

基于修正 IEKF 的 IRST 系统多站融合跟踪

张俊根, 姬红兵

(西安电子科技大学电子工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对红外搜索跟踪(infrared search and track, IRST)系统单站情况下的弱可观测强非线性问题, 提出了一种基于修正迭代扩展卡尔曼滤波(modified iterated extended Kalman filter, MIEKF)的多站融合跟踪算法。按照高斯-牛顿迭代方法对 IEKF 中的测量更新进行修正, 并推导了最大似然迭代终止条件, 减小了非线性滤波的线性化误差。结合集中式融合跟踪算法, 应用于 IRST 系统多站目标跟踪。以三站为例进行仿真研究, 结果表明所提算法的跟踪性能要优于 EKF 和 UKF。

关键词: 目标跟踪; 迭代扩展卡尔曼滤波; 高斯牛顿迭代; 红外搜索跟踪系统

中图分类号: TN 953

文献标志码: A

Modified iterated extended Kalman filter based multi-observer fusion tracking for IRST

ZHANG Jun-gen, JI Hong-bing

(School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: Aiming at the weakly observability and highly nonlinearity of a single observer of infrared search and track (IRST) systems, a multi-observer fusion tracking algorithm based on modified iterated extended Kalman filter (MIEKF) is proposed. The IEKF is modified by providing a new measurement update with Gauss-Newton iteration algorithm, then an iterative termination condition is deduced based on a maximum likelihood criterion, thus the linearity error is reduced. Finally the MIEKF combining with the central fusion tracking algorithm is applied to multi-observer target tracking of IRST. Simulation results show that the proposed algorithm is better than EKF and UKF for a three-observer target tracking system.

Keywords: target tracking; iterated extended Kalman filter; Gauss-Newton iteration; infrared search and track

0 引言

红外搜索与跟踪(infrared search and track, IRST)系统是一类重要的无源探测系统, 通过采用热点跟踪方式对目标进行探测跟踪, 与雷达系统相比, 它具有隐蔽性好、抗干扰能力强等优点。通常 IRST 系统只能提供目标角度量测信息, 单站情况下有可能构成不可观测系统, 将会导致跟踪滤波器的不稳定和发散。解决这一问题的有效方法是采用多站集中式融合跟踪^[1], 由于其搜索范围大、作用距离远和可靠性高等显著特点, 越来越受到人们的重视。多站集中式融合跟踪将各观测站的量测数据送至融合中心进行融合跟踪处理, 在融合中心处理机及通信带宽的性能满足跟踪系统要求的情况下, 可实时地跟踪目标。

由于缺乏距离信息, 直角坐标系下的观测方程为非线性方程。解决非线性滤波问题的经典算法是扩展卡尔曼滤波(exended Kalman filter, EKF)^[2], 它通过对非线性函数的 Taylor 级数展开进行一阶线性化截断处理, 从而将非线性问题线性化。然而, 这种线性化处理方法有可能会使系统产生较大的误差, 使滤波器不稳定^[3]。为减小线性化误差, 文献[4]提出了修正增益扩展卡尔曼滤波(modified gain exended Kalman filter, MGEKF), 通过计算修正的卡尔曼增益来改善性能; 文献[5]研究了一种修正非线性函数的简化算法, 但都是基于非线性系统函数可修正这样一个假设。文献[6]给出了修正协方差的扩展卡尔曼滤波算法(modified covariance exended Kalman filter, MVEKF), 利用滤波值对非线性方程进行再线性化处理, 性能改善与 MGEKF

相当,该方法实际可看作是迭代扩展卡尔曼滤波(iterated extended Kalman filter, IEKF)进行一次迭代的特例。文献[7]提出了无迹卡尔曼滤波(un-scented Kalman filter, UKF),性能有很大提高,但随着维数增加,计算量也会有较大增加。

本文对 IEKF 中的测量更新按照高斯牛顿迭代方法进行修正,并基于最大似然准则推导出了迭代终止条件,减小了非线性滤波的线性化误差。结合集中式融合跟踪方法,应用于IRST系统中,仿真结果表明所提算法的跟踪性能要优于 EKF、IEKF 以及 UKF。

1 IRTS 系统多站集中式融合跟踪问题

考虑直角坐标系下 IRTS 系统多站跟踪单目标,以二维情况为例,选取坐标系如图 1 所示,其中 $S_i(x_{s_i}, y_{s_i})$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 为 N 个观测站, $X_k(x_k, y_k)$ 为 k 时刻目标位置。

