文章编号:1001-506X(2011)12-2613-05

# 基于 AccelDSP 的 MM-MUSIC 算法实现及其 在多波束测深声纳中的应用

周 天<sup>1,2</sup>,杨 程<sup>3</sup>,李海森<sup>2</sup>,姚永红<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工程大学水下智能机器人技术国防科技重点实验室,黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工程大学水声技术重点实验室,黑龙江 哈尔滨 150001;

3. 中国人民解放军 92373 部队, 辽宁 大连 116500)

摘 要: 常规的多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法计算量庞大,难以应用于多波束测 深声纳(multi-beam bathymetry sonar, MBBS),而现有的波束域 MUSIC 算法仍需要进行协方差矩阵估计和特征 值分解而造成系统规模复杂。将基于多级维纳滤波器(multiple stage Wiener filter, MSWF)的快速子空间估计与 多子阵波束域 MUSIC (multiple subarray beamspace MUSIC, MSB-RMU)算法相结合提出 MM-MUSIC 算法。 和 MSB-RMU 算法相比,该算法用较小的性能损失换来大大降低的计算量和高度的可并行性,基于 Xilinx AccelDSP 综合工具的快速子空间估计的实现和实验数据的处理证明了该算法的有效性与实用性。

关键词:多子阵波束域;多重信号分类;多级维纳滤波器;AccelDSP 中图分类号:TN 911.7 文献标志码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-506X.2011.12.09

# Realization of MM-MUSIC algorithm with AccelDSP and its application in multi-beam bathymetry sonar

ZHOU Tian<sup>1,2</sup>, YANG Cheng<sup>3</sup>, LI Hai-sen<sup>2</sup>, YAO Yong-hong<sup>2</sup>

(1. National Defence Key Laboratory of Autonomous Underwater Vehicle Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Science and Technology on Underwater Acoustic Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 3. Unit 92373 of PLA, Dalian 116500, China)

**Abstract**: Conventional MUSIC algorithm is hard to be applied in MBBS for its great computational load, and most of the beamspace MUSIC algorithms need the estimation of the covariance matrix and eigenvalue decomposition, which leads to complex signal processing platform. To solve this problem, a MM-MUSIC algorithm is proposed on the combination of the fast subspace estimation based on MSWF and a MSB-MUSIC algorithm. Compared with MSB-MU-SIC algorithm, the proposed MM-MUSIC algorithm has much fewer computational load and higher parallelism at a cost of a little loss of performance. The realization of fast subspace estimation with AccelDSP and the processing results of experiment data prove the efficiency and practicality of the MM-MUSIC algorithm.

Keywords: multiple subarray beamspace; MUSIC; multiple stage Wiener filter; AccelDSP

# 0 引 言

20世纪70年代以来,能够突破瑞利限的高分辨空间 谱估计技术取得了长足的发展,多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法<sup>[1]</sup>的提出是一个重要标 志。然而时至今日,几乎没有 MUSIC 算法在实际的多波束 测深声纳系统中成功应用的相关文献,现有多波束测深声 纳大多还是基于常规波束形成(conventional beamforming, CBF)。一个原因是 MUSIC 算法对信噪比和快拍数等应用 环境有苛刻的要求,而水声信道具有复杂的特性,这使得 MUSIC 算法的估计性能下降;另一个重要原因是多波束测 深声纳(multi-beam bathymetry sonar, MBBS)系统的阵元 数通常多达几十甚至上百个,这使得需要进行子空间分解 的 MUSIC 算法的计算量异常庞大而无法应用在需要进行 实时处理的 MBBS系统中。为此,研究者主要进行了如下 多方面的研究。

一方面,将空间阵元通过变换合成一个或几个波束,发展形成了基于波束空间的 MUSIC 算法<sup>[2]</sup>。波束转换方法

**收稿日期:**2010-12-24; 修回日期:2011-07-02。

基金项目:国家自然科学基金(41006057,41076056,60872107);水下智能机器人技术国防科技重点实验室开放课题研究基金资助课题 作者简介:周天(1980-),男,副教授,博士,主要研究方向为水下目标探测与识别。E-mail:zt198055@hotmail.com

