

# OFDM 系统中峰均比降低的次优化循环移位序列方法

黎锁平<sup>1</sup> 巩朋成<sup>2</sup> 侯尚林<sup>1</sup> 马成业<sup>1</sup>

(1. 兰州理工大学理学院, 兰州 730050; 2. 兰州理工大学计算机与通信学院, 兰州 730053)

**摘要:** 部分传输序列 (PTS) 方法需遍历所有的可选相位因子, 这样的计算量随分割子序列数按指数增长。本文在对循环移位 PTS 方法 (PTS/CSS) 和次优 PTS 方法 (sub-OPTS) 进行研究的基础上, 提出了一种减少计算复杂度的次优化时域循环移位序列方法 (sub-OPTS/CSS)。该方法用快速傅立叶变换 (FFT) 的时域循环移位特性增加更多备选信号; 且仅对变换后的部分备选信号进行相位优化。同时, 将其与已有的一些方法的备选信号、冗余比特数、运算量进行了分析和比较。理论分析和仿真结果表明, 当使用相同的分割子序列数和相位旋转因子时, sub-OPTS/CSS 方法降低 PAPR 的性能稍次于 PTS/CSS 方法, 但搜索最佳相位时的计算量减少了一半; sub-OPTS/CSS 方法降低 PAPR 的性能要优于 sub-OPTS 方法。

**关键词:** 正交频分复用; 峰均比; 部分传输序列; 循环移位

**中图分类号:** TN929.5 TN914.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2010)05-0766-05

## Sub-Optimum Cyclically Shifted Sequences for PAPR Reduction in OFDM Systems

LI Suo-ping<sup>1</sup> GONG Peng-cheng<sup>2</sup> HOU Shang-lin<sup>1</sup> MA Cheng-ye<sup>1</sup>

(1. School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050; 2. School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050)

**Abstract:** Partial transmit sequence (PTS) method requires the exhaustive search over all combinations of allowed phase factors, and the search complexity increases exponentially with the number of sub-blocks. To solve this problem, on the basis of studying cyclically shifting partial transmit Sequences (PTS/CSS) and Sub-optimum PTS method (sub-OPTS), a sub-optimal cyclically shifted sequence (sub-OPTS/CSS) method is presented. In our scheme, a cyclic shift of the fast Fourier Transform (FFT) in the time domain is employed to improve the PAPR reduction performance. Furthermore, phase factors are optimized only for latter half of candidates, so as to reduce the complexity. The comparison of sub-OPTS/CSS method with some methods is carried out from the number of candidates, the redundancy and the computational coats. The analysis and simulation results show that, in the case of the same number of sub-blocks and phase weighting factors, sub-OPTS/CSS is almost the same as the performance compared with PTS/CSS method while the processing time of iteration is reduced by 50%. Sub-OPTS/CSS achieves better performance than sub-OPTS method.

**Key words:** OFDM; Peak-to-average power ratio (PAPR); Partial transmit sequence (PTS); Cyclic Shift

## 1 引言

正交频分复用 (OFDM) 是无线信道中完成高速率传送的一种非常具有吸引力的技术, 但 OFDM 技术在实际应用中的一个最不利因素是发送信号有很高的峰均比 (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR), 这使得发送

信号通过一个非线性器件 (如功率放大器) 时会产生严重失真。因此, 研究峰均比降低的技术很有意义。目前, 在已提出的限幅法、编码法、选择映射法 (Selected Mapping, SLM) 和部分传送序列法 (Partial Transmit Sequence, PTS) 中<sup>[1,6]</sup>, PTS 是一种效率很高的方法。它通过联合最优的子序列来减小 PAPR, 且没有带来失

收稿日期: 2009年3月10日; 修回日期: 2009年10月16日

基金项目: 教育部“春晖计划”基金 (Z2006-1-62006)、甘肃省自然科学基金 (0809RJZA019)、甘肃省高校研究生导师科研基金 (0703-10) 资助。

