

基于 Metropolis-Hastings 抽样的系统误差配准方法

周林, 梁彦, 潘泉

(西北工业大学自动化学院, 西安 陕西 710072)

摘要: 针对目标运动模型不完全的跟踪系统, 为解决系统误差配准问题, 提出一种基于 Metropolis-Hastings 抽样的系统误差配准方法。该方法通过系统误差的最大似然估计导出的等效概率平稳函数作为 Metropolis-Hastings 算法要求构造的概率密度函数, 同时给出不同的提议函数来提高系统误差空间分布的全局性。对时变和时不变系统误差情况分别进行了仿真, 仿真结果表明, 所提方法在考虑系统误差统计特性的同时对解决系统误差配准问题具有有效性和可行性。

关键词: 系统误差; 误差配准; 最大似然估计; Metropolis-Hastings 抽样

中图分类号: TP 391

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.03.01

System error registration based on Metropolis-Hastings sampling

ZHOU Lin, LIANG Yan, PAN Quan

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In order to resolve system error registration in target tracking system which has inadequacy maneuvering model, a novel system error registration method based on Metropolis-Hastings sampling is proposed. This method gains an equivalent probability density distribution function derived from system error maximum likelihood estimation and regards it as a probability density function suitable for Metropolis-Hastings sampling. Besides, using different proposal functions to improve sample overall capacity in system error space. Two scenes which include time-varying and time-invariant system errors are simulated. Simulation results show that this method not only considers the statistical characteristics of system errors but also resolves the registration of system errors.

Keywords: system error; error registration; maximum likelihood estimate; Metropolis-Hastings sampling

0 引言

在多传感器数据融合系统中, 误差可分为随机误差和系统误差。误差的存在会引起目标定位的偏差, 有偏差的测量可能会加剧目标的估计误差, 有时甚至会影响到整个估计过程, 为此需要对误差进行处理^[1]。该问题的解决对随后的数据关联、航迹管理、滤波及目标检测、分类和跟踪等准确性的研究具有重大意义。随机误差可利用滤波方法进行处理, 但作为一类确定性误差的系统误差无法利用滤波方法进行处理。

随着融合技术的发展, 传感器的系统误差问题得到了研究。目前常用的方法有文献[2]提出的实时质量控制法(real time quality control, RTQC)、文献[3]提出的最小二乘法算法(least square, LS)、文献[4]提出的广义最小二乘法(generalized least square, GLS)、文献[5]提出的针对三

维空间的基于地心坐标系的广义最小二乘(earth-centered earth-fixed-generalized least square, ECEF-GLS)方法、文献[6]提出的精确极大似然法(exact maximum likelihood, EML)、文献[7]提出的在线卡尔曼滤波方法(Kalman filter, KF)、文献[8]提出的针对非线性系统的扩展卡尔曼滤波算法(extend Kalman filter, EKF)、文献[9-10]提出的解耦滤波算法(decoupled Kalman filter, DKF)等。

但 these 方法通常假设其系统误差是时不变, 或运动目标的系统模型完整。但在实际工程应用中, 影响系统偏差因素有许多是不确定的。诸如, 由于外界不同区域的气候、地形及照射光线的各异, 以及系统本身的非线性、多模型、多目标的函数优化等问题的存在, 此时描述运动目标的系统模型不易建立, 且系统误差存在时变特性, 上述配准方法就不再适用, 甚至还会给传感器量测增加新的误差^[1]。Haim 于 2000 年在文献[11]中指出, 常见的传统系统误差

收稿日期: 2011-07-04; 修回日期: 2011-09-19。

基金项目: 国家自然科学基金(61075029, 61074179)资助课题

作者简介: 周林(1977-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为信息融合、传感器协同控制。E-mail: zllfx@sohu.com