多种多样,但文献[3]提出的方法目前应用最为广泛,因为 其波束转换矩阵 T 为埃尔米特矩阵,当 T=I 时,就是阵元 空间的 MUSIC 算法。文献[4] 基于多子阵思想, 提出了多 子阵波束域 MUSIC 算法,该算法的原理是将多个子阵的同 号波束组成新的数据接收矩阵。如果将 M 个阵元合成为 B个波束(B<M),基于波束空间的 MUSIC 算法特征分解 的计算量将由 O(M<sup>3</sup>)降为 O(B<sup>3</sup>),大大降低了系统复杂度。 但是基于波束空间的 MUSIC 算法仍需要进行协方差矩阵 估计和特征值分解,由此导致对系统处理能力的要求仍然 很高[5]。另一方面,Witzgall等人将多级维纳滤波器(multi stage wiener filter, MSWF)<sup>[6]</sup>应用于空间谱估计,提出了 降阶相关核估计技术<sup>[7-9]</sup>和降阶相关核 MUSIC<sup>[10]</sup> 算法,避 免了对协方差矩阵的特征值分解,但这两种方法仍具有很 高的计算复杂度。在此基础上,文献[11-12]提出了快速 子空间估计方法,仅仅需要 MSWF 的 P(P 是信源数)步前 向递推就可以实现信号子空间的估计,但这种方法要求信 源数已知或者估计出信源数。

本文将快速子空间估计引入到 MSB-MUSIC 算法, 提出一种 MSWF 和 MSB-MUSIC 相结合的算法,取两种 算法的首字母,本文称之为 MM-MUSIC 算法。MM-MUSIC 算法既继承了 MSB-MUSIC 算法的诸多优点,比 如降低了算法对信噪比和快拍数的要求,也继承了快速 子空间估计计算量小的特点,而且可并行性高。基于 Xilinx AccelDSP 综合工具的快速子空间估计的实现和实 验数据的处理表明 MM-MUSIC 应用于 MBBS 具有很强 的工程实用性。

# 1 信号模型与基本 MUSIC 算法

设阵元数为 M 的等间距线阵,各阵元有相同的指向性,有 P 个窄带远场信号,则单快拍数据矢量可以表示为

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{g}(n) \tag{1}$$

式中, $\mathbf{x}(n)$ 为阵列的  $M \times 1$ 维数据矢量; $\mathbf{A}$  为  $M \times P$  维流型 矩阵; $\mathbf{s}(n)$ 为空间信号的  $P \times 1$  维矢量; $\mathbf{g}(n)$ 为  $M \times 1$  维噪 声数据矢量。

基于上述的信号模型,基本 MUSIC 算法的计算过程如下:

(1)利用实际样本估计数据矢量 x(n)的协方差矩阵:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}} = \mathrm{E}\{\boldsymbol{x}(n)\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(n)\}$$
(2)

式中, $\mathbf{x}^{H}(n)$ 为  $\mathbf{x}(n)$ 的共轭转秩。实际应用中,常取  $\mathbf{R}_{x} = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^{H}(n)/K,K$ 为快拍数;

(2)对 **R**<sub>x</sub> 进行特征值分解,得到其特征值 λ<sub>1</sub>, λ<sub>2</sub>, ..., λ<sub>M</sub>
 及其对应的特征向量 *e*<sub>1</sub>, *e*<sub>2</sub>, ..., *e*<sub>M</sub>;

(3) 根据先验的或者估计出的信号源数 *P*,确定信号子 空间 *S*= span  $\{e_1, e_2, \dots, e_p\}$ 和噪声子空间 *G*= span  $\{e_{p+1}, e_{p+2}, \dots, e_M\}$ ;

(4)构造空间谱函数并进行谱峰搜索,峰值对应的角 度即为所求的波达方向。

# 2 MM-MUSIC 算法与性能分析

### 2.1 快速子空间估计原理

采用 D 级相关相减结构的<sup>[13]</sup> MSWF 算法前向递推步骤如下:

步骤1 对 $X_0$ 和 $d_0$ 进行初始化;

**步骤2** 第*i*(*i*=1,2,...,D)级前向递推中各变量按式(3)~式(6)计算

$$\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x}_{i}\boldsymbol{d}_{i}} = \mathbf{E}[\boldsymbol{x}_{i-1}(k)\boldsymbol{d}_{i-1}^{\mathrm{H}}(k)]$$
(3)

$$\boldsymbol{h}_{i} = \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{d}_{i}} / \sqrt{\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{d}_{i}}^{\mathrm{H}} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{d}_{i}}} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{d}_{i}(k) = \boldsymbol{h}_{i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{X}_{i-1}(k)$$
(5)

$$\boldsymbol{X}_{i}(k) = \boldsymbol{X}_{i-1}(k) - \boldsymbol{h}_{i}\boldsymbol{d}_{i}(k)$$
(6)

