复信道均值  $\mathbf{H}_{m,j} = \sqrt{\frac{W}{W+1}} \mathbf{H}_{m0,j}$  是视距分量部分,

$\bar{\mathbf{H}}_j = \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \frac{\bar{\mathbf{H}}_{w0,j}}{\sqrt{W+1}} \mathbf{R}_l^{1/2}$  是信道的非视距分量部分,其中信

道估计针对的是  $\bar{\mathbf{H}}_{w,j} = \frac{\bar{\mathbf{H}}_{w0,j}}{\sqrt{W+1}}$ 。  $\bar{\mathbf{H}}_{w0,j}$  满秩,其元素为

零均值单位方差复高斯随机变量。用协方差矩阵  $\mathbf{R}_{0,j}$  表征所有发送天线和用户  $j$  接收天线的空间相关特性,也就是说  $n_T n_{R_j} \times n_T n_{R_j}$  维协方差矩阵  $\mathbf{R}_{0,j}$  定义了用户  $j$

所有  $n_T n_{R_j}$  个信道元素的相关性,  $\mathbf{R}_{0,j} = E[\bar{\mathbf{h}}_j \bar{\mathbf{h}}_j^H]$ , 其中

$\bar{\mathbf{h}}_j = \text{vec}(\bar{\mathbf{H}}_j)$ ,  $\mathbf{R}_{0,j}$  是一个半正定复 Hermitian 阵,其对角元素代表  $n_T n_{R_j}$  个标量信道的功率增益,非对角线元素表示标量信道之间的交叠耦合。假设  $\mathbf{R}_{0,j}$  符合 Kronecker 模型,发送天线和接收天线分别相关,这样  $\mathbf{R}_{0,j}$  分解为  $\mathbf{R}_{0,j} = \mathbf{R}_l^T \otimes \mathbf{R}_{r,j}$ ,  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积。  $\mathbf{R}_l$  和  $\mathbf{R}_{r,j}$  分别为发送相关矩阵和用户  $j$  的接收相关矩阵。  $W$  为莱斯因子,表征信道的视距分量与非视距分量平均功率的比值,取值为 0 到正无穷。当  $W=0$  时,为瑞利衰落信道,当  $W \neq 0$  时,为莱斯衰落信道。已有的信道测量结果显示,在实际中  $W$  的取值可以从 0 到 30dB,  $W$  随着收发两端距离的增加而减小<sup>[6]</sup>。

用户  $j$  信道矩阵的视距分量为  $\mathbf{H}_{m,j} = E[\mathbf{H}_j]$ 。  $\mathbf{H}_{m,j}$  的秩为  $L$ , 设共有  $L$  条视距路径。假设一个窄带阵列的导引向量为  $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_{n_{R_j}}]^T$ ,  $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_{n_T}]^T$ , 导引向

量决定了视距簇的来波方向<sup>[12]</sup>。其中  $a_n = e^{-j2 \frac{(n-1)d_a}{w} g_n}$ ,  $b_m = e^{-j2 \frac{(m-1)d_b}{w} g_m}$ ,  $g_i, g_m$  为零均值复高斯随机变量,  $d_a, d_b$

分别表示接收天线和发送天线的间距,  $w$  为信号波长。于是  $H_{temp} = \sum_{i=1}^L g_i \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i^H$ ,  $\mathbf{H}_{m_0,j} = \sqrt{n_{R_j} n_T} \frac{\mathbf{H}_{temp}}{\|\mathbf{H}_{temp}\|_F}$ ,  $g_i$  ( $i = 1, \dots, L$ ) 表示对应着第  $i$  条路径的独立路径增益, 为零均值复高斯随机变量。为了便于比较, 将信道的功率归一化。不失一般性, 信道  $\mathbf{H}_j$  的平均功率为  $n_T n_{R_j}$ 。