配准如 RTQC、LS、GLS 等都是基于统计模型的。该类方法要求对所有时刻的量测进行存储后再计算,但随着时间推移,存储空间和计算能力的需求也随之倍增。为此, Haim 提出利用神经网络来解决传感器系统误差问题,该方法的优点在于能估计出预先未知来源的系统误差的。对于融合系统中时变系统误差问题,王波^[12-13]通过 CM-PSO 和 NA-PSO 算法来解决系统误差问题,都取得了较好的效果。但研究发现,文献[12-13]的一系列基于 PSO 的算法可能存在早熟现象、计算量大的问题。

当运动目标的系统模型不能准确建立时,会影响对运动目标的跟踪精度。因此,如何解决该类系统的系统误差配准问题是现实应用亟待考虑的问题。马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法通过构造符合某种概率密度函数的 Markov 链以产生样本,该方法能使样本尽可能在概率大的区域,且样本符合函数分布。Metropolis-Hastings 算法是应用最广泛的 MCMC 抽样方法^[14-16],该方法通过给定的提议函数对样本进行采样,提议函数的不同会产生导致不同的算法效率,已有研究人员从理论上对该问题进行了研究^[17]。

本文针对运动目标没有确定状态模型的情况,根据提议函数选取样本,利用 Metropolis-Hastings 算法来估计系统误差,该方法在保证 Markov 链收敛性的同时,提高抽样的全局能力。

1 贝叶斯估计分析

贝叶斯估计方法是处理非线性、不确定性系统的一种有效概率方法。该方法是将未知参数 θ 作为一个具有已知先验分布 $\pi(\theta)$ 的随机变量,从而将先验信息加以利用的一种方法。

设总体 Ω 的分布密度为 $p(x, \theta)$, 未知参数 θ 的先验分布为 $\pi(\theta)$, $\theta \in \Theta$, $X = (X_1, \dots, X_n)$ 为总体 Ω 的一个样本,当给定样本值 $x = (x_1, \dots, x_n)$, 样本 $X = (X_1, \dots, X_n)$ 的联合密度为

$$q(x_1, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \quad (1)$$

样本 X 和 θ 的联合分布密度为

$$f(x_1, \dots, x_n, \theta) = \pi(\theta)q(x_1, \dots, x_n | \theta) = g(x_1, \dots, x_n)h(\theta | x_1, \dots, x_n) \quad (2)$$

则

$$h(\theta | x_1, \dots, x_n) = \frac{\pi(\theta)q(x_1, \dots, x_n | \theta)}{g(x_1, \dots, x_n)} \quad (3)$$

式中, $g(x_1, \dots, x_n)$ 是 (X, θ) 关于样本 X 的边缘分布。

实际中, $g(x_1, \dots, x_n)$ 不易计算,所以贝叶斯估计方法的应用受到限制。此时, Metropolis-Hastings 方法改善了此类问题。利用 Metropolis-Hastings 方法,可从复杂的多维分布中采样,同时模拟了贝叶斯估计方法。

将上面 $h(\theta | x_1, \dots, x_n)$ 式子等价变形为

$$h(\theta | x_1, \dots, x_n) \propto \pi(\theta)q(x_1, \dots, x_n | \theta) \quad (4)$$

利用 Metropolis-Hastings 方法时,只要知道上式右边的值后,便可从后验分布 $h(\theta | x_1, \dots, x_n)$ 中采样,避免 $g(x_1, \dots, x_n)$ 的计算复杂性问题。

2 Metropolis-Hastings 算法

Metropolis-Hastings 方法常可应用于一般或复杂的模型,该方法通过迭代,模拟状态空间中的一条 Markov 链,使其输出的平稳分布是要求构造的概率密度函数(probability density function, PDF) $p(x)$ 。该算法通过重复考虑随机地对每个分量产生变化来实现;基于它们如何影响状态的概率,或接受或拒绝这种变化,这一过程可以看成是由一组基础转移概率 $k_l (l = 1, 2, \dots, n)$ 建立 Markov 链的过程^[18]。

假设在某一状态空间,当前的状态可表示为 X^i , 利用条件分布 $q(Y, X^i)$ 来产生一个新的状态 Y , 并以如下概率

$$\alpha(X^i, Y) = \min \left\{ 1, \frac{p(Y)q(X^i, Y)}{p(X^i)q(Y, X^i)} \right\} \quad (5)$$

