

波形正交性退化下机载 MIMO 雷达杂波模型与自由度分析

张西川¹, 张永顺¹, 谢文冲², 王永良², 张增辉³

(1. 空军工程大学导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军雷达学院, 湖北 武汉 430019;
3. 国防科学技术大学理学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对发射波形正交性退化影响机载多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达的杂波特性, 基于信号空间和子阵空间的变换原理, 建立了波形正交性退化下的机载 MIMO 雷达杂波通用模型和标准模型。基于带限信号的最优逼近特性, 分析了波形正交性退化下的空时等效阵列孔径变化规律, 提出了杂波自由度(degree of freedom, DOF)的估计准则。最后, 仿真验证了杂波模型及杂波自由度估计准则的有效性。

关键词: 机载多输入多输出雷达; 波形正交性退化; 杂波模型; 杂波自由度

中图分类号: TN 957.51

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.01.15

Analysis of clutter model and DOFs for airborne MIMO radar under orthogonal degradation of waveform

ZHANG Xi-chuan¹, ZHANG Yong-shun¹, XIE Wen-chong²,
WANG Yong-liang², ZHANG Zeng-hui³

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China;

2. Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China;

3. School of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at the clutter characteristics of airborne multiple-input multiple-output (MIMO) radar under the orthogonal degradation of waveform, the general and standard clutter models of airborne MIMO radar are presented under the orthogonal degradation of waveform based on the transformed principle of subarray space and transmit signal space. Then the regularity of change for space-time equivalence aperture is analyzed under the orthogonal degradation of waveform based on the optimum approached property of the band-limit signal, and an estimation rule for the degree of freedom (DOF) of clutter is presented. Finally, simulation results show the effectivity of the proposed models and rules.

Keywords: airborne multiple-input multiple-output radar; orthogonal degradation of transmitted waveform; clutter model; degree of freedom of clutter

0 引言

传统的相控阵雷达发射相干波形, 可以形成强方向性的窄波束, 而多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)雷达发射相互正交的发射波形, 通过合成形成宽发射波束^[1]。发射波形的正交交集使得收发阵元间形成了大量的虚拟阵元^[2]。这些虚拟阵元可使得机载 MIMO 雷达抑制地杂波的系统自由度(degree of freedom, DOF)大幅增加。因此, 基于 MIMO 体制的空时自适应处理

(space-time adaptive processing, STAP)技术在杂波及干扰抑制上极具潜力。建立合理有效的杂波模型及杂波自由度估计准则是进行 MIMO STAP 算法设计的重要前提。文献[3-4]给出了理想发射波形全正交情况下的机载 MIMO 雷达的杂波模型。但未考虑发射波形对 MIMO 雷达杂波模型的影响。实际情况中, 在波束方向及参数估计性能等因素的约束下设计的 MIMO 雷达发射波形通常具有相关性^[5], 这些波形往往不能满足 MIMO 雷达波形全正交发射的理想条件。这种发射波形介于相干与全正交之间的相关

收稿日期: 2010-10-16; 修回日期: 2011-10-26。

基金项目: 国家杰出青年科学基金(60925005)资助课题

作者简介: 张西川(1984-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为 MIMO 雷达技术、空时自适应信号处理。E-mail: xichuan102@163.com

现象称为发射波形正交性的退化。

杂波 DOF 直接反映了机载 MIMO 雷达系统面临的地杂波环境的恶劣程度,同时也决定了 MIMO STAP 算法的降阶维数。文献[3]给出了全正交 MIMO 雷达的杂波 DOF 估计准则;文献[6]基于波形互相关矩阵提出了杂波 DOF 估计准则,但以上准则均未考虑波形正交性的退化对杂波 DOF 的影响。

本文针对波形正交性退化对机载 MIMO 雷达杂波模型与杂波 DOF 的影响问题,建立了正交退化下的机载 MIMO 雷达杂波模型,并以此为基础,提出了一种简便准确的正交退化下杂波 DOF 估计准则。

1 机载 MIMO 雷达杂波模型

机载 MIMO 雷达载机速度为 V ,高度为 H 。MIMO 雷达收发天线均为正侧面均匀线阵,如图 1 所示,其中发射阵元总数为 M ,间距为 d_T ,接收阵元总数为 N ,间距为 $d_R = \lambda/2$ (λ 为雷达工作波长),稀布系数 $\alpha = d_T/d_R$,杂波散射单元方位角为 θ ,俯仰角为 φ ,锥角为 ψ ,时域相干处理脉冲数为 K 。