设用户  $j$  的发送信号为  $B \times 1$  维向量  $\mathbf{d}_j$ , 与信道独立并且  $B$  不大于  $n_T$ , 假设  $E(\mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^H) = \mathbf{I}$ 。每个用户的发送信号首先进入预编码矩阵模块  $n_T \times B$  维矩阵  $\mathbf{F}_j$ , 之后进入  $n_{R_j} \times n_T$  维信道矩阵  $\mathbf{H}_j$ ,  $n_{R_j} \times 1$  维的接收信号  $\mathbf{y}_j = \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_j \mathbf{F}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{n}_j$ ,  $\mathbf{n}_j$  为零均值复加性高斯白噪声, 噪声方差为  $\sigma^2$ 。用户接收端解码矩阵为  $B \times n_{R_j}$  维矩阵  $\mathbf{G}_j$ , 解码之后的信号为

$$\hat{\mathbf{d}}_j = \mathbf{G}_j \sum_{i=1}^K \mathbf{H}_j \mathbf{F}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{n}_j = \mathbf{G}_j \underbrace{\mathbf{H}_j \mathbf{F}_j \mathbf{d}_j}_{\text{有用信号}} + \underbrace{\mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{F}}_j \tilde{\mathbf{d}}_j}_{\text{共信道干扰}} + \underbrace{\mathbf{n}_j}_{\text{噪声}} \quad (2)$$

$\tilde{\mathbf{F}}_j$  和  $\tilde{\mathbf{d}}_j$  表示除了用户  $j$  之外的其他用户的预编码矩阵和发送信号。用户  $j$  的接收信号包括有用信号, 共信道干扰以及噪声。经过解码矩阵  $\mathbf{G}_j$  之后, 得到对发送信号的估计  $\hat{\mathbf{d}}_j$ 。

## 2.2 块对角化

利用块对角化<sup>[2]</sup>消除用户之间的CCI, 将多用户MIMO系统等效成  $K$  个相互独立的单用户MIMO系统。令  $\mathbf{H}_j = [\mathbf{H}_1^T \dots \mathbf{H}_{j-1}^T \mathbf{H}_{j+1}^T \dots \mathbf{H}_K^T]^T$ ,  $\mathbf{H}_j$  为除用户  $j$  本身外, 其他用户的信道矩阵组成的联合矩阵。为了消除用户之间的CCI, 预编码矩阵  $\mathbf{F}_j$  要求落在  $\mathbf{H}_i$  的零空间里, 使  $\mathbf{H}_i \mathbf{F}_j = \mathbf{0}$ ,  $\forall i \neq j$ 。对  $\mathbf{H}_j$  进行奇异值分解

$$\mathbf{H}_j = \tilde{\mathbf{U}}_j \tilde{\Sigma}_j [\tilde{\mathbf{V}}_j^{(1)} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}]^H \quad (3)$$

令  $L_j = \text{rank}(\mathbf{H}_j) \leq \sum_{i=1}^K n_{R_i} - n_{R_j}$ ,  $\tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$  为  $\mathbf{H}_j$  的后  $n_T - L_j$  个右奇异向量, 构成  $\mathbf{H}_j$  的零空间正交基。由于功率约束, 归一化  $\tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$  使得  $\|\tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}\|_F = 1$ 。  $\mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$  是用户  $j$  消除了CCI之后的  $n_{R_j} \times (n_T - L_j)$  维等效信道,  $\tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$  是预编码矩阵  $\mathbf{F}_j$  的一部分,  $n_{R_j}$  和  $n_T - L_j$  为等效的接收和发送天线数。当信道估计准确时, 块对角化将用户之间的CCI完全消除, 当信道估计存在误差时, 用户之间会残存CCI, 这与估计误差的程度有关。