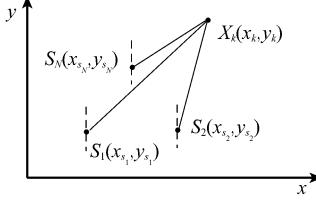


图 1 目标与观测站的空间位置

假设目标作匀速直线运动,状态方程为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$ 表示 k 时刻目标运动状态矢量

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为状态转移矩阵, T 是采样周期, \mathbf{w}_{k-1} 是相应的过程噪声,协方差为 \mathbf{Q}_{k-1} 。

在对 N 个观测站的测量数据进行融合处理过程中,为获得目标的可靠信息需把各观测站测得的数据转换到公共参考坐标系中,但由于存在观测站的偏差和测量误差,直接进行转换很难保证精度和发挥出利用多站的优越性,因此在对观测数据进行处理时需要做一些配准工作^[8-9]。本文主要是针对目标跟踪过程中滤波问题进行研究,在此,我们假定各站的测量数据在进行融合处理时已经完成了数据配准(时空配准),即 k 时刻由 N 个观测站获得的同一坐标系的测量数据同时送到融合中心进行融合跟踪处理。则由第 i 个观测站提供的测量数据为

$$z_{s_i, k} = \beta_{s_i, k} + v_{s_i, k} \quad (2)$$

其中

$$\beta_{s_i, k} = h_{s_i}(\mathbf{x}_k) = \arctan \frac{y_i - y_k}{x_i - x_k} \quad (3)$$

式中, $z_{s_i, k}$ 是第 i 个观测站的方位观测; $v_{s_i, k}$ 是观测噪声。假设为零均值高斯白噪声, 方差为 $\sigma_{s_i}^2$, 且各观测站的观测噪

声相互独立,则系统观测噪声协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_k = \text{diag} [\sigma_{s_1}^2, \sigma_{s_2}^2, \dots, \sigma_{s_N}^2] \quad (4)$$

可以看出,式(2)的观测方程为目标状态量的非线性函数,经典的 EKF 由于其对非线性方程进行线性化近似,可能会给系统带来较大误差。

2 迭代扩展卡尔曼滤波(IEKF)及其修正算法

IEKF 与 EKF 的不同之处主要在于测量更新过程,对于 IEKF, 在得到状态预测 $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 及相应的协方差 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 后, 进行如下的迭代运算

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k, 0} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}, \mathbf{P}_{k|k, 0} = \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k, i+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k, i} +$$

$$\mathbf{K}_{k, i} (\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k, i}) - \mathbf{H}_{k, i} (\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k, i})) \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{k|k, i+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k, i} \mathbf{H}_{k, i}) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (7)$$

式中

$$\mathbf{H}_{k, i} = \left. \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k|k, i}} \quad (8)$$

$$\mathbf{K}_{k, i} = \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{H}_{k, i})^T (\mathbf{H}_{k, i} \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{H}_{k, i})^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (9)$$

式中, i 为迭代次数。迭代终止条件在不同的情况下可以不相同,一个通常采用的迭代终止准则是: $\|\hat{\mathbf{x}}_{k, i+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k, i}\| \leq V_{th}$, 其中 $\|\mathbf{y}\| = \sqrt{\mathbf{y}^T \mathbf{y}}$ 是 $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$ 上的普通范数, V_{th} 为预设门限值。

文献[10]证明了 IEKF 迭代结果与高斯牛顿方法估计的结果是一致的,因此 IEKF 可以保证全局收敛。理论上, IEKF 优于 EKF 和 MVEKF,然而,实际中并不完全如此,因为:① 文献[10]给出的结论是建立在必须满足局部线性化条件的假设之上,也就是说,状态估计必须足够接近于真实值,这在很多应用中不是总能成立,因为初始估计误差可能会很大。② 高斯牛顿方法虽然能保证全局收敛,但不能保证达到似然面^[11]。另外,预设门限 V_{th} 对迭代过程很关键,要选择一个合适的值不容易。

为此,对 IEKF 进行修正。为方便起见,把当前观测与状态估计合并为一个“观测”向量,因此得到扩展的观测量与测量方程

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}, \mathbf{x}^-]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [h(\mathbf{x}), \mathbf{x}]^T \quad (11)$$