文献[11]证明:多级维纳滤波器的前 D(D < P)个预滤 波器(匹配滤波器)可以张成 A 的 D 维子空间。如果D = P, 则前 P 个匹配滤波器张成一个完备的信号子空间,即 span{ $h_1, h_2, \dots, h_P$ }就是完备的信号子空间。

#### 2.2 MM-MUSIC 算法原理

首先考虑插零位置对 DFT 的影响。一般地, 对 M 点 数据 x 做 N 点 DFT (M < N), 是在数据后补上 N - M 个 零, 补零后的数据记为 x', 则 x'的 DFT 值为

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{x}'(n) W_N^{nk} = \sum_{n=0}^{M-1} \mathbf{x}'(n) W_N^{nk} + \sum_{n=M}^{N-1} \mathbf{x}'(n) W_N^{nk} + \sum_{n=M}^{N-1} \mathbf{x}'(n) W_N^{nk}$$
(7)

式中, $k=0,1,\cdots,N-1$ ; $W_N = e^{-j\frac{k\pi}{N}}$ 。

若在数据 x前面补 i 个零,后面补N-M-i 个零,记为  $x'_i$ ,其 DFT 值为

$$X_{i}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{x}_{i}'(n) W_{N}^{nk} =$$

$$\sum_{i=0}^{i-1} \mathbf{x}_{i}'(n) W_{N}^{nk} + \sum_{n=i}^{i+M-1} \mathbf{x}_{i}'(n) W_{N}^{nk} + \sum_{n=i+M}^{N-1} \mathbf{x}_{i}'(n) W_{N}^{nk} =$$

$$\sum_{n=i}^{i+M-1} \mathbf{x}_{i}'(n) W_{N}^{nk} = \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{x}(m) W_{N}^{(m+i)k} = X(k) W_{N}^{ik} \quad (8)$$

可见,改变插零位置只是改变了 DFT 值的相位。

多子阵的划分是将 M 元线阵分为L 个子阵,每个子阵 是 M-L+1 元线阵,且满足 M-L+1≥L≥1,相邻子阵间 隔 1 个基元,基阵结构如图 1 所示。



根据上述划分,令(M - L + 1)×1 维的列向量  $v = [1 1 \cdots 1]^{T}$ ,令 $M \times M$ 维矩阵

$$\mathbf{V}_{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \mathbf{v} & & \vdots \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$
(9)

式中, $i=1,2,\dots,L;0$ 为(i-1)×(i-1)维零矩阵。

令 $Z_i = V_i X$ ,其中X为 $M \times K$ 维数据矩阵,K为快拍数,明显地 $Z_i$ 就是各个子阵的输出,但是在第i个子阵的每个快拍数据前插入了i-1个零。对 $Z_i$ 进行 $N(N \ge M)$ 点

DFT,得  $N \times K$  维矩阵  $F_i = DFT(Z_i)$ ,则  $F_i$  的每一行对应 一个波束方向。由于各子阵插零个数不同,由式(8),以第 1个子阵为参考,对第 i 个子阵的第 l ( $l = 1, 2, \dots, N$ )个 波束进行相位补偿,补偿后得

$$D_{i}(l) = F_{i}(l)W_{N}^{-(i-1)l}$$
(10)

从每个子阵的 N 个波束中挑选出较大的 P 个波束,并 将 L 个子阵的同号波束组成一个新的矩阵

$$\boldsymbol{Y}_{j} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{1}(j) \ \boldsymbol{D}_{2}(j) \ \cdots \ \boldsymbol{D}_{L}(j) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(11)

式中, $j = 1, 2, \dots, P$ ,此矩阵即为波束变换后的数据矩阵。则 $Y_j$ 的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{j} = \boldsymbol{Y}_{j} \boldsymbol{Y}_{j}^{\mathrm{H}} / K \tag{12}$$

对于 MSB-MUSIC 算法,对 P 个波束的协方差矩阵进 行算术平均得

$$\boldsymbol{R} = \sum_{j=1}^{P} \boldsymbol{R}_{j} / P \tag{13}$$

再利用常规 MUSIC 算法就可得到。

对于 MM-MUSIC 算法,把 Y, 作为数据矩阵,把Y, 各 行的算术平均作为参考信号,在选取的 P 个波束内分别进 行快速子空间估计,并在各个波束对应角度区域进行谱峰 搜索,得到各波束内的波达方向。图 2 表明了两种算法之 间的区别。