决定 Markov 链的下一个状态 $X^{i+1} = Y$, 否则 $X^{i+1} = X^i$, 其中 α 称为判决函数, $q(\cdot)$ 称为提议函数。为了体现算法的全局性,可通过以下两种方法进行新状态 Y 的抽样产生:

- (1) 局部状态空间抽样:新状态 Y 从以当前状态为均值状态空间的一个标准高斯分布产生。
- (2) 全局状态空间抽样:新状态 Y 从整个均匀分布的状态空间中产生。

假设不同时刻各个状态分量相互独立,且状态空间中的状态相互独立,则可得到

$$\begin{cases} q(X^i, Y) = q(X^i)q(Y) \\ q(Y, X^i) = q(Y)q(X^i) \end{cases} \quad (6)$$

代入方程(5)得到式(7)

$$\alpha(X^i, Y) = \min \left\{ 1, \frac{p(Y)}{p(X^i)} \right\} \quad (7)$$

式中, $p(\cdot)$ 对应式(4)中的 $h(\theta | x_1, \dots, x_n)$, 即 $h(\theta | x_1, \dots, x_n)$ 为要求构造的概率密度函数。

为了增加 Markov 链在极值附近的逗留时间以维持极值信息,可以采用措施使极值尖锐化,式(7)可变形为

$$\alpha(X^i, Y) = \min \left\{ 1, \left(\frac{p(Y)}{p(X^i)} \right)^\gamma \right\} \quad (8)$$

式中, γ 是某一较大正数。

3 基于 Metropolis-Hastings 的系统误差配准算法

假设在某一系统中,系统的状态方程和量测方程如下

$$x_{k+1} = f(x_k) + v_k \quad (9)$$

$$z_k = Hx_k + b_k + w_k \quad (10)$$

式中, f 是非线性状态转移阵, v_k 是零均值高斯白噪声,且其协方差为 $Q_k = E[v_k v_k^T]$ 。 H 是 $m \times n$ 维传感器的量测转

移阵, \mathbf{b}_k 是 $m \times 1$ 维传感器的系统偏差, \mathbf{w}_k 是零均值高斯白噪声, 其协方差为 $\mathbf{R}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T]$ 。过程噪声 \mathbf{v}_k 和量测噪声 \mathbf{w}_k 独立。系统偏差 \mathbf{b}_k 是时变的, 也可为时不变的常值。

假设传感器的未知系统偏差 \mathbf{b}_k 的先验分布为 $\pi(\mathbf{b}_k)$, 且量测噪声服从正态分布, 其似然函数为

$$q(\mathbf{z}_k | \mathbf{b}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l |\mathbf{R}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k)^\top \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k) \right\} \quad (11)$$

若 $\mathbf{R} = \sigma^2 \mathbf{I}$, 则式(11)变为

$$q(\mathbf{z}_k | \mathbf{b}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l |\mathbf{R}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \right\} \quad (12)$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示范数。

最大似然函数 $q(\mathbf{z}_k | \mathbf{b}_k)$ 的对数似然函数可写成

$$J = \log q = -\frac{1}{2} l \log ((2\pi)^l |\mathbf{R}|) - \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \quad (13)$$

忽略式(13)中不相关的常数项, 目标的最大似然估计可通过下面优化式子给出^[19]

$$\max J = \min \|\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \quad (14)$$

令

$$f(k) = \|\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \quad (15)$$

求出 \mathbf{x}_k , 使得 $f(k)$ 最小, 则 J 会最大。为此, 求 $f(k)$ 对 \mathbf{x}_k 的偏导数, 令偏导数等于零, 可得 \mathbf{x}_k 的估计值 $\hat{\mathbf{x}}_k$

$$\frac{\partial f(k)}{\partial \mathbf{x}_k} = -2\mathbf{H}^\top (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k) = 0 \quad (16)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = (\mathbf{H}^\top \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^\top (\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k) \quad (17)$$

令 $\mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^\top \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^\top$ 为 \mathbf{H} 的伪逆阵。