式中, \mathbf{x}^- 为迭代初始值, \mathbf{Z} 服从高斯分布 $N(\mathbf{g}(\mathbf{x}), \bar{\mathbf{Q}})$, $\bar{\mathbf{Q}} = [\mathbf{R} \ 0]^T$, \mathbf{P} 是 \mathbf{x}^- 的协方差阵。这样,更新问题就可以描述成: 给定 $\mathbf{Z}, \bar{\mathbf{Q}}$ 和 \mathbf{g} , 找到更好的状态估计和对应的协方差。

按照高斯牛顿方法,对于目标函数

$$f(\xi) = \frac{1}{2} \|r(\xi)\|^2 \quad (12)$$

其中, 函数 $r: \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ 是二阶可微的, 迭代公式可表示为

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i - (r'(\mathbf{x}_i)^T r'(\mathbf{x}_i))^{-1} r'(\mathbf{x}_i)^T r(\mathbf{x}_i) \quad (13)$$

定义

$$\mathbf{r}(\xi) = \mathbf{S}(\mathbf{Z} - g(\xi)) \quad (14)$$

其中, 满足

$$\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \bar{\mathbf{Q}}^{-1} \quad (15)$$

并有

$$r'(\xi) = -\mathbf{S}g'(\xi) \quad (16)$$

$$g'(\xi) = \frac{\partial g(\xi)}{\partial \xi} = [\mathbf{H}, \mathbf{I}]^T \quad (17)$$

将式(10)、式(11)和式(14)带入式(13), 并利用矩阵求逆引理可得

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{x}_i + (g'(\mathbf{x}_i)^T \mathbf{S}^T \mathbf{S} g'(\mathbf{x}_i))^{-1} g'(\mathbf{x}_i)^T \mathbf{S}^T \mathbf{S} (\mathbf{Z} - g(\mathbf{x}_i)) = \\ &= (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_i + \mathbf{P}^{-1})^{-1} (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - h(\mathbf{x}_i) + \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i) + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{x}^-) = \\ &= \mathbf{x}^- + (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_i + \mathbf{P}^{-1})^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{z} - h(\mathbf{x}_i) - \mathbf{H}_i(\mathbf{x}^- - \mathbf{x}_i)) = \\ &= \mathbf{x}^- + \mathbf{K}_i(\mathbf{z} - h(\mathbf{x}_i) - \mathbf{H}_i(\mathbf{x}^- - \mathbf{x}_i)) = \\ &= \mathbf{x}^- + \mathbf{K}_i(\mathbf{e}_z + \mathbf{e}_x) \end{aligned} \quad (18)$$

式中

$$\mathbf{K}_i = (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}_i + \mathbf{P}^{-1})^{-1} \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}^{-1} \quad (19)$$

$$\mathbf{e}_z = \mathbf{z} - h(\mathbf{x}_i) \quad (20)$$

$$\mathbf{e}_x = \mathbf{H}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}^-) \quad (21)$$

比较式(18)和式(6), 可发现 IEKF 的状态迭代估计实际上和高斯牛顿迭代是一致的。式(18)中, 测量更新包括两项, 即 \mathbf{e}_z 和 \mathbf{e}_x 。很明显 \mathbf{e}_x 包含 \mathbf{x}^- , 因此初始值 \mathbf{x}^- 的优劣将直接对迭代的最终效果产生很大影响^[12]。

为减小 \mathbf{x}^- 的影响, 重新定义

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{z}, \mathbf{x}_i]^T \quad (22)$$

则有 $\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{P}_i \end{bmatrix}$, 按以上推导, 做一步高斯牛顿迭代, 更

新公式可写为

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \mathbf{K}_i(\mathbf{z} - h(\mathbf{x}_i)) \quad (23)$$

同时, 协方差矩阵也需要更新, 这样, 就得到一组新的状态和协方差迭代测量更新公式

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k,i+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k,i} + \mathbf{K}_{k,i}(\mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k,i})) \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{k|k,i+1} = \mathbf{P}_{k|k,i} - \mathbf{K}_{k,i} \mathbf{H}_{k,i} \mathbf{P}_{k|k,i} \quad (25)$$

式中

$$\mathbf{K}_i = ((\mathbf{H}_{k,i})^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_{k,i} + (\mathbf{P}_{k|k,i})^{-1})^{-1} (\mathbf{H}_{k,i})^T \mathbf{R}_k^{-1} \quad (26)$$