## 2.3 信道估计误差和等效信道

本文采用训练序列针对  $\tilde{\mathbf{H}}_{w,j}$  进行信道估计, 用户  $j$

的  $n_T \times n_T$  维训练序列  $\mathbf{X}_{w,j}$  连续发送  $n_T$  个时隙, 假设通过块对角化消除了用户之间的CCI, 即不考虑存在信道估计误差引起的用户间残存的CCI, 将多用户的信道估计问题转化成若干单用户的信道估计问题, 用户  $j$  对训练序列的接收信号可以表示为  $\mathbf{Y}_{w,j} = \mathbf{H}_j \mathbf{X}_{w,j} + \mathbf{N}_{w,j}$ ,  $\mathbf{N}_{w,j}$  为噪声矩阵, 将(1)式代入, 有

$$\mathbf{Y}_{w,j} = (\mathbf{H}_{m,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} \mathbf{R}_i^{1/2}) \mathbf{X}_{w,j} + \mathbf{N}_{w,j} \quad (4)$$

设每个用户的训练序列总功率为  $P_w$ , 于是有  $\text{tr}(\mathbf{X}_{w,j} \mathbf{X}_{w,j}^H) = P_w$ 。选择  $\mathbf{X}_{w,j} = \mathbf{R}_i^{-1/2} \mathbf{X}_j$ ,  $\mathbf{X}_j$  为  $n_T \times n_T$  的酉阵, 满足  $\text{tr}(\mathbf{X}_j \mathbf{X}_j^H) = P_w / \text{tr}(\mathbf{R}_i^{-1})$ , 对(4)式右乘  $\mathbf{X}_j^{-1}$ , 左乘  $\mathbf{R}_{r,j}^{-1/2}$ , 可以得到

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} &= \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} \mathbf{Y}_{w,j} \mathbf{X}_j^{-1} - \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} \mathbf{H}_{m,j} \mathbf{X}_j^{-1} \\ &= \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} \mathbf{N}_{w,j} \mathbf{X}_j^{-1} = \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} \mathbf{N}_{0,j} \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{N}_{0,j} = \mathbf{N}_{w,j} \mathbf{X}_j^{-1}$ ,  $\mathbf{N}_{0,j}$  的元素服从独立同分布的  $\mathcal{N}(0, \sigma_E^2)$ ,  $\sigma_E^2 = \text{tr}(\mathbf{R}_i^{-1}) \cdot \sigma^2 / P_w$ 。于是

$$\tilde{\mathbf{H}}_{w,j} = \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} \mathbf{N}_{r,j} \mathbf{X}_j^{-1} \quad (6)$$

对  $\tilde{\mathbf{H}}_{w,j}$  进行MMSE准则的信道估计<sup>[7]-[10]</sup>得到

$$\hat{\mathbf{H}}_{w,j} = E[\tilde{\mathbf{H}}_{w,j} | \tilde{\mathbf{H}}_{w,j}] = [\mathbf{I}_{n_{R_j}} + \sigma_E^2 \cdot \mathbf{R}_{r,j}^{-1}]^{-1} \tilde{\mathbf{H}}_{w,j} \quad (7)$$

将  $\tilde{\mathbf{H}}_{w,j}$  表示成估计值  $\hat{\mathbf{H}}_{w,j}$  和误差矩阵的和,

$$\tilde{\mathbf{H}}_{w,j} = \hat{\mathbf{H}}_{w,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{-1/2} [\mathbf{I}_{n_{R_j}} + \sigma_E^2 \cdot \mathbf{R}_{r,j}^{-1}]^{-1/2} \mathbf{E}_{w,j} \quad (8)$$

这样有

$$\mathbf{H}_j = \mathbf{H}_{m,j} + \hat{\mathbf{H}}_j + \mathbf{E}_j = \tilde{\mathbf{H}}_j + \mathbf{E}_j \quad (9)$$