定义 1 $\mathbf{P} = \mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$, $\mathbf{P}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}$ 。将式(17)代入到式(15)可得

$$f(k) = \|\mathbf{P}^\perp (\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k)\|^2 \quad (18)$$

由式(14)和式(18)可得

$$\max J = \min \|\mathbf{P}^\perp (\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k)\|^2 \quad (19)$$

由 $\mathbf{P}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}$ 可得

$$\max J = \max \|\mathbf{P}(\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k)\|^2 \quad (20)$$

根据式(4)和式(12)、(14)、(19)、(20)可得后验分布函数为

$$\begin{aligned} h(\mathbf{b}_k | \mathbf{z}_k) &\propto \pi(\mathbf{b}_k) \cdot q(\mathbf{z}_k | \mathbf{b}_k) \propto \\ &\pi(\mathbf{b}_k) \cdot \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l |\mathbf{R}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{z}_k - \right. \\ &\left. \mathbf{H}\mathbf{x}_k - \mathbf{b}_k\|^2 \right\} \propto \pi(\mathbf{b}_k) \cdot \max J \propto \pi(\mathbf{b}_k) \cdot \\ &\min \|\mathbf{P}^\perp (\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k)\|^2 \propto \pi(\mathbf{b}_k) \cdot \max \|\mathbf{P}(\mathbf{z}_k - \mathbf{b}_k)\|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

在式(21)中, 若已知“ ∞ ”右边的信息, 便可从后验分布 $h(\mathbf{b}_k | \mathbf{z}_k)$ 中进行采样。

本文算法步骤如下。

步骤 1 初始化抽样 Markov 链长 $i=1$ 和采样数 $j=1$ 。

步骤 2 判断 j 是否不大于总的采样数, 若成立则进行步骤 3, 若不成立则仿真结束。

步骤 3 判断 i 是否不大于抽样 Markov 链长, 若成立则进行步骤 4, 若不成立则进行步骤 9。

步骤 4 给定初始系统误差 $\mathbf{b}^i = \mathbf{b}_{\text{mit}}$ 。

步骤 5 利用系统误差提议函数在系统误差空间产生一个新系统误差, 即首先设定一个 β 值, 然后利用 $u \sim U_{[0,1]}$ 来产生一个 u , 新的系统误差的产生有如下情况:

(1) $u < \beta$: 全局状态空间抽样产生新的系统误差 Y 。

(2) $u \geq \beta$: 局部状态空间抽样产生新的系统误差 Y 。

步骤 6 计算接受概率, 即利用式(21)的后验分布概率及式(8)表达式计算接受概率 α 。

步骤 7 根据 α 值来对以概率 α 置 $\mathbf{b}^{i+1} = Y$; 以概率 $1 - \alpha$ 置 $\mathbf{b}^{i+1} = \mathbf{b}^i$ 。

步骤 8 判断抽样过程循环是否完成, 若否则, 则令 $\mathbf{b}_{\text{mit}} = \mathbf{b}^{i+1}$, $i = i + 1$, 并返回执行步骤 3。

步骤 9 令 $\mathbf{b}_{\text{mit}} = \mathbf{b}^{i+1}$, 则 $j = j + 1$, 并返回执行步骤 2。

4 仿真结果及性能分析

通过某二维空间对目标在横、纵坐标方向进行系统误差估计的仿真分析。假设目标进行转弯运动, 其运动模型为:

(1) $t < 0$ 时: $x=0; y=0$;

(2) $0 < t \leq t_1$ 时: $x=x_0 + v \cdot t; y=y_0$;

(3) $t_1 < t \leq t_2$ 时: $x = \frac{D}{2} \cdot \sin [(t-t_1)\omega]; y = -D \cdot \sin \left[\left(\frac{t-t_1}{2} \right) \omega \right]^2$;

(4) $t > t_2$ 时: $x = -v \cdot (t-t_2); y = -D$ 。

式中, t 为时间; $t_1 = -\frac{x_0}{v}$, $t_2 = t_1 + \frac{\pi}{\omega}$; x, y 分别为横轴和纵轴位移; x_0, y_0 为目标初始位置; v 为目标横轴方向上的速度; D 为圆周运动直径; ω 为角速度。