下面推导最大似然迭代终止条件。对于 \mathbf{Z} , 可以得到似然函数计算式

$$\Lambda(\xi) = \text{const} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{Z} - g(\xi))^T \bar{\mathbf{Q}}^{-1} (\mathbf{Z} - g(\xi)) \right] \quad (27)$$

其中 ξ 为一自由变量, 进一步可以得到状态 \mathbf{x} 的最大似然估计

$$\mathbf{x}^* = \arg \max [\Lambda(\xi)] \quad (28)$$

式(28)等价于

$$\mathbf{x}^* = \arg \min [q(\xi)] \quad (29)$$

其中

$$q(\xi) = -\frac{1}{2} (\mathbf{Z} - g(\xi))^T \bar{\mathbf{Q}}^{-1} (\mathbf{Z} - g(\xi)) \quad (30)$$

假定 $q(\xi_{i+1}) < q(\xi_i)$, 即是说, $q(\xi_{i+1})$ 要比 $q(\xi_i)$ 更接近于最大似然面, ξ_{i+1} 要比 ξ_i 更接近于最优解。根据式(10)、式(11)、式(22)和式(30), 有

$$\begin{aligned} &[\mathbf{z} - h(\xi_{i+1})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - h(\xi_{i+1})] + \\ &(\mathbf{x}_i - \xi_{i+1})^T \mathbf{P}_i^{-1} (\mathbf{x}_i - \xi_{i+1}) < \\ &[\mathbf{z} - h(\xi_i)]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - h(\xi_i)] + \\ &(\mathbf{x}_i - \xi_i)^T \mathbf{P}_i^{-1} (\mathbf{x}_i - \xi_i) \end{aligned} \quad (31)$$

令 ξ_i 为每次迭代估计值, 式(31)就简化为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k,i}^T \mathbf{P}_{k|k,i-1}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{k,i} + \tilde{\mathbf{z}}_{k,i}^T \mathbf{R}_k^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_{k,i} < \tilde{\mathbf{z}}_{k,i-1}^T \mathbf{R}_k^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_{k,i-1} \quad (32)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k,i} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k,i} - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \quad (33)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{k,i} = \mathbf{z}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k,i}) \quad (34)$$

3 基于 MIEKF 的 IRST 系统多站融合跟踪算法

从以上分析可知, 修正迭代扩展卡尔曼滤波算法(modified iterated extended Kalman filter, MIEKF)减小了非线性滤波带来的线性化误差。将 MIEKF 引入 IRST 系统多站融合跟踪, 算法步骤如下:

步骤 1 初始化 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \hat{\mathbf{x}}_0$, $\mathbf{P}_{0|0} = \mathbf{P}_0$

步骤 2 状态预测

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (35)$$

协方差预测

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \quad (36)$$

步骤 3 迭代更新:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{for } i = 1:N_i \text{ (} N_i \text{ 为迭代次数)} \\ \text{利用式(24)和式(25)进行状态及协方差更新} \\ \text{判断不等式(32)成立否, 若不成立, 迭代继} \\ \text{续; 否则, 迭代终止, 输出结果} \\ \text{end for} \end{array} \right.$

4 仿真与结果分析

假设 IRST 系统采用三个观测站跟踪同一平面上的单个运动目标, 三站观测数据已在融合中心配准, 且互不相关, 观测站呈正三角形布局, 位置坐标分别为 $S_1(20 \text{ m}, 20 \text{ m})$, $S_2(30 \text{ m}, 20 \text{ m})$, $S_3(25 \text{ m}, 28.66 \text{ m})$, 每个观测站的方位角测量噪声标准差为 $\sigma_{S_i} = 1 \text{ mrad}$, $i=1,2,3$, 目标观测方程满足式(2), 采样周期 $T=1 \text{ s}$, 目标作匀速直线运动, 初始状态为 $\mathbf{x}_0 = [2 \text{ km}, 3 \text{ km}, 120 \text{ m/s}, 0]^T$, 运动方程如式(1)所述, Monte Carlo 仿真次数 $M=1000$ 。实验是在一台 Pentium 4 CPU 3.06 GHz 计算机上利用 Matlab 完成的。考察算法的目标跟踪均方根误差, 定义如下

$$E_k = \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [(x_{k,j} - \hat{x}_{k|k,j})^2 + (y_{k,j} - \hat{y}_{k|k,j})^2] \right]^{1/2} \quad (37)$$