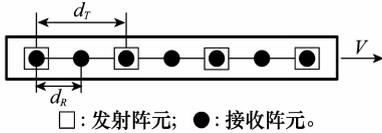


图 1 正侧面 MIMO 雷达阵列天线几何模型

一个脉冲重复周期 T 内, M 个发射阵元发射信号集合为

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_M]^T \in \mathbf{C}^{M \times N} \quad (1)$$

式中,列向量 s_m 对应第 m ($m=1, 2, \dots, M$) 个阵元发射的信号波形, s_m 的离散时间长度为 N_s 。第 m 个发射阵元发射的信号 s_m 经某个杂波散射单元反射,并由第 n 个接收阵元接收经匹配滤波分离后的数据为

$$c_{m,n,k} = \xi e^{j\omega_s[(n-1)+\beta(k-1)]} \sum_{m'=1}^M s_{m'} s_m^* e^{j\omega_s(m-1)\omega_s} \quad (2)$$

式中, ξ 表示接收滤波处理后回波信号幅度,且服从均值为 0, 方差为 δ^2 的独立复高斯分布^[7]; $\omega_s = \omega_s(\theta, \varphi) = 2\pi d_R \cos(\theta) \cdot \cos(\varphi)/\lambda$, $\omega_r = \omega_r(\theta, \varphi) = 4\pi VT \cos(\theta) \cos(\varphi)/\lambda$, $\beta = \omega_r/\omega_s$, $f_d = 2V \cos(\theta) \cos(\varphi)/\lambda$ 。

定义发射、接收与时域导向矢量为

$$\begin{cases} \mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) = [1, e^{j\omega_s \alpha}, \dots, e^{j\omega_s \alpha(Q-1)}]^T \\ \mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) = [1, e^{j\omega_s}, \dots, e^{j\omega_s(N-1)}]^T \\ \mathbf{S}_T(\omega_r) = [1, e^{j\omega_r}, \dots, e^{j\omega_r(K-1)}]^T \end{cases} \quad (3)$$

于是,可得

$$\mathbf{c} = \xi \mathbf{S}_T(\omega_r) \otimes \text{vec}(\mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) \mathbf{S}_{S_r}^T(\omega_s) \mathbf{R}_S) \quad (4)$$

式中, \otimes 为 Kronecker 积; $\mathbf{c} \in \mathbf{C}^{QNK \times 1}$, $1 \leq Q \leq M$; 发射信号互相关矩阵 $\mathbf{R}_S = E[\mathbf{S}\mathbf{S}^H]$ 。

由文献[6]可知,随着发射波形间相关性的增强,发射波形间产生合成,发射信号集不再满足两两正交的条件,即 MIMO 雷达发射波形的正交性产生退化。此时,部分阵元因发射波形间强相关或相干,使得这些阵元可合并成为一

个合成子阵,相应 \mathbf{S} 中强耦合的信号元素亦可合并成为一个合成信号。

依据空间基变换原理^[8],假设正交退化时, M 个发射波形中有 Q 个正交信号。发射信号空间的基变换使得发射信号集合由 \mathbf{S} 变为 $\tilde{\mathbf{S}}$, 表示为

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{U}_T^T \mathbf{S} \in \mathbf{C}^{Q \times N} \quad (5)$$

式中,信号空间的基变换矩阵 $\mathbf{U}_T = [e_1, \dots, e_q, \dots, e_Q] \in \mathbf{C}^{M \times Q}$ 是秩为 Q 的简化阶梯型矩阵, $e_q = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ 为第 q ($q=1, 2, \dots, Q$) 个元素为 1 的单位向量。相应的发射阵列由 M 个阵元合成为 Q 个合成子阵列,阵元空间的基变换使得发射空间导向矢量由 $\mathbf{S}_{S_r}(\omega_s)$ 变为 $\tilde{\mathbf{S}}_{S_r}(\omega_s)$, 表示为

$$\tilde{\mathbf{S}}_{S_r}(\omega_s) = \mathbf{T}_S^T \mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) \in \mathbf{C}^{Q \times 1} \quad (6)$$