假设目标初始位置为 $[x_0, y_0] = [-20\ 000\ \text{m}, 0\ \text{m}]$; 横轴方向上的速度 $v=300\ \text{m/s}$; 角速度 $\omega = a/v$ (a 为转弯处加速度), 此处 $a=20\ \text{m/s}^2$; 圆周运动直径 $D=2\sigma^2/a$ 。 $\mathbf{R} = \text{diag}([4\ 000\ \text{m}^2, 4\ 000\ \text{m}^2])$ 为量测噪声; 假设传感器的未知系统偏差 \mathbf{b}_k 的先验分布 $\pi(\mathbf{b}_k) \equiv 1$; 蒙特卡罗次数为 20 次。

针对时变系统误差和时不变系统误差两种场景分别进行仿真:

(1) 时变系统误差

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{F}_b \mathbf{b}_k + \mathbf{v}_b \quad (22)$$

式(22)为时变系统误差模型, 其中 \mathbf{b}_k 为第 k 次采样时刻的系统误差, \mathbf{F}_b 为系统误差转移阵, \mathbf{v}_b 为系统误差噪声, 且 $\mathbf{F}_b = [1\ 0; 0\ 1]$, 系统误差噪声 \mathbf{v}_b 的方差为 $\mathbf{R}_b = \text{diag}([1\ 000\ \text{m}^2, 1\ 000\ \text{m}^2])$ 。图 1 为目标模型、传感器对目标的观

测及本文算法对目标观测值修正后的轨迹对比图。

从图 1 看出,由于系统误差为时变的,且根据目标的观测模型和系统误差模型,传感器对目标的测量误差会越来越大。算法在每一采样时刻,随着 Markov 链的进行,系统误差的估计值将收敛到一个较好点,本文将该点作为下一个采样时刻 Markov 链的开始端,继续和上一时刻相同的收敛寻优操作。在目标运动的整个采样过程中,每一个时刻 Markov 链的开始端继承了上一时刻的估计值,同时,在此时刻又会找到一个较优收敛点传递给下一时刻。

图 2 为整个采样过程中估计系统误差分别在横、纵坐标和系统误差的比较。可以看出,直线部分充分说明了某一时刻 Markov 链开始端对上一时刻系统误差估计的继承。

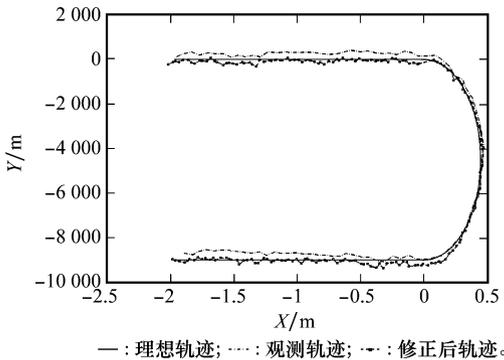
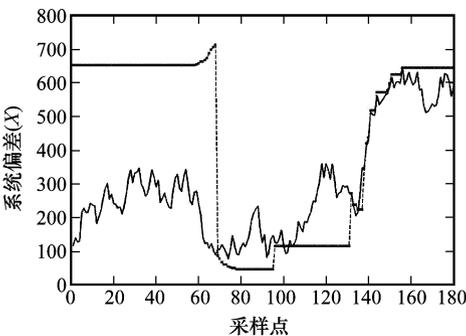
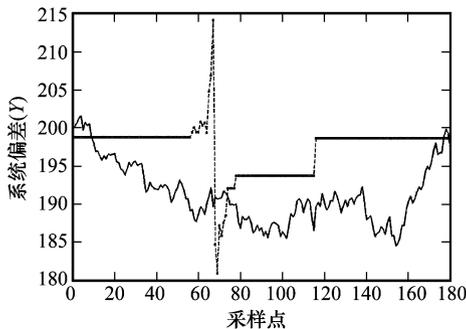