其中  $\tilde{\mathbf{H}}_j = \mathbf{H}_{m,j} + \hat{\mathbf{H}}_j$  为对  $\mathbf{H}_j$  的估计,  $\hat{\mathbf{H}}_j = \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \hat{\mathbf{H}}_{w,j} \mathbf{R}_i^{1/2}$  为对非视距分量部分的估计。为了使误差矩阵结构更加清晰, 这里令  $\mathbf{R}_{e,r,j} = [\mathbf{I}_{n_{R_j}} + \sigma_E^2 \cdot \mathbf{R}_{r,j}^{-1}]^{-1}$ , 则  $\mathbf{E}_j = \mathbf{R}_{e,r,j}^{1/2} \mathbf{E}_{w,j} \mathbf{R}_i^{1/2}$ 。于是(9)式可以写成

$$\mathbf{H}_j = \mathbf{H}_{m,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \hat{\mathbf{H}}_{w,j} \mathbf{R}_i^{1/2} + \mathbf{R}_{e,r,j}^{1/2} \mathbf{E}_{w,j} \mathbf{R}_i^{1/2} \quad (10)$$

结合块对角化的过程, 用户  $j$  的等效信道表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{eq,j} &= \mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)} = (\tilde{\mathbf{H}}_j + \mathbf{E}_j) \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)} \\ &= \mathbf{H}_{m,j} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \hat{\mathbf{H}}_{w,j} (\mathbf{R}_i^{1/2} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}) + \mathbf{R}_{e,r,j}^{1/2} \mathbf{E}_{w,j} (\mathbf{R}_i^{1/2} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}) \\ &= \mathbf{H}_{eq,m,j} + \mathbf{R}_{r,j}^{1/2} \hat{\mathbf{H}}_{w,j} \mathbf{R}_{eq,t}^{1/2} + \mathbf{R}_{e,r,j}^{1/2} \mathbf{E}_{w,j} \mathbf{R}_{eq,t}^{1/2} \\ &= \mathbf{H}_{eq,m,j} + \hat{\mathbf{H}}_{eq,j} + \mathbf{E}_{eq,j} = \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} + \mathbf{E}_{eq,j} \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\mathbf{H}_{eq,m,j}$ ,  $\hat{\mathbf{H}}_{eq,j}$ ,  $\mathbf{E}_{eq,j}$  为等效的视距分量、非视距分量部分估计和信道估计误差矩阵。  $\tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} = \mathbf{H}_{eq,m,j} + \hat{\mathbf{H}}_{eq,j}$  为信道的等效估计。等效发送相关矩阵  $\mathbf{R}_{eq,t} = (\mathbf{R}_i^{1/2} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)})^H$

( $\mathbf{R}_i^{1/2} \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$ )。此时用户  $j$  解码之后的信号为

$$\hat{\mathbf{d}}_j = \mathbf{G}_j (\mathbf{H}_j \mathbf{F}_j \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_j) = \mathbf{G}_j (\mathbf{H}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{d}_j + \mathbf{n}_j) \quad (12)$$

其中  $\mathbf{F}_{eq,j}$  满足  $\mathbf{F}_j = \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)} \mathbf{F}_{eq,j} \circ$

### 3 MMSE 收发联合设计

由(12)可得,用户  $j$  发送信号的正 MSE 表示为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j) &= E \left( \hat{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j \right) \left( \hat{\mathbf{d}}_j - \mathbf{d}_j \right)^H \\ &= E \left[ \mathbf{G}_j \left( \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} + \mathbf{E}_{eq,j} \right) \mathbf{F}_{eq,j} - \mathbf{I}_B \right] \mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^H \\ & \quad \left[ \mathbf{G}_j \left( \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} + \mathbf{E}_{eq,j} \right) \mathbf{F}_{eq,j} - \mathbf{I}_B \right]^H + \sigma^2 \cdot \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H \end{aligned} \quad (13)$$

根据上面对信道、噪声、发送信号的假设,可以将(13)式展开为

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j) &= \left( \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H \mathbf{F}_{eq,j} \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j}^H \mathbf{G}_j^H - \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \right. \\ & \quad \left. - \mathbf{F}_{eq,j}^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j}^H \mathbf{G}_j^H + \left[ \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) \right] \right. \\ & \quad \left. \mathbf{G}_j \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j^H + \mathbf{I}_B \right) + \sigma^2 \cdot \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H \end{aligned} \quad (14)$$