图 2 MSB-MUSIC 算法和 MM-MUSIC 算法的区别

从图 2 两种算法的计算步骤上可以发现,MM-MUSIC 算法是将 MSB-MUSIC 算法中协方差矩阵估计和特征值分 解替换为各个波束内的快速子空间估计,类似于将一个大 的计算模块替换为几个可以同时计算的小模块,因此相比 MSB-MUSIC 算法,MM-MUSIC 算法的可并行性得到了很 大的提高。另外,这一替换将大大降低算法的计算量,这一 点将在下文的分析中得到印证。

#### 2.3 MM-MUSIC 算法仿真与性能分析

仿真:均匀线阵,阵元间距为半倍波长,阵元数 32,子 阵个数为 8,每个子阵的阵元数为 25,每个子阵做 128 点 FFT 常规波束形成,各通道高斯白噪声相互独立,采用等 正弦值进行谱峰搜索,步长为  $\sin\Delta=0.001$ ,MM-MUSIC 算 法采用二级分解,进行 100 次蒙特卡洛实验。在图 3 中,三 个等强度信号入射方向分别为 $-5^{\circ}$ 、 $5^{\circ}$ 和 10°,图 3(a)中仿 真了三个信号相干,图 3(b)和图 3(c)中仿真了三个信号相 互独立,图 3(a)和图 3(b)中信噪比为 10 dB,快拍数为 256, 图 3(c)中信噪比为-5 dB,快拍数为 8。在图 4 中,单信号 入射方向以 2°间隔从 2°旋转到 60°,信噪比从-10 dB 变化 到 25 dB,快拍数为 8。

从图 3 可以看出, MM-MUSIC 算法不具备解相干能 力,这实际上从图 2 上就可以看出, MSB-MUSIC 算法具备 解相干能力是因为 MSB-MUSIC 算法的协方差矩阵是各个 波束协方差矩阵的算术平均,这实际上是一种解相干处理, 而 MM-MUSIC 算法用各个波束内的快速子空间分解代替 了 MSB-MUSIC 算法的特征值分解,因此对于相干信号, MM-MUSIC 算法仍需要空间平滑等技术进行解相干。

从图 3 中还可以发现,在小快拍数和低信噪比条件下, 相比 MSB-MUSIC 算法,MM-MUSIC 算法有着更小的波束 宽度。这是因为 MSB-MUSIC 算法需要对数据协方差矩阵 进行估计,而协方差矩阵只有在快拍数足够大的情况下才 能得到有效的估计,在小样本或者快时变的信号环境中,协 方差矩阵的估计误差是很大的。而 MM-MUSIC 算法用快 速子空间分解代替了协方差矩阵的估计和特征值分解,因 此更适宜于多波束测深系统这种小样本支撑和波达方向快 时变的应用环境中。



#### 图 3 解相干性能分析

从图 4 可以看出,总体上 MSB-MUSIC 算法的均方根 误差略差于阵元域 MUSIC 算法,MM-MUSIC 算法又略差 于 MSB-MUSIC 算法,这是因为 MSB-MUSIC 算法采用的 多子阵结构类似于空间平滑,实际上是降维处理,导致阵列 孔径有所损失,而仿真中 MM-MSUIC 算法采用二级分解,

而实际信号源数为1个,造成信号子空间里渗透了噪声。



图 4 三种算法的均方根误差

下面比较 MSB-MUSIC 和 MM-MUSIC 算法的计算 量。假设子阵个数为 L,快拍数为 K,对 P 个波束对应的角 度区域进行谱峰搜索,MM-MUSIC 算法进行 D 级分解,则 除去计算量相同的常规波束形成和谱峰搜索,MSB-MU-SIC、MM-MUSIC 的计算量如表 1 所示。取子阵个数L=8, 快拍数  $K=8^{[5]}$ ,在 MBBS 中,每次挑取幅值最大的 3 个波 束,即取 P=3,另取 D=2,则 MM-MUSIC 算法的计算量约 为 MSB-MUSIC 算法的 56%。

算 法	步骤	计算量	计算次数	总计算量
MSB-	协方差矩阵估计	$O(L^2K)$	Р	$O(L^3$
MUSIC	特征值分解	$O(L^3)$	1	$+L^2 PK$ )
MM- MUSIC	式(3)	O(LK)	PD	0(01255
	式(4)	$O(L^2)$	PD	$O(2L^2DP)$
	式(5)	O(LK)	P(D-1)	$\pm 2LFDK^{-}$
	式(6)	$O(L^2)$	P(D-1)	