真<sup>[2]</sup>。

传统的PTS中,如果要得到最佳的相位加权因子,需要遍历所有的可选相位因子,这样的计算量随分割子序列数按指数增长<sup>[2]</sup>。为此,文献[3]提出了一种改善PAPR降低性能的循环移位PTS方法(PTS/CSS),但如果要想得到最佳的相位因子,该方法也需遍历所有的可选相位因子,增加了更多的运算量。文献[4]提出了以牺牲部分PAPR性能为代价降低复杂度的次优PTS方法(sub-OPTS)。本文在对PTS及上述两种方法的特点进行分析研究基础上,针对其存在计算复杂度高、计算冗余等缺陷,提出了一种减少计算复杂度的次优化时域循环移位序列方法(sub-OPTS/CSS)。该方法利用快速傅立叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)的时域循环移位特性增加更多备选信号,且仅对IFFT和FFT循环移位后的一半备选信号进行相位优化。理论和仿真结果显示,当使用相同的分割子序列数和相位加权因子时,sub-OPTS/CSS方法降低PAPR的性能稍微次于PTS/CSS方法,但计算复杂度减少了一半;sub-OPTS/CSS方法降低PAPR的性能要优于sub-OPTS方法,计算复杂度并没有增加。

## 2 PAPR性能改善的概率类方法

### 2.1 PTS方法

PTS的基本思想是将输入的数据符号分成若干个子序列,然后乘以相位加权系数再合并这些子序列,以降低PAPR<sup>[2]</sup>。PTS的具体过程如下。

1) 输入的数据符号 $X$ 分割成 $V$ 个不重叠的子序列 $\{X^{(\nu)}; \nu = 1, 2, \dots, V\}$ ,每个子块分割的子载波数目可以相同也可以不同。

2) 每个子序列 $\{X^{(\nu)}; \nu = 1, 2, \dots, V\}$ 乘以一个相位加权系数 $\{b^{(\nu)}; \nu = 1, 2, \dots, V\}$ , $b^{(\nu)}$ 也称相位加权因子,而且相位加权因子满足

$$b^{(\nu)} = \exp(j\varphi_w), \varphi_w \in [0, 2\pi] \quad (1)$$

其中 $W$ 为相位因子的个数。

3) 将这 $V$ 个分组可以按如下方式组合起来

$$\tilde{X} = \sum_{\nu=1}^V X^{(\nu)} \cdot b^{(\nu)} \quad (2)$$

4) 对式(2)进行IFFT:  $\tilde{x}_l = \text{IFFT}\{\tilde{X}\}$ ,利用IFFT变换的线性原理,可得

$$\tilde{x}_l = \sum_{\nu=1}^V b^{(\nu)} \cdot x^{(\nu)}, (l = 1, 2, \dots, L) \quad (3)$$

其中 $x^{(\nu)} = \text{IFFT}\{X^{(\nu)}\}$  ( $\nu = 1, 2, \dots, V$ ),  $L$ 为最大的备选信号数。

从上述过程可知,通过适当地选择加权因子 $b^{(\nu)}$ ,就可以使式(3)的峰值信号达到最优化,且使OFDM系统内的PAPR最优的最优加权因子应该满足:

$$\begin{aligned} & \{\tilde{b}^{(1)}, \tilde{b}^{(2)}, \dots, \tilde{b}^{(V)}\} \\ & = \arg \min_{\{\tilde{b}^{(1)}, \tilde{b}^{(2)}, \dots, \tilde{b}^{(V)}\}} \left( \max_{0 \leq n \leq N-1} \left| \sum_{\nu=1}^V \tilde{b}^{(\nu)} \cdot \tilde{x}^{(\nu)} \right|^2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\arg \min(\cdot)$ 表示函数取得最小值时所使用的判决条件。

这样可得到一个最优化的传输序列,一定程度上降低了OFDM系统的峰均比。在PTS方法中,虽然将发送的数据分割更多的子序列数 $V$ 可以增加备选信号,但这需要更多的IFFT变换,即增加了复数乘法。也可以通过增加相位旋转因子的数量 $W$ 增加更多的备选信号,但当 $W > 4$ 时,硬件也需要更多的复数乘法。因此,研究增加备选信号或减少计算复杂度的方法是十分必要的。