下面可以将问题归纳为在用户发送功率  $P/K$  的约束下,寻找一对在 MSE 意义上最优的  $(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j)$ ,

$$\min_{\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j} \text{tr}[\text{MSE}(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j)] \quad (15)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) \leq P/K$$

引入 Lagrange 乘子,

$$\begin{aligned} L(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j, \lambda_j) &= \text{tr}[\text{MSE}(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j)] \\ & \quad + \lambda_j [\text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) - P/K] \end{aligned} \quad (16)$$

由 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件,可以得到以下式子

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j}^H + \left[ \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) \right] \\ \mathbf{R}_{e,r,j} + \sigma^2 \mathbf{I}_{n_{R_j}} \mathbf{G}_j^H = \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{eq,j}^H \left[ \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{G}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} + \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j^H) \mathbf{R}_{eq,t,j} + \mathbf{I}_{n_T} \right] \\ = \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \end{aligned} \quad (18)$$

$$j \geq 0, \text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) - P/K \leq 0 \quad (19)$$

$$j [\text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) - P/K] = 0 \quad (20)$$

下面求解 Lagrange 乘子  $\lambda_j$ , 文献[13]通过改变解码矩阵  $\mathbf{G}_j$  的结构获得了 Lagrange 乘子的解析表达式。

本文直接从(17)、(18)两式出发,将(17)式两边左乘  $\mathbf{G}_j$ , (18)式两边右乘  $\mathbf{F}_{eq,j}$ , 可以得到(21)、(22)式,

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j}^H \mathbf{G}_j^H + \left[ \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) \right] \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H \\ + \sigma^2 \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H = \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{eq,j}^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j}^H \mathbf{G}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} + \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j^H) \mathbf{F}_{eq,j}^H \mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} \\ + \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H = \mathbf{G}_j \tilde{\mathbf{H}}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j} \end{aligned} \quad (22)$$

(21)、(22)式的等式左边相等,又有  $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$ , 于是

$$\begin{aligned} \text{tr} \left( \left[ \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) \right] \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H + \sigma^2 \mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H \right) \\ = \text{tr} \left( \sigma_E^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{R}_{e,r,j} \mathbf{G}_j^H) \mathbf{F}_{eq,j}^H \mathbf{R}_{eq,t,j} \mathbf{F}_{eq,j} + \mathbf{F}_{eq,j}^H \mathbf{F}_{eq,j} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

化简有

$$\sigma^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H) = \text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j}^H \mathbf{F}_{eq,j}) \quad (24)$$

由(19)式,当  $\lambda_j > 0$  时,  $\text{tr}(\mathbf{F}_{eq,j} \mathbf{F}_{eq,j}^H) = P/K$ , 代入(24)有

$$\lambda_j = \sigma^2 \cdot \text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H) K / P \quad (25)$$

当  $\lambda_j = 0$  时,由(24)式,  $\text{tr}(\mathbf{G}_j \mathbf{G}_j^H) = 0$ , (25)式依然成立。这样,根据(25)式可求得  $\lambda_j$ 。这种求解 Lagrange 乘子的方法相比于文献[5]省去了特征值分解以及求解非线性方程的复杂过程,显著降低了计算复杂度;克服了非线性方程解的多值问题,获得 Lagrange 乘子解析表达式,提高了求解精度。

由(17)、(18)式可知  $\mathbf{F}_{eq,j}$  和  $\mathbf{G}_j$  的求解是互为条件的,于是通过迭代求解  $(\mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{G}_j)$ 。迭代算法见表 1。