表 1 两种算法的计算量

综合以上分析,和MSB-MUSIC算法相比,MM-MUSIC 算法用较小的性能损失换来的却是大大降低的计算量和高 度的可并行性。

#### 2.4 基于 AccelDSP 综合工具的快速子空间估计的实现

AccelDSP 综合工具<sup>[14]</sup>是基于 MATLAB 语言的工具,用 于设计 Xilinx FPGA 的 DSP 块。该工具可自动地进行浮点 到定点转换,生成可综合的 VHDL 或 Verilog 代码,并创建用 于验证的测试平台,相比其他算法实现方法该工具最大的优 势在于可缩短设计周期并缩减设计成本。为了验证上述理 论分析,本文基于 AccelDSP 综合工具对二级快速子空间估 计进行了实现。

AccelWare 是 AccelDSP 综合工具提供的参考 IP 设 计,包含了大量可配置函数,奇异值分解(singular value decomposition, SVD) 是 其 中 之 一。在 Xilinx Virtex4 XC4VSX55 平台下,当输入为 16×16 实对称阵、数据位宽 为 16 bit 时,使用 6 000 个 Slices,完成一次 SVD 计算需要 2 ms<sup>[15]</sup>。而按照文献[5]的系统设计,完成一次 MSB-MU-SIC 算法计算要求的时间就必须小于 2 ms,因此如果在 Xilinx Virtex4 XC4VSX55 平台下使用 SVD 则远不能达到 系统速度要求。按照文献[16]的方法,输入为 8×8 复数矩阵的计算量等同于 16×16 实矩阵。同样在 Xilinx Virtex4 XC4VSX55 平台下,本文对二级快速子空间估计进行了验证实现,图 5 是二级快速子空间分解经综合后的资源使用和时钟频率情况。由图 5 可知,当输入为 8×8 复数矩阵、数据位宽为 19 bit 时,使用了约 15 000 个 Slices,若取时钟频率为 25 MHz,则完成一次二级快速子空间估计只需要 20  $\mu$ s。可见,虽然使用了更多了逻辑资源,完成一次 MM-MUSIC 算法也需要多次快速子空间估计,但相对 MSB-MSUIC 算法,MM-MUSIC 算法的速度优势显而易见,这也验证了前面的理论分析。

Informati	Count	Percentag	e Use		
Slices		15654 of 24576	63%		
Slice Flip-Flops added for I	20				
Slice Flip Flops		19361 of 49152	39%		
4 input LUTs		18684 of 49152	38%		
bonded IOBs		3045 of 640	475% (	")	
GCLKs		1 of 32	3%	3%	
DSP48s		69 of 512	13%		
Performance Informati	on				
Clock Name	Requested Frequency	Estimated Frequency	Estimated Period	Max Throughput	Input Sampling
Clock	20.0 MHz	26.3 MHz	38.0090 ns	395	66.606 KSPS
Timing Path Informatic	n				
Clock Name	Path Name		Estimated Frequency	Estimated Period	
Clock	Input to Register		106.3 MHz	9.4100 ns	
Clock	Register to Register (worst case)		26.3 MHz	38.0090 ns	

图 5 综合后资源使用和时钟频率情况

# 3 实验数据处理

快速子空间估计要求信源数已知或者估计出信源数, 但在实际的工程应用中,信源数往往是未知的,而且信源数 估计本身也是一个非常复杂的问题。但是将 MM-MUSIC 算法应用于 MBBS 时,一般认为每个波束内的海底回波信 号不超过两个,这样只需要多级维纳滤波器的前两级分解。 图 3 的仿真已经表明这种简化是合理的,下面实验数据的 处理结果也将证明这一点。

哈尔滨工程大学于 2009 年采用自研的高分辨多波束 测深声纳对松花湖底地形进行大面积扫测。声纳工作频率 为 300 kHz,声学基阵采用水平放置的"T"型组合,发射阵 为多元弧阵,接收阵为由 80 个阵元组成的均匀线阵,阵元 间距为半波长,水深约为 25 m。文中选取了某 ping 回波数 据进行分析处理,结果如图 6 所示。