式中, $\mathbf{T}_S = \text{diag}(t_1, t_2, \dots, t_Q) \in \mathbf{C}^{M \times Q}$, $t_q = [t_{q,1}, t_{q,2}, \dots, t_{q,M_q}]^T$ 表示第 q 个合成子阵的合成变换向量, $t_{q,p}$ 表示第 q 个子阵内第 p ($p=1, 2, \dots, M_q$, $\sum_{q=1}^Q M_q = M$) 个阵元的变换系数,它等于相应子阵内发射波形间的互相关系数。

综上所述,将式(5)和式(6)代入式(4)可得

$$\mathbf{c} = \xi \mathbf{S}_T(\omega_r) \otimes \text{vec}(\mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) (\mathbf{S}_{S_r}^T(\omega_s) \mathbf{T}_S) (\mathbf{U}_T^T \mathbf{R}_S \mathbf{U}_T)) \quad (7)$$

式(7)从发射信号空间变换和阵元空间变换的数学角度,描述了波形正交性退化下的机载 MIMO 雷达空时二维杂波模型,本文称之为通用模型。

阵元空间和信号空间变换的标准正交基可由 \mathbf{R}_S 的奇异值分解得到。半正定矩阵 \mathbf{R}_S 可分解为由大小特征值对应的矩阵之和,即

$$\mathbf{R}_S = \mathbf{U}_S \mathbf{\Sigma}_S \mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H \quad (8)$$

式中, $\mathbf{\Sigma}_S$ 为 Q 个大特征值组成的对角阵; $\mathbf{\Sigma}_N$ 为 $M-Q$ 个小特征值组成的对角阵;大小特征值对应特征矢量分别为 $\mathbf{U}_S = [e_1, e_2, \dots, e_Q]$, $\mathbf{U}_N = [e_{Q+1}, e_{Q+2}, \dots, e_M]$, 且相互正交,即

$$\begin{cases} \mathbf{U}_S^H \mathbf{U}_S = \mathbf{I}_Q \\ \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_S = \mathbf{I}_{M-Q} \\ \mathbf{R}_S \mathbf{U}_S = \mathbf{U}_S \mathbf{\Sigma}_S + \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N = \mathbf{U}_S \mathbf{\Sigma}_S \end{cases} \quad (9)$$

由上述分析及信号空间和阵元空间的一致性^[8],可同时令信号空间变换矩阵 $\mathbf{U}_T = \mathbf{U}_S$, 阵元空间变换矩阵 $\mathbf{T}_S = \mathbf{U}_S$ 。将式(9)代入式(7)可得

$$\mathbf{c} = \xi \mathbf{S}_T(\omega_r) \otimes \text{vec}(\mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) \mathbf{S}_{S_r}^T(\omega_s) \mathbf{R}_S \mathbf{U}_S) = \xi \mathbf{S}_T(\omega_r) \otimes \text{vec}(\mathbf{S}_{S_r}(\omega_s) \mathbf{S}_{S_r}^T(\omega_s) \mathbf{U}_S \mathbf{\Sigma}_S) \quad (10)$$

式(10)表明在正交退化的影响下,杂波接收数据在阵元空间和信号空间的基变换具有等价性。该式得出了基于信号与阵元空间标准正交基的机载 MIMO 雷达空时杂波模型,本文称之为标准模型。该模型仅保留了杂波能量的主分量部分,是对通用模型的进一步的约简。

2 正交退化下的杂波 DOF 估计

2.1 MIMO 雷达的虚拟阵元及空时等效性

在正交波形分集的机载 MIMO 雷达中,对于远场目标而言,假定第 q 个发射合成子阵相位中心位置为 x_q , 第 n 个

接收阵元位置为 x_n , 则从该天线对上所获取的信号等同于在 $(x_q + x_n)/2$ 位置的等效阵元上接收的信号, 该等效阵元称为虚拟阵元^[9]。因此, 就可以利用这种虚拟阵元来等效 MIMO 雷达的收发天线对^[10]。某个脉冲时期, MIMO 雷达发射的 Q 个合成正交信号, 经由 N 个接收阵元接收后可产生 NQ 个虚拟阵元, 形成虚拟阵列, 可见虚拟阵元的产生扩展了阵列孔径。