表 1 求解式(15)的迭代算法

Step1. 初始化 $n_T \times B$ 维矩阵 $\mathbf{F}_{eq,j}^{(0)}, \mathbf{F}_{eq,j}^{(0)}$ 的上 $B \times B$ 维矩阵主对角线元素相等并满足功率限制,其余元素为 0。
Step2. 由(17)式更新 $\mathbf{G}_j$ ;
Step3. 由(25)式更新 $\lambda_j$ ;
Step4. 由(18)式计算 $\mathbf{F}_{eq,j}$ ;
Step5. 如果 $\left\  \mathbf{F}_{eq,j}^{(i)} - \mathbf{F}_{eq,j}^{(i-1)} \right\ _F \leq \varepsilon$ , 算法结束;否则重复 Step2、3、4、5。 $\varepsilon$ 为算法结束门限,这里可以取 $10^{-4}$ 。

综合以上分析,又有  $\mathbf{F}_j = \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)} \mathbf{F}_{eq,j}, \mathbf{H}_{eq,j} = \mathbf{H}_j \tilde{\mathbf{V}}_j^{(0)}$ , 本文算法的完整信号处理流程可以表示为图 1。

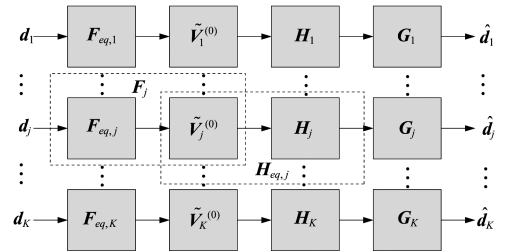


图 1 本文算法的信号处理流程

### 4 仿真分析

考虑无编码多用户 MIMO 系统下行链路,载波频率为 5.8GHz,发端天线各天线间距为 10 倍波长,用户端为 0.5 倍波长。发送信号采用 QPSK 调制,发射总功率为 1,定义 SNR 为发射总功率与每根接收天线的噪声功率之比,即  $\text{SNR} = 1/\sigma^2$ 。天线之间的相关性由指数相关表示,即  $(\mathbf{R}_t)_{m,n} = \rho_t^{|m-n|}, (\mathbf{R}_r)_{m,n} = \rho_r^{|m-n|}$ 。不另外说明时,训练序列与噪声功率之比为  $P_r/\sigma^2 = 19.03\text{dB}$ ,这样当  $W = 0, \rho_t = 0$  时对应的  $\sigma_E^2$  为 0.01。仿真经过 10000 次独立的信道实现,每次数据长度为 3600bit。假设系统存在两个用户,每个用户 4 根接收天线,基站配置 8 根发送天线。

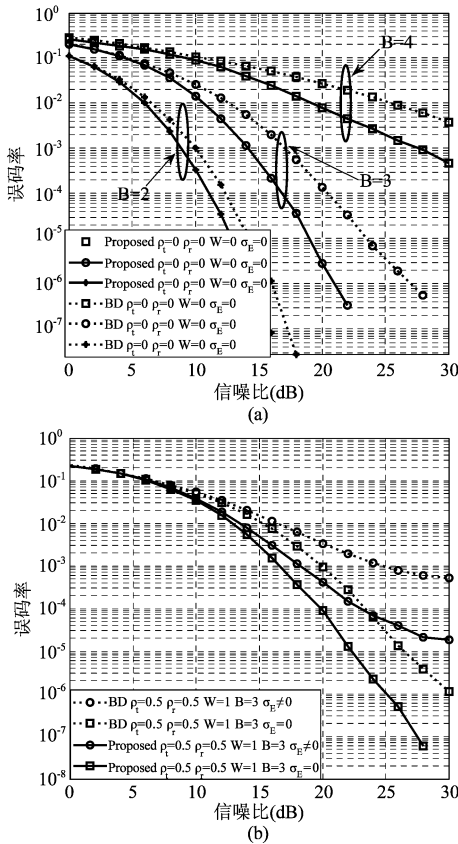


图 2 本文算法与 BD 算法误码性能比较

图 2 为本文提出的基于块对角化的收发联合设计算法与算法的误码性能比较。从图 2(a)中可以看到,在传统理想 CSI 条件下的独立同分布复高斯信道中,本文算法性能明显优于 BD 算法。图 2(b)中,在视距相关信道下无论是考虑非理想 CSI 还是理想 CSI,本文算法误码性能都明显优于 BD 算法。