图 6 实验数据处理结果

从图 6(a)可以看出,在外侧区域,众多样本时刻 CBF 得到的波达方向相同,难以体现波达方向的变化,主要是因 为 CBF 的波达方向估计性能取决于波束输出的幅度特性, 对于外侧波束方向的回波,接收阵有效孔径减小导致波束 变宽,方位估计精度下降;图 6(b)中 MSB-MUSIC 算法在 内、外侧都能够得到高精度的方位估计,这是因为在回波信 噪比得到保证的条件下,实际声场环境及信号特征与 MSB-MUSIC 算法模型符合较好;图 6(c)中的 MM-MUSIC 算法 获得了与 MSB-MUSIC 算法几乎一致的估计结果,可见 MM-MUSIC 算法具有 MSB-MUSIC 算法的性能优势,但其 同时具有快速子空间估计的小运算量优势,因而具有更强 的工程实用性。

# 4 结 论

估计性能和系统复杂程度往往是一对矛盾体,如何平衡两者是工程应用领域常见问题。类似于用基于波束空间的 MUSIC 算法代替 阵元域 MUSIC,本文提出的 MM-MUSIC算法也是用较小性能损失换取大大降低的计算量和大大提高的可并行性,基于 AccelDSP 综合工具的快速子空间估计的实现和实验数据的处理结果证明这种交换

是可行的,既满足了估计性能要求,又大大降低了系统的复杂度,有望工程应用于多波束测深声纳。

# 参考文献:

- Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans. on Antennas Propagat, 1986, 34 (3):276-280.
- [2] Vasylyshyn V I. Antenna array signal processing with high-resolution by modified beamspace music algorithm. antenna theory and techniques[C] // Proc. of the 6th International Conference on Digital Object Identifier,2007:455-457
- [3] Zoltowski M D, Kautz G M, Silverstein S D. Beamspace root-MUSIC[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(1): 344-364.
- [4] Zhou T, Li H S, Li Z S, et al. Multibeam bathymetry system using MSB-MUSIC algorithm [C] // Proc. of the 9th Western Pacific Acoustics Conference, 2006.
- [5] 李海森,陈宝伟,么彬,等. 多子阵高分辨海底地形探测算法及其 FPGA和DSP阵列实现[J]. 仪器仪表学报,2010,31(2):281-286. (Li H S, Chen B W, Yao B, et al. Implementation of high resolution sea bottom terrain detection method based on FPGA and DSP array[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010,31(2):281-286.)
- [6] Goldstein J S, Irving S R, Louis L S. A multistage representation of the wiener filter based on orthogonal projections[J]. *IEEE Trans*. on Information Theory, 1998, 44(7): 2943 – 2959.
- [7] Witzgall H E, Tarr A, Goldstein J S. ROCKET: a reduced correlation kernel estimation technique[C] // Proc. of the Conference Record of the 34th Asilomar on Signals, System and Computers, 2000:406 - 410.
- [8] Witzgall H E, Goldstein J S. Detection performance of the reduced-rank linear predictor ROCKET[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2002, 51(7): 1731-1738.
- [9] Witzgall H E, Ogle W C, Goldstein J S. Frequency estimation accuracy of ROCKET [J]. Radar Conference, Proceedings of the IEEE Digital Object Identi fier, 2002:14 - 17.
- [10] Witzgall H E, Goldstein J S. A non-unitary extension to spectral estimation[C]// Proc. of the Ninth IEEE Digital Signal Processing Workshop, USA, 2000.
- [11] Huang L, Wu S, Feng D, et al. Low complexity method for signal subspace fitting [J]. *Electronics letters*, 2004, 40 (14):847-848.
- [12] Wang J, Zhao Y J, Wang Z G. Low complexity subspace fitting method for wideband signal location. wireless and optical communications networks[C] // Proc. of the WOCN 5th IFIP International Conference on Digital Object Identifier, 2008:1-4.
- [13] Ricks D C, Goldstein J S. Efficient architectures for implementing adaptive algorithms[C] // Proc. of the Antenna Applications Symposium, 2000:29 - 41.
- [14] Xilinx Inc. Acceldsp synthesis tool user guide[EB/OL]. [2009-04-10]. www. xilinx. com
- [15] Xilinx Inc. Accelware reference designs user guide[EB/OL]. [2009 04 10]. www.xilinx. com
- [16] 李小波,薛王伟,孙志勇. 一种求解复 Hermite 矩阵特征值的方法[J].数据采集与处理,2005,20(4):403 406. (Li X B, Xue W W, Sun Z Y. High quality method for solving eigenvalues of complex Hermite matrix[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*,2005,20(4):403 406.)