将 MIMO 雷达在空域的虚拟阵列扩展到时域的不同脉冲时刻, 同一虚拟阵列不同脉冲时间接收的杂波可等效为不同虚拟阵列同一时间接收的杂波。因此, MIMO 雷达杂波在空时域的采样数据(式(2))可等效为对如下正弦函数在时域上的采样^[11]:

$$c(x, \omega_s) = \begin{cases} e^{j\omega_s x}, & 0 \leq x \leq X \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $X = \lceil N + \beta(K-1) + \alpha(M-1) \rceil$ 为时空采样的最大等效孔径, $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整, 即最大采样长度。显然, $c(x, \omega_s)$ 为时宽为 X , 带宽为 B 的时限带限信号^[3], B 为波束宽度内杂波散射体张成的空间频率带宽。由文献[11]可知利用零阶角长球面函数的正交函数族 $\{\Psi_{0l}(x)\}_{0 \leq l < \infty}$ 可逼近任何时限带限信号, 且当 $l > \lceil BX + 1 \rceil$ 时, $\langle \Psi_{0l}(x) | c(x, \omega_s) \rangle$ 的能量分布趋近于零。由式(11)得时限带限信号 $c(x, \omega_s)$ 为

$$c(x, \omega_s) = \sum_{l=0}^{\infty} \langle c(x, \omega_s), \Psi_{0l}^*(x) \rangle \Psi_{0l}(x) \approx \sum_{l=0}^{\lceil BX \rceil} \langle c(x, \omega_s), \Psi_{0l}^*(x) \rangle \Psi_{0l}(x) \quad (12)$$

式中, $\langle c(x, \omega_s), \Psi_{0l}^*(x) \rangle = \int_0^X c(x, \omega_s) \Psi_{0l}^*(x) dx$ 。

正交基函数集合 $\{\langle \Psi_{0l}(x) | c(x, \omega_s) \rangle\}_{0 \leq l < \lceil BX \rceil}$ 准确地反映了采样杂波信号的时宽带宽特性与杂波能量分布之间的关系, 即时宽带宽积就是最优逼近杂波信号所需的最少独立样本数。因此, 杂波自由度 r_c 与时宽带宽积具有如下等价关系:

$$r_c = \lceil BX + 1 \rceil \quad (13)$$

2.2 正交退化下的杂波 DOF 估计准则

当发射波形全正交时, 空时等效的阵列孔径为 $X = \lceil N + \beta(K-1) + \alpha(M-1) \rceil$, 即为 MIMO 雷达杂波 DOF 的理论上限。当发射波形正交退化时, 部分波形产生合成, 相应等效阵列孔径的重叠性发生变化, 进而导致空时等效阵元采样数据的相关性上升^[12-13], 独立采样数据数量减小, 杂波 DOF 产生变化。下面从等效孔径重叠的角度, 分 3 种情况进行讨论。

情况 1 当相邻脉冲间等效阵列的合成子阵有重叠时, 显然虚拟阵列亦重叠, 如图 2(a) 所示, 此时合成子阵的长度小于阵列在脉冲间隔内的位移, 则

$$\alpha(M-Q+1)d_R < Nd_R + 2VT(K-1) \quad (14)$$

即 $\alpha < \alpha_A$, $\alpha_A = \lceil Y \rceil / (M-Q+1)$ 。令 $Y = N + \beta(K-1)$, 则总的空时等效阵列孔径可修正为

$$X = Y + \alpha(Q-1) + \alpha(M-Q) = Y + \alpha(M-1) \quad (15)$$

情况 2 当相邻脉冲间等效阵列的合成子阵不重叠, 但虚拟阵列有重叠时, 如图 2(b) 所示。合成子阵的长度大

于阵列在脉冲间隔内的位移, 而小于整个虚拟阵列长度, 则 $Nd_R + 2VT(K-1) \leq \alpha(M-Q+1)d_R \leq (M-Q+1)Yd_R$ (16)