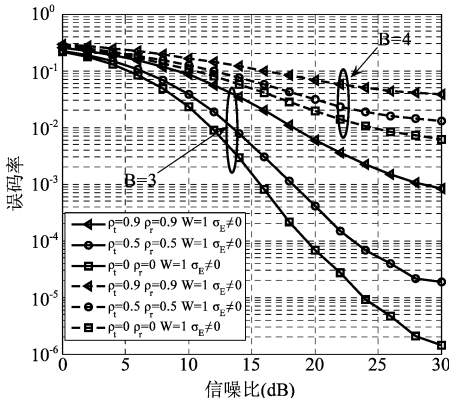


图 3 天线相关性对算法性能的影响

图 3 所示为不同天线相关系数对算法误码性能的影响。可以看出,天线相关性使得误码性能严重下降,相关系数越大,性能下降越多。减少发送信号的维数可以带来分集增益,从而有效提升误码性能,但这是以

牺牲复用增益为代价的,是一个分集与复用折中的问题,在实际应用中根据具体情况对发送信号维数进行选择。

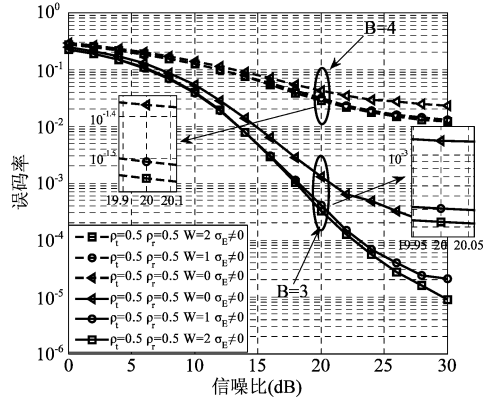


图 4 视距分量对算法性能的影响

图 4 所示为视距分量强度对算法误码性能的影响。存在视距分量使得信道的确定性增加,从而提高了算法的误码性能,随着视距分量程度的继续增加,信道几乎成为确定性信道,误码性能的提升越来越不明显。

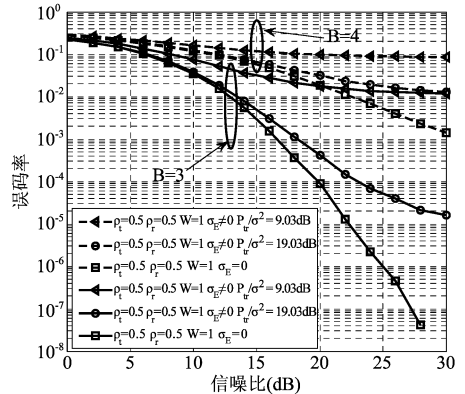


图 5 信道估计误差对算法性能的影响

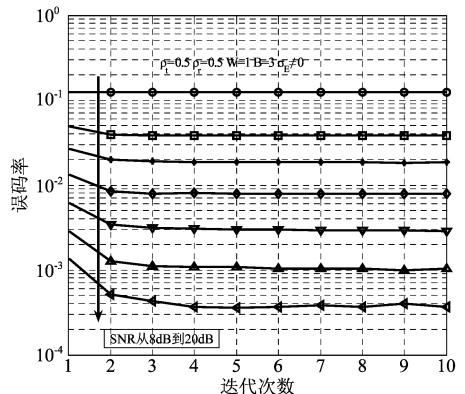


图 6 不同信噪比下本文算法的收敛速度

图 5 所示为信道估计误差对本文算法性能的影响。训练序列与噪声功率之比为 19.03dB 和 9.03dB。当  $P_u/\sigma^2 = 19.03\text{dB}$ ,  $W=0$ ,  $\rho_r=0$  时对应的  $\sigma_e^2$  为 0.01;