### 2.2 循环移位PTS(PTS/CSS)方法

文献[3]提出了一种改善PAPR降低性能的循环移位PTS方法(PTS/CSS)。在PTS/CSS中,通过IFFT和FFT变换后,产生更多的备选信号,提高了PAPR降低的性能。此时,输出变为

$$\tilde{x}_l = \sum_{\nu=1}^V b^{(\nu)} \cdot \tilde{x}^{(\nu)} \quad (5)$$

其中 $\tilde{x}^{(\nu)}$ 是经过循环移位并IFFT变换后的时域信号。

当 $V = 2, W = 4$ 时。在PTS方法中,总共存在4个备选信号;而在PTS/CSS方法中,总共存在16个备选信号。因此,PTS/CSS方法通过循环移位增加备选信号,提高了PAPR降低的性能;但在PTS/CSS方法中,如果要想得到最佳的加权系数,它需要遍历更多的可选相位加权因子,该方法搜索最佳相位加权因子时需要更多的计算量和时间延迟。该部分将在3.2中分析。

### 2.3 次优的部分传输序列(sub-OPTS)方法

在牺牲一定PAPR性能的前提下,也可使运算量明显减少和系统的复杂度大大降低。在文献[5]的基础上,文献[4]提出了一种次优的PTS方法(sub-OPTS),sub-OPTS的具体过程如下。

1) 将频域信号 $X$ 分成 $V$ 个子序列;

2) 偶数的子序列保持不变,奇数的子序列乘以加权系数;

3) 除第一个子序列外,其它的奇数的子序列进行FFT的共轭运算。

这样操作后,虽然减少了计算复杂度,同时增加了备选信号,但是以牺牲 PAPR 降低的性能换取了计算量。且在分割的子序列数  $V$  比较小时,FFT 的共轭特性增加备选信号很少,改善性能的效果并不明显。

因此,PTS/CSS 虽然提高了 PAPR 降低的性能,但搜索最佳相位因子需更多的计算量,即增加了时间延迟。而 sub-OPTS 是以降低峰均比的性能换取了计算复杂度。为了减小 PTS 运算的复杂度及冗余度,同时又能改善峰均比降低的性能。本文通过联合 sub-OPTS 和 FFT 的时域循环移位特性,提出一种在峰均比降低的性能和计算复杂度之间折衷的方法(sub-OPTS/CSS)。

### 3 次优化循环移位序列(sub-OPTS/CSS)的提出及性能分析

#### 3.1 次优化循环移位序列方法(sub-OPTS/CSS)

为了不增加额外的 IFFT 运算,本文将  $V$  和  $W$  固定,然后构造与  $X$  具有相同信息的新信号序列,然后再将新信号序列与独立相位序列相乘,以此来增加有效的备选信号数。

本文的 sub-OPTS/CSS 方法的基本思想:通过 FFT 的时域循环特性增加备选信号,即改善 PAPR 降低的性能;然后只对后一半新序列乘以相位因子来减少复杂度。其具体过程如下。

1) 将输入的频域数据符号分割成  $V$  个不重叠的子序列  $\{X^{(\nu)}; \nu = 1, 2, \dots, V\}$ 。在  $X^{(\nu)}$  中已存在的子载波在其他子块中表示为零。

2) 除第一个子序列只进行 IFFT 外,其余的子序列 ( $\nu = 2, \dots, V$ ) 利用 IFFT 和 FFT 的时域循环移位特性增加备选信号,此时共产生  $(4V - 3)$  个新序列  $\{\tilde{x}\}$ 。

3) 仅对  $(2V - 2)$  个新序列进行相位优化。即新序列  $\{\tilde{x}\}$  的前半部分序列 ( $\nu = 1, 2, \dots, 2V - 2$ ) 保持不变,后半部分序列 ( $\nu = 2V - 1, \dots, 4V - 3$ ) 乘以相位旋转因子  $\{b^{(\nu)}; \nu = 1, 2, \dots, V\}$  进行相位优化。

下面给出步骤 2) 实施的原理:设  $x^{(\nu)} \leftrightarrow X^{(\nu)}$  是一对 FFT 变换对,即

$$x^{(\nu)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^{(\nu)} \exp(j \frac{2\pi nk}{N})$$

频域中的  $X^{(\nu)}$  乘以一个因子  $\exp(-j2\pi km/N)$  后可得时域信号为

$$\begin{aligned} x' &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^{(\nu)} \exp(j \frac{2\pi nk}{N}) \cdot \exp(-j2\pi km/N) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^{(\nu)} \exp(j \frac{2\pi(n-m)k}{N}) \end{aligned}$$