即 $\alpha_A \leq \alpha \leq \alpha_B$, $\alpha_B = \lceil Y \rceil$, 则等效孔径可修正为

$$X = Y + \alpha(Q-2) + \alpha_A(M-Q+1) \quad (17)$$

情况 3 当相邻脉冲间等效阵列的合成子阵不重叠, 虚拟阵列也不重叠时, 如图 2(c) 所示。合成子阵长度大于虚拟阵列的长度, 即 $\alpha_B < \alpha$, 等效孔径可修正为

$$X = Q\lceil N + \beta(K-1) \rceil = QY \quad (18)$$

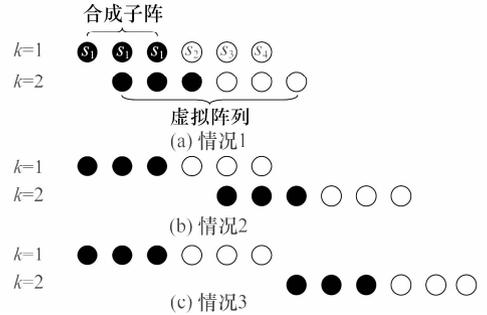


图 2 等效阵列几何关系示意图

综上所述, $d_R = \lambda/2$ 时 $B \approx 1$, 杂波 DOF 可表示为

$$r_c = \begin{cases} \lceil Y + \alpha(M-1) \rceil, & \alpha < \alpha_A \\ \lceil Y + \alpha(Q-2) + \alpha_A(M-Q+1) \rceil, & \alpha_A \leq \alpha \leq \alpha_B \\ Q\lceil N + \beta(K-1) \rceil, & \alpha_B < \alpha \end{cases} \quad (19)$$

式(19)即为发射波形正交退化时的杂波 DOF 估计准则。可见杂波 DOF 受退化合成后正交波形的个数 Q 的影响, 而 Q 又是由发射信号互相关矩阵 \mathbf{R}_s 的秩决定的。

3 仿真实验

假设 MIMO 雷达载机的参数为 $V = 140$ m/s, $H = 8000$ m, $\lambda = 20$ cm, 收发阵元数均为 8, 脉冲重复频率 $f_r = 2434$ Hz, $K = 16$, 杂噪比为 60 dB。

实验 1 正交退化下的杂波谱分布

依据式(7), 图 3 给出了 6 种机载 MIMO 雷达发射波形结构下的杂波谱分布, 分别为: ① 发射波形全正交的理想 MIMO 雷达, 如图 3(a) 所示, 杂波在空时域上主要分布于功率均等的窄斜脊线上; ② 发射波形全相干, 图 3(b) 给出了当发射波形全相干(即 $Q=1$)且 $\alpha=1$ 时的杂波谱, 显然杂波分布同传统相控阵杂波分布完全相同, 与图 3(a) 相比易见理想 MIMO 雷达杂波脊线更窄; ③ 子阵间正交, 子阵内相干($Q=4, \alpha=4$), 如图 3(c) 所示, 文献[14-15]讨论了此类波形结构的设计, 并称之为 MIMO 相控阵雷达; ④ 子阵间相关, 子阵内相干($Q=4$), 如图 3(d) 所示, 相比图 3(c), 此子阵间波形正交退化引起了杂波谱的展宽; ⑤ 子阵间正交, 子阵内相关($Q=4$), 如图 3(e) 所示, 子阵内阵元的非相干同样会引起杂波的展宽; ⑥ 子阵间相关, 子阵