图 2 为四种算法的均方根估计误差, 表 1 给出了不同观测误差下各算法目标跟踪的均方根误差均值及平均运行时间对比。

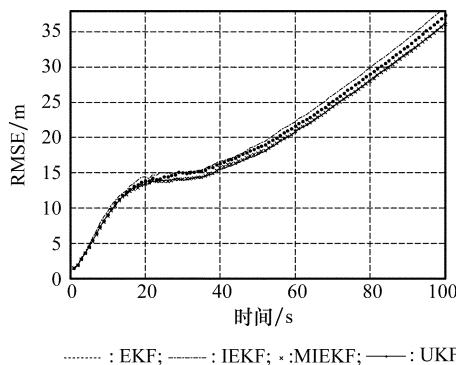


图2 均方根估计误差

表1 均方根误差均值及平均运行时间

σ_{S_i} /mrad	算法	均方根误差均值/m	运行时间/s
1	EKF	18.979 9	0.023 769
	IEKF	19.549 2	0.045 57
	MIEKF	18.125 6	0.038 488
	UKF	18.291 3	0.085 165
1.5	EKF	21.023 1	0.024 493
	IEKF	21.288 1	0.031 467
	MIEKF	19.872 3	0.039 564
	UKF	19.985 8	0.088 336
2	EKF	23.381	0.025 418
	IEKF	23.695 8	0.032 938
	MIEKF	22.029 1	0.040 134
	UKF	22.183 9	0.089 131

从仿真结果可以看出,在目标整个运动过程中,本文提出的MIEKF算法跟踪误差最小,随着时间的增加,观测距离增大,观测误差也将增大,相比较于EKF,IEKF的跟踪精度反而变差了,这主要是因为IRST系统多站融合跟踪应用中不能很好地满足局部线性化条件,迭代终止条件对算法性能也有一定的影响。MIEKF在这两方面进行了修正,减小了非线性滤波的线性化误差,跟踪性能要优于EKF,稍好于UKF。

从表1可知,随着观测噪声强度的增大,各算法的跟踪误差都有所增大,与EKF,IEKF相比较,本文提出的MIEKF算法跟踪误差都要小,比UKF稍小,并且跟踪精度提高更明显。从算法运行时间上看,MIEKF比EKF稍大,但比UKF要小得多。

5 结束语

本文提出了一种基于MIEKF的IRST系统多站融合跟踪算法,解决了单站情况下系统的弱可观测强非线性

问题,与传统的EKF相比较,取得了更好的跟踪性能,比UKF也稍好,运算时间要稍大于EKF,但比UKF要小得多。

参考文献:

- [1] Bar-shalom Y, Li X R. *Multitarget-multisensor tracking: principles and techniques*[M]. Storrs: YBS Publishing, 1995.
- [2] Bar-shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. *Estimation with application to tracking and navigation: theory, algorithm, and software*[M]. New York: Wiley, 2001.
- [3] Merwe van der R. *Sigma-point Kalman filters for probabilistic inference in dynamic state-space models*[D]. Portland: Oregon Health Sciences University, 2004.
- [4] Song T, Speyer J. A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1985, 30(10): 940–949.
- [5] Galkowski P J, Islam M A. An alternative derivation of modified gain function of song and speyer[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1322–1326.
- [6] Guo F, Sun Z, Huangfu K. A modified covariance extended Kalman filtering algorithm in passive location[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing*, 2003: 307–311.
- [7] Julier S J, Uhlmann J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2000, 45(3): 477–482.
- [8] 韩崇昭,朱洪艳,段战胜,等.多源信息融合[M].北京:清华大学出版社,2006.
- [9] 李达,李少洪.一种新的地心地固坐标系传感器配准算法[J].系统工程与电子技术,2007,29(1):143–146.(Li Da, Li Shao-hong. New registration algorithm of sensor in earth-centered earth-fixed (ECEF) coordinate system[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(1): 143–146.)
- [10] Bell B M, Cathey F W. The iterated Kalman filter update as a Gauss-Newton method[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1993, 38(2): 294–297.
- [11] Johnston L A, Krishnamurthy V. Derivation of a sawtooth iterated extended Kalman smoother via the AECD algorithm [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, 49(9): 1899–1909.
- [12] 杨争斌,钟丹星,郭福成,等.一种基于高斯牛顿迭代的单站无源定位算法[J].系统工程与电子技术,2007,29(12):2006–2009.(Yang Zhengbin, Zhong Danxing, Guo Fucheng. Gauss-Newton iteration based algorithm for passive location by a single observer[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(12): 2006–2009.)