图 1 时变系统误差下修正前和修正后目标轨迹图



(a) X轴系统误差



(b) Y轴系统误差

—: 系统偏差; ···: 估计系统偏差。

图 2 时变系统误差下系统误差比较图

图 3 给出了估计系统误差在蒙特卡罗仿真次数为 20 次后的均方根误差(root mean square error, RMSE)图。可以看出,估计系统误差的 RMSE 呈下降趋势,原因在于每一个时刻 Markov 链的开始端继承了上一时刻的估计值,同时,在此时刻又会找到一个较好的收敛点来传递给下一时刻。

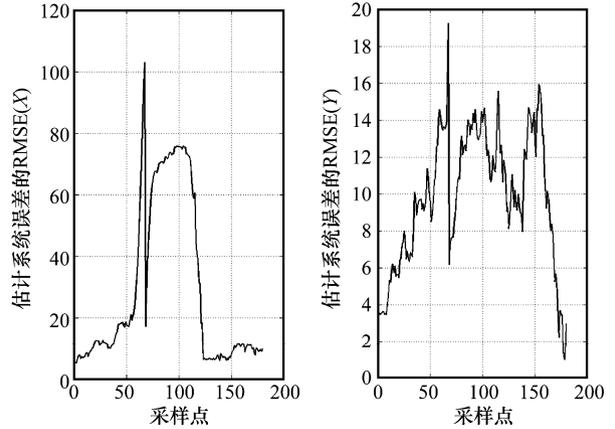


图 3 时变系统误差下估计系统误差 RMSE 图

图 4 为目标估计状态的 RMSE 图。目标估计状态是在目标量测的基础上,通过估计系统误差值来修正目标量测值,可以看出,目标估计状态的 RMSE 也呈下降趋势。

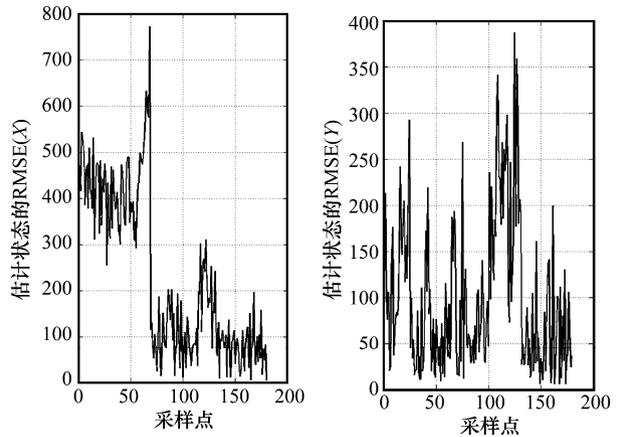


图 4 时变系统误差下估计状态 RMSE 图

(2) 时不变系统误差

将时变系统误差模型变形为 $b_{k+1} = b_k$, 仿真中,假设 $b = [150 \text{ m}, 200 \text{ m}]$ 。利用和时变系统误差同样的仿真方法,可以得出相关的轨迹图、估计系统误差比较图及系统误差和状态的 RMSE 图,如图 5~图 8 所示。

由于在 Metropolis-Hastings 方法中,提议函数选取的不同会影响算法效率,特别是如何选择提议函数方差成为影响算法效率的主要因素^[17]。本文仿真中利用提议函数进行采样的方式有两种,其一是全局状态空间抽样方式,该方式只要状态空间一定,则采样对算法结果没有显著影响;另一种是局部状态空间抽样方式,该方式涉及到方差,不同