内相关($Q=4$),如图 3(f)所示,在非理想正交和非理想相干同时影响下杂波展宽幅度较大。

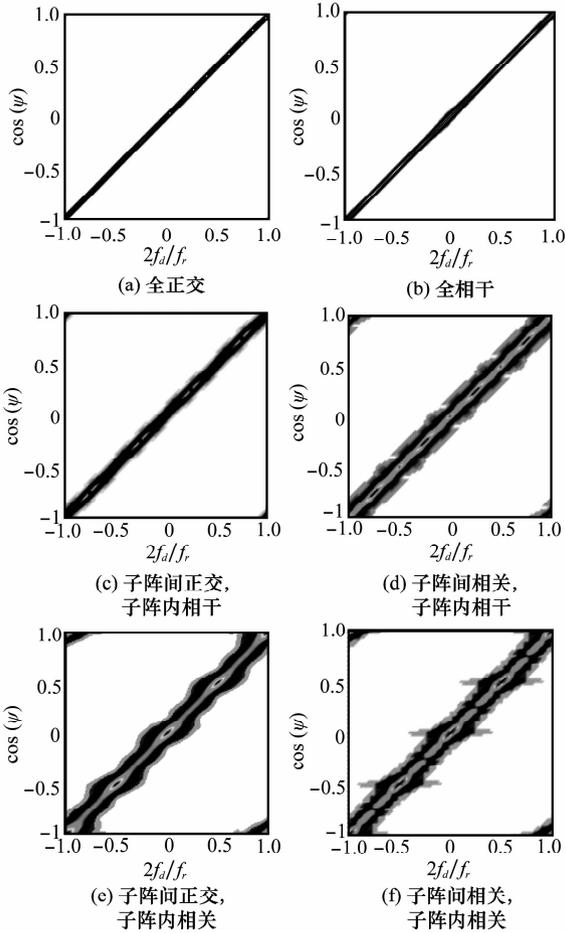


图 3 6 种波形结构下的杂波功率谱分布

分析表明,为了避免正交退化带来的杂波展宽,应当保证合成子阵间发射波形的全正交与合成子阵内各阵元发射波形的全相干。当任意一个条件不能满足时,均会导致杂波谱脊线产生展宽,不利于慢速目标的检测。

实验 2 正交退化下的杂波 DOF

仿真中设定 $\beta=1$ 。图 4 给出了在正交退化影响下的杂波特征谱对比分析,可见本文给出的估计准则能够准确估计杂波特征值陡降位置。由图 4 可得:① 随着信号互相关矩阵秩的减小,即正交信号的减少,相应杂波 DOF 降低,杂波协方差矩阵的维数也相应降低,即系统 DOF 因 Q 的减小而降低;② 随着发射信号波形相关性增强,特征值幅度相应降低。如图 4 中 A,B 两条曲线所示,正交波形数均为 8,杂波 DOF 均为 79,但 B 中正交退化时发射波形间具有了相关性,致使大特征值谱线幅度下降,相应导致了噪声与杂波更难区分,该变化将影响 MIMO 雷达的杂波抑制性能。因此,在进行 MIMO 雷达发射波形设计时,发射波形正交性越强,越有利于提高 MIMO 雷达杂波抑制性能。

实验 3 杂波 DOF 估计准则的有效性

依据实验 1 的仿真条件,图 5 给出了 α 变化下,真实杂

波 DOF、本文准则估计的杂波 DOF 和文献[6]估计的杂波 DOF 的对比曲线。可见两种正交波形数 $Q=6$ 和 $Q=3$ 时,本文估计结果均能很好的逼近真实的杂波 DOF,而文献[6]的估计准则在该正交退化情况下不再适用。

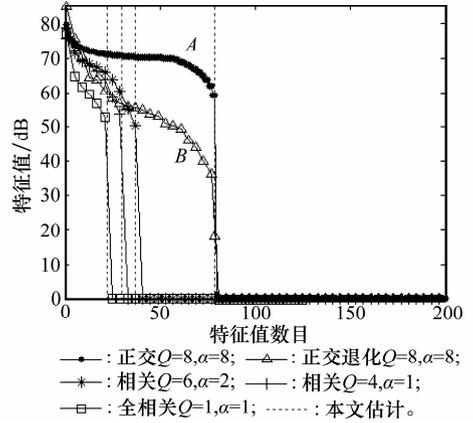


图 4 正交性退化影响下杂波特征谱

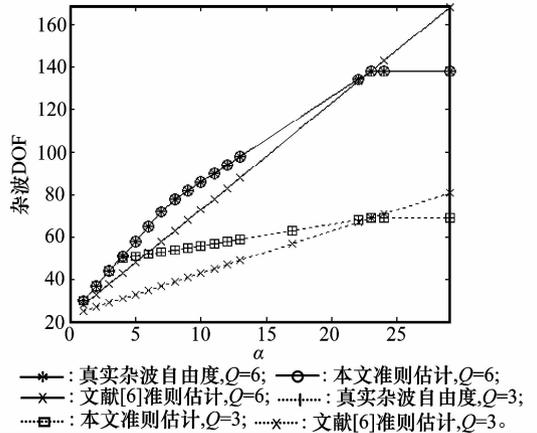


图 5 正交退化下杂波自由度随 α 的变化

图 6 给出了不同时空角频率比(由 β 变化决定)下的杂波特征谱曲线,可见本文准则估计值准确地贴近了杂波协方差矩阵特征曲线的陡降位置,仍能精确估计该结构下的杂波 DOF。