由此可见,频域中的  $X^{(\nu)}$  乘以  $\exp(-j2\pi km/N)$  (其中  $m = 0, N/4, N/2, 3N/4; k = 0, 1, \dots, N-1$ ) 相当于时域循环移位,即子序列  $\{X^{(\nu)} (\nu = 2, \dots, V)\}$  乘以因子  $\exp(-j2\pi km/N)$  ( $m = 0, N/4, N/2, 3N/4$ ) 后产生 4 种不同变换的子序列:  $\{X^{(\nu)}\}$ ,  $\{j^k X^{(\nu)}\}$ ,  $\{(-1)^k X^{(\nu)}\}$  和  $\{(-j)^k X^{(\nu)}\}$  ( $k = 0, \dots, N-1$ )。

因此,步骤 2) 的过程是将子序列  $\{X^{(\nu)} (\nu = 2, \dots, V)\}$  乘以因子  $\exp(-j2\pi km/N)$  (其中  $m = 0, N/4, N/2, 3N/4; k = 0, \dots, N-1$ ) 增加了备选信号。再利用 FFT 的时域循环移位特性得到时域的新序列  $\tilde{x}$ 。这样,通过构造与  $X$  具有相同信息的新信号序列可以增加备选信号,但没有增加 IFFT 运算。

#### 3.2 sub-OPTS/CSS 与几种方法的性能、运算量比较

##### 3.2.1 冗余信息比较

对于 PTS、sub-OPTS、PTS/CSS 和 sub-OPTS/CSS 这四种无失真降低 PAPR 的方法而言,接收端都需要精确地了解发送端所采用的辅助信息,因此都需要传输一定的冗余比特。在提出的 sub-OPTS/CSS 中,如果存在  $W$  种相位因子供备选信号选择,且将数据分成  $V$  个子序列,则经过 IFFT 和 FFT 循环移位后,总共产生  $(4V - 3)$  个新序列  $\{\tilde{x}\}$ 。再对  $(2V - 2)$  个新序列进行相位优化,就可得到  $W^{2V-2}/2$  种备选信号,因此冗余比特数量为  $R_{op} = (2V - 2) \log_2 W - 1$ 。同样,其它的几种方法产生的备选信号数和需要传输的冗余比特数如表 1 所示。

表 1 各种方法的备选信号比较

各种方法	备选信号数	冗余比特数
PTS	$W^{V-1}$	$(V - 1) \log_2 W$
sub-OPTS	$W^{(V+1)/2}$ ( $V$ 为奇数) $W^{V/2}$ ( $V$ 为偶数)	$\frac{(V+1)}{2} \log_2 W$ ( $V$ 为奇数) $\frac{V}{2} \log_2 W$ ( $V$ 为偶数)
PTS/CSS	$W^{2V-2}$	$(2V - 2) \log_2 W$
sub-OPTS/CSS	$W^{2V-2}/2$	$(2V - 2) \log_2 W - 1$

例如,当分割的子序列数  $V = 3$ , 相位加权因子为  $\{\pm j\}$ ,  $W = 2$  时。在相同的条件下,sub-OPTS/CSS 比 PTS 和 sub-OPTS 增加了 2 倍的备选信号,但冗余比特仅仅增加了 1bit。相比 PTS/CSS 方法得到的备选信号要少,即减少了时延,同时又减少了冗余比特。

##### 3.2.2 运算量比较

在考虑各种方法的运算量比较时,我们仅考虑在发射端生成待发送的时域信号序列时所需要的运算。

在 PTS 方法中,生成发送时域信号  $\tilde{x}_l$  时所需的运

算量主要包括  $V$  次 IFFT 运算、(3) 式所需要的加权求和运算及(4)式优化时所需的运算。则 PTS 方法所需的复数乘法运算次数  $C_M$  和复数加法运算次数  $C_A$  为:

$$C_M = VN\left(\frac{1}{2}\log_2 N + W^{V-1}\right) \quad (6a)$$

$$C_A = N(V\log_2 N + (V-1)W^{V-1}) \quad (6b)$$

文献[4]已经给出了 sub-OPTS 的运算量,在这不再讨论。

PTS/CSS 方法需要搜索  $W^{2V-2}$  次才能得到最佳的相位序列,这样计算量随子序列数的增加呈指数增长,所以 PTS/CSS 方法总的运算量为:

$$C_M = VN\left(\frac{1}{2}\log_2 N + W^{2V-2}\right) \quad (7a)$$

$$C_A = N(V\log_2 N + (V-1)W^{2V-2}) \quad (7b)$$

在 sub-OPTS/CSS 方法中,相比 PTS/CSS,所选的 IFFT 运算是一样的,sub-OPTS/CSS 方法得到的备选信号减少一半。于是,sub-OPTS/CSS 方法总的运算量为:

$$C_M = VN\left(\frac{1}{2}\log_2 N + \frac{1}{2}W^{2V-2}\right) \quad (8a)$$

$$C_A = N(V\log_2 N + \frac{1}{2}(V-1)W^{2V-2}) \quad (8b)$$

因此,  $V$  和  $W$  一定时,上面提到的各种方法所需的 IFFT 运算是一样的,仅考虑后面的(3)式所需要的加权求和运算及(4)式优化时所需的运算,即生成备选信号时所需的运算。相比 PTS/CSS,sub-OPTS/CSS 方法得到的备选信号减少一半,即搜索最佳相位时的计算复杂度减少了一半。

## 4 仿真分析和讨论

以下用 Matlab 对各种方法进行计算机仿真分析。仿真中,OFDM 系统的调制方式为 QPSK,采用随机子序列分割法,仿真次数为 10000 次。使用互补累计分布函数(CCDF)描述 OFDM 系统中 PAPR 降低的性能,定义:  $CCDF = \Pr(\text{PAPR} > \text{PAPR}_0)$ 。

首先,仿真了在相同的子载波数  $N = 128$ ,  $V = 3$ , 相位加权系数为  $\{\pm j\}$ , 即  $W = 2$  的情况下,OFDM 信号中使用几种方法降低 PAPR 的 CCDF 曲线(如图 1 所示)。图中各种方法对应的仿真曲线分别是,PTS/CSS: 曲线 1;sub-OPTS/CSS: 曲线 2;PTS: 曲线 3;sub-OPTS: 曲线 4;normal OFDM: 曲线 5。仿真结果显示,sub-OPTS/CSS 方法降低 PAPR 的性能稍微次于 PTS/CSS

方法,但是降低 PAPR 的性能优于 sub-OPTS 方法,这意味着 sub-PTS/CSS 方法优于 PTS 方法。例如,在  $CCDF = 0.1\%$  时,没有使用 PTS 的常规 OFDM 信号的 PAPR 为 10.2dB 左右,而 PTS/CSS,sub-OPTS/CSS,PTS,sub-OPTS 的性能分别为 7.9dB,8.2dB,9dB 和 9.1dB。在  $CCDF = 0.1\%$  时,sub-OPTS/CSS 方法要次于 PTS/CSS 方法 0.3dB,而优于 sub-OPTS 方法 0.9dB。但是 sub-OPTS 方法与 PTS 很接近。其主要原因是:相对于 PTS/CSS 方法,sub-OPTS/CSS 方法有较低的计算复杂度,尤其在分割的子序列数比较多时,效果更明显。相对于 sub-OPTS 方法,sub-OPTS/CSS 方法增加了更多的备选信号。

其次,仿真了在相同的备选信号,即在相同的  $V = 2$  和不同的  $W$  下,OFDM 信号中使用各种方法降低 PAPR 的 CCDF 曲线(如图 2 所示)。图中各种方法对应的曲线分别是,PTS( $W = 16$ ):曲线 1;PTS/CSS( $W = 4$ ):曲线 2;sub-OPTS/CSS( $W = 4$ ):曲线 3;sub-OPTS( $W = 16$ ):曲线 4;normal OFDM:曲线 5。仿真结果显示,PTS/CSS 方法降低 PAPR 的性能差于 PTS,但是复杂度减少;同样,sub-OPTS/CSS 方法降低 PAPR 的性能很接近 PTS/CSS 方法,但 sub-OPTS/CSS 方法计算复杂度要小,并且传输的冗余比特减少;