方差的选取会导致算法效率的高低变化。

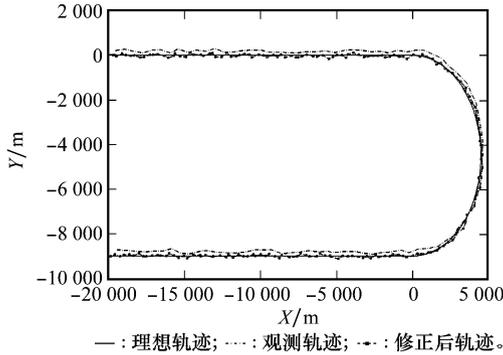
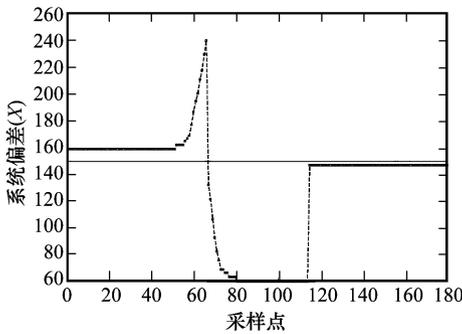
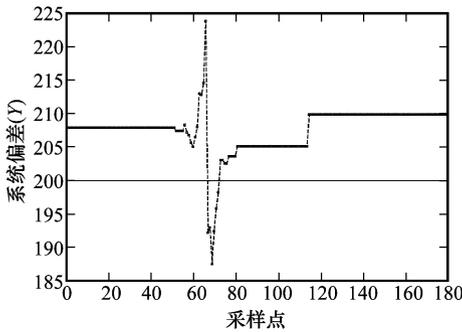


图 5 时不变系统误差下修正前和修正后目标轨迹图



(a) X轴系统误差



(b) Y轴系统误差

—: 系统偏差; ···: 估计系统偏差。

图 6 时不变系统误差下系统误差比较图

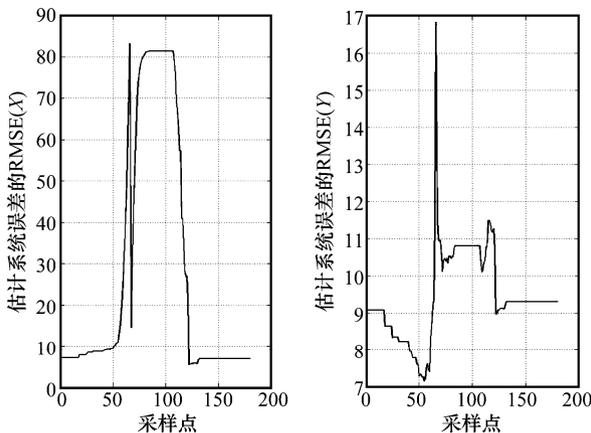


图 7 时不变系统误差下估计系统误差 RMSE 图

通过分析仿真结果可知 Metropolis-Hastings 算法在每次仿真中,系统误差估计不一定达到最优,但通过仿真不断分析,可以得出较合适的参数,使得算法估计性能达到较优。

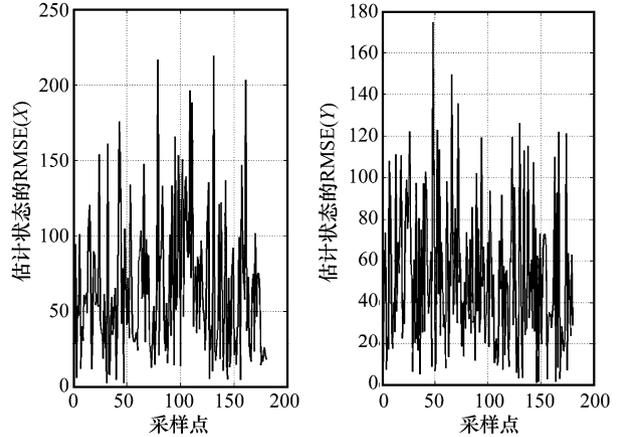


图 8 时不变系统误差下估计状态 RMSE 图

5 结 论

针对目标运动模型不完全跟踪系统中的系统误差配准问题,给出了一种利用 MCMC 的 Metropolis-Hastings 抽样和最大似然估计相结合的系统误差配准方法及其实现步骤。首先利用给定的提议函数在当前系统误差的局部或其所在系统误差空间全局范围内选择样本,然后利用系统误差的最大似然估计导出的等效概率平稳函数作为 Metropolis-Hastings 算法要求构造的概率密度函数来建立 Markov 链。本文方法保证 Markov 链收敛性的同时,提高抽样的全局能力。但由于 Metropolis-Hastings 算法受提议函数中参数的影响,因此,需要通过合理选择提议函数成为提高算法效率的途径,如何依据实际背景找到合适的提议函数是值得进一步研究的问题。