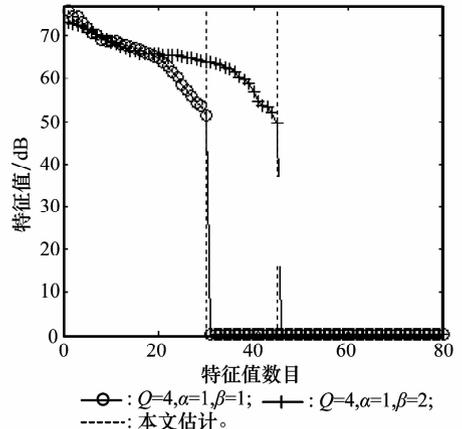


图 6 β 变化时特征谱及杂波 DOF 估计

分析表明:发射阵列在不同的稀布程度(由 α 变化决定)和不同的时空角频率比(由 β 变化决定)下,本文准则仍能准确估计杂波 DOF,因此该准则具有较强的实用性和适用性。

4 结束语

本文建立的发射波形正交退化时的机载 MIMO 雷达杂波模型较好地描述了正交退化引起的信号合成和子阵合成对 MIMO 雷达杂波特性的影响。提出的杂波 DOF 估计准则综合反映了发射波形正交性退化下的杂波 DOF 变化规律,具有较高的准确性和适用性。分析表明:在波形正交退化的情况下,合成子阵间发射波形全正交且子阵内各阵元发射波形全相干时,杂波谱脊线较窄,而合成子阵发射波形间非全正交和合成子阵内各阵元不相干时,均会使得杂波谱产生展宽。因此,提高合成子阵发射波形间的正交性和子阵内各阵元发射波形的相干性是减小杂波谱的展宽的基本条件。

参考文献:

- [1] Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]// *Proc. of IEEE Radar Conference*, 2004:71-78.
- [2] Li J, Peter S. *MIMO radar signal processing*[M]. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2009:235-251.
- [3] Chen C Y, Vaidyanathan P P. MIMO radar space-time adaptive processing using prolate spheroidal wave functions[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(2):623-635.
- [4] 伍勇, 汤俊, 彭应宁. 正交模式分布式小卫星雷达杂波抑制性能研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(7):1529-1533. (Wu Y, Tang J, Peng Y N. Study on clutter suppression performance of distributed aperture radar using orthogonal waveforms[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(7):1529-1533.)
- [5] Fuhrmann D R, Antonio G S. Transmit beamforming for MIMO radar systems using partial signal correlation[C]// *Proc. of the Thirty-eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2004:295-300.
- [6] Wang G H, Lu Y L. Clutter rank of STAP in MIMO radar with waveform diversity[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2010, 58(2):938-943.
- [7] Klemm R. *Principles of space-time adaptive processing*[M]. 3rd ed. London: IET Press, 2002:95-98.
- [8] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004:27-30. (Wang Y L, Chen H, Peng Y N, et al. *Theory and algorithm of spatial spectrum estimation*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004:27-30.)
- [9] Donnet B J, Longstaff I D. MIMO radar, techniques and opportunities[C]// *Proc. of the 3rd European Radar Conference*, 2006:112-115.
- [10] Li J, Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5):106-114.
- [11] Harry L. *Detection, estimation, and modulation theory—part I*[M]. Hoboken, New Jersey: Wiley, 2001:231-234.
- [12] 吴建新, 王彤, 索志勇, 等. 机载正侧阵雷达杂波自由度分析[J]. *电子学报*, 2009, 37(6):1329-1333. (Wu J X, Wang T, Suo Z Y, et al. Analysis on clutter rank of airborne sidelooking radar[J]. *Acta Electronics Sinica*, 2009, 37(6):1329-1333.)
- [13] Goodman N A, James M S. On clutter rank observed by arbitrary arrays[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2007, 55(1):178-186.
- [14] Li H B, Himed B. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1):55-65.
- [15] Fuhrmann D R, Browning J P, Rangaswamy M. Signaling strategies for the hybrid MIMO phased-array radar[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1):66-78.