当  $P_u/\sigma^2=9.03\text{dB}$ ,  $W=0$ ,  $\rho_i=0$  时对应的  $\sigma_e^2$  为 0.1。从图中可以看到,信道估计的准确程度对算法的性能影响很大。信道估计误差使得误码率曲线在高信噪比时出现了较为严重的地板效应,训练序列功率越低,信道估计误差程度大,带来的性能损失越大。

图6为不同信噪比下本文算法的收敛情况。在图6的信道条件下,算法的误码率只需要4次迭代在任何信噪比条件下都可以达到稳定。算法的收敛性能良好,速度较快。

## 5 结论

利用块对角化将多用户 MIMO 系统等效成若干独立单用户系统,在视距相关信道下考虑非理想 CSI,提出一种 MMSE 准则的多用户 MIMO 收发联合设计算法,对各个用户的收发进行独立优化,易于与功率分配用户调度等其他相关技术结合。通过仿真分析了各种信道参数对算法性能的影响,算法的误码性能明显优于 BD 算法,收敛性能良好。

## 参考文献

- [1] Sadek M, Tarighat A, Sayed A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007-5, 6(5):1711-1721.
- [2] Spencer Q H, Swindlehurst A L, Haardt M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multi-user MIMO channels [J], IEEE Transactions on Signal Processing, 2004-2, 52(2):461-471.
- [3] Pan Z G, Wong K K, Ng T S. Generalized multiuser orthogonal space division multiplexing [J], IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004-11, 3(3):1969-1973.
- [4] Tenenbaum A J, Adve R S. Linear processing and sum throughput in the multiuser MIMO downlink [J], IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009-5, 8(5):2652-2661.
- [5] Zhang J, Wu Y, Zhou S, et al. Joint linear transmitter and receiver design for the downlink of multiuser MIMO systems [J], IEEE Commun. Lett., 2005-11, 9(11):991-993.
- [6] Baum D, Gore D, Nabar R et al. Measurement and characterization of broadband MIMO fixed wireless channels at 2.5ghz [C] // In Proc. Int'l Conf. Per. Wireless Comm., 2000-12:203-206.
- [7] Ding M H, Bloestein S D. MIMO minimum total MSE transceiver design with imperfect CSI at both ends [J], IEEE Trans. Signal Process., 2009-3, 57(3):1141-1150.
- [8] Serbetli S, Yener A. MMSE transmitter design for correlated MIMO systems with imperfect channel estimates; Power allocation trade-offs [J], IEEE Trans. Wireless Commun., 2006-8, 5(8):2295-2304.
- [9] Yoo T and Goldsmith A. Capacity and power allocation for fading MIMO channels with channel estimation error [J], IEEE Trans. Inf. Theory, 2006-5, 52(5):2203-2214.
- [10] Musavian L, Nakhai M R, Dohler M, et al. Effect of channel uncertainty on the mutual information of MIMO fading channels [J], IEEE Trans. Veh. Technol., 2007-9, 56(5):2798-2806.
- [11] Zhang X, Palomar D P, Ottersten B. Statistically robust design of linear MIMO transceivers [J], IEEE Trans. Signal Process., 2008-8, 56(8):3678-3689.
- [12] Paulraj A, Nabar R, and Gore D. Introduction to space time wireless communications [M], Cambridge, U. K: Cambridge Univ. Press, 2003, 35-40.
- [13] Xu D F, Huang Y, Yang L H, etc. Linear transceiver design for multiuser MIMO downlink [C] // In proceedings of IEEE International Conference on Communications, 2008, 5. Beijing, China.

## 作者简介

陈磊(1983-),男,河北涿水,硕士研究生,主要研究方向多用户 MIMO 系统预编码技术与联合收发设计。

E-mail:chenley@126.com

祝锴(1984-),男,61785 部队助理工程师。

王大鸣(1971-),男,硕士生导师,博士,主要研究方向移动通信系统。

崔维嘉(1976-),男,讲师,博士后,主要研究方向自组织网和蜂窝网融合技术。