参 考 文 献:

[1] 周林,潘泉,梁彦. 改进 SA-PSO 在系统误差配准中的应用[J]. 光电工程, 2010, 37(9): 27 - 31. (Zhou L, Pan Q, Liang Y. Application of improved SA-PSO in the system error registration[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, 37(9): 27 - 31.)

[2] Burke J J. The SAGE real time quality control function and its interface with BUIC-II/BUIC-III [R]. MITRE Corporation Technical Report, 1966.

[3] Leung H, Blanchette M. A least square fusion of multiple radar data[C]// *Proc. of Radar*, 1994; 364 - 369.

[4] Bar-Shalom Y. *Multitarget-multisensor tracking: advanced applications*[M]// Dana M P. Registration; a prerequisite for multiple sensor tracking. Norwood, MA: Artech House, 1990.

[5] Zhou Y F, Henry L, Martin B. Sensor alignment with earth-centered earth-fixed (ECEF) coordinate system[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 35(2): 410 - 417.

- [6] Zhou Y F, Henry L. An exact maximum likelihood registration algorithm for data fusion[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(6):1560 - 1572.
- [7] Dhar S. Application of a recursive method for registration error correction in tracking with multiple sensors [C] // *Proc. of American Control Conference*, 1993:875 - 879.
- [8] Dela C E J, Alouani A T, Rice T R, et al. Sensor registration in multisensor systems[C] // *Proc. of the SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets*, 1992:382 - 393.
- [9] Friedland B. Treatment of bias in recursive filtering[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1969, 14(4):359 - 367.
- [10] Ignagni M B. An alternate derivation and extension of Friedland's two-stage Kalman estimator[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1981, 26(3):746 - 750.
- [11] Haim K, Hava T S. Sensor registration using neural networks[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(1):85 - 100.
- [12] 王波, 李瑞涛, 王灿林. 一种改进的变异粒子群算法研究[J]. 军械工程学院学报, 2006, 18(3):50 - 52. (Wang B, Li R T, Wang C L. An improved particle swarm optimizer[J]. *Journal of Ordnance Engineering College*, 2006, 18(3):50 - 52.)
- [13] 王波, 王灿林, 董云龙. 吸收变异的粒子群算法及应用[J]. 海军航空工程学院学报, 2006, 21(4):410 - 412. (Wang B, Wang C L, Dong Y L. Convergence mutation particle swarm optimization and application[J]. *Journal of Naval Aeronautical Engineering Institute*, 2006, 21(4):410 - 412.)
- [14] Andrieu C, De Freitas N, Doucet A, et al. An introduction to MCMC for machine learning[J]. *Machine Learning*, 2003, 50(1):5 - 43.
- [15] Metropolis N, Rosenbluth A W, Rosenbluth M N, et al. Equations of state calculations by fast computing machines[J]. *Journal of Chemical Physics*, 1953, 21(6):1087 - 1091.
- [16] Hastings W K. Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications[J]. *Biometrika*, 1970, 57(1):97 - 109.
- [17] 陈平, 徐若曦. Metropolis-Hastings 自适应算法及其应用[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(1):100 - 108. (Chen P, Xu R X. Metropolis-Hastings adaptive algorithm and its application[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2008, 28(1):100 - 108.)
- [18] 金勇, 李捷, 黄建国. 基于 Metropolis-Hastings 抽样短采样宽带信号方位估计 AML 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(12):2809 - 2812. (Jin Y, Li J, Huang J G. AML algorithm for short sampling wideband signal DOA estimation based on Metropolis-Hastings sampling[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(12):2809 - 2812.)
- [19] Chen J C, Hudson R E, Yao K. Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wideband signals in the near-field[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, 50(8):1843 - 1854.