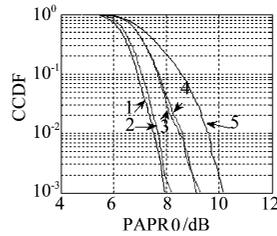


图1 在相同  $V$  和  $W$  时几种方法的 CCDF

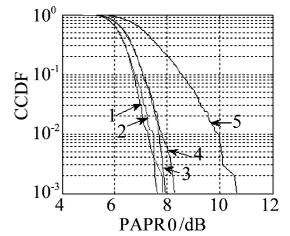


图2 在不同  $W$  时几种方法的 CCDF

再者,考虑相同子载波、 $V$  不同值本文方法性能比较。选取  $N = 1024$ , 分别对  $V = 3, 4, 5, 6$  进行仿真比较,如图 3 所示。由图可知,随着  $V$  的增加,性能会逐渐得到改善,但随着  $V$  的继续增大,性能的改善逐渐变小。

最后,考虑误码率 BER 性能比较。在高斯信道(AWGN)及相同的条件时,假设 IFFT 长度为 1024,子载波数  $N = 256$ ,位数/符号为 2,符号数/载波为 50,保护间隔为 64,调制方式采用 QPSK,多普勒频移为 100。图 4 给出了 sub-OPTS/CSS 与 sub-OPTS、PTS/CSS 的 BER 曲线图。可见,sub-OPTS/CSS 的 BER 性能介于 sub-OPTS 与 PTS/CSS 之间。

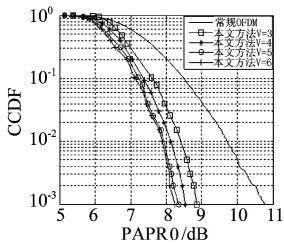


图3 载波数相同、 $V$ 取不同值时本文方法性能

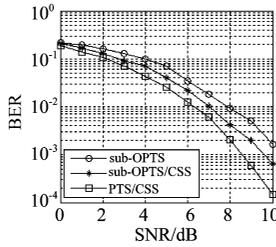


图4 BER曲线对比

## 5 结束语

传统的PTS法能够有效地降低PAPR,但是以高的复杂度为代价。本文在研究增加备选信号以改善PAPR性能的基础上,提出了一种改进的方法。该方法通过FFT的时域循环移位特性有效的增加了备选信号的数量,仅对一部分新的序列乘以相位因子有效降低了计算复杂度。在比较分析了性能之后,并做了仿真,结果显示:当使用相同的分割子序列数和相位旋转因子时,sub-OPTS/CSS方法降低PAPR的性能稍微次于PTS/CSS方法,但降低了计算复杂度和冗余信息;sub-OPTS/CSS方法降低PAPR的性能要优于sub-OPTS方法,计算复杂度并没有增加。因此,本文提出的方法在不增加复杂度的基础上,比传统的PTS获得更好地PAPR降低的性能,即新方法能够较小的运算量,获得好的峰均比降低性能。

## 参考文献

- [1] Tao Jiang, Yiyang Wu. An Overview: Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals [J]. IEEE Trans. on Broadcasting, 2008, 45(2): 257-267.
- [2] S. H. Muller, J. B. Huber. OFDM with reduced peak to

average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences [J]. Electronics Letters, 1997, 33(5): 368-369.

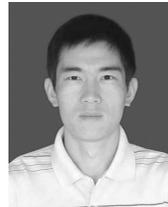
- [3] G. R. Hill, M. Faulkner, J. Singh. Reducing the peak-to-average power ratio in OFDM by cyclically shifting partial transmit sequences [J]. Electronics Letters, 2000, 36(6): 560-561.
- [4] L. Wang, Y. Cao. Sub-optimum PTS for PAPR reduction of OFDM signals [J]. Electron. Lett., 2008, 44(15): 560-561.
- [5] A. D. S. Jayalath, C. Tellambura, H. Wu. Reduced complexity PTS and new phase sequences for SLM to reduce PAP of an OFDM signal [J]. Vehicular Technology Conf. Proc., 2000, 3: 1914-1917.
- [6] 黎锁平,蔡志鹏,何继爱. 降低OFDM系统峰均比的选择性映射算法研究[J]. 信号处理, 2008, 24(4): 640-643.

## 作者简介



黎锁平(1965-):男,汉,博士,教授。2004.12月北京交通大学信号与信息处理专业博士毕业,2007.5-2008.5苏黎士瑞士联邦理工大学国家公派访问学者。研究方向为随机控制与应用随机过程,网络信息理论与无线通信协议性能分析。

E-mail: spingl@yeah.net



巩朋成(1982-):男,汉,通信与信息专业硕士研究生。研究方向为无线通信理论与技术。

E-mail: gpcheng03@163.com