

变厚度轧制时质量守恒的表述方式

刘相华^{①②}, 张广基^{①②*}, 支颖^②

① 东北大学研究院, 沈阳 110819;

② 东北大学轧制技术及连轧自动化国家重点实验室, 沈阳 110819

* 联系人, E-mail: zhanggj_neu@163.com

2012-10-14 收稿, 2012-11-27 接受

国家自然科学基金(50974039, 51174249)资助

摘要 在等厚度稳定轧制过程中, 质量守恒定律通常被表述为秒流量相等原则. 变厚度轧制时仍需满足质量守恒定律, 但是否遵守秒流量相等原则, 需要进行充分论证. 本文从分析变厚度轧制的几何关系及微元体变形入手, 研究了轧辊在垂直方向的刚性位移速度对微元体变形的影响. 采用拉格朗日构形和欧拉构形两种方法论证了变厚度轧制时秒流量相等关系不再成立, 秒流量差与轧辊垂直方向刚性位移速度有关. 在轧辊旋转角速度 ω 给定的条件下, 趋厚轧制时秒流量逐渐增大, 趋薄轧制时秒流量逐渐减小. 对变厚度轧制过程, 质量守恒定律可以表述为变形区及各个微元体发生塑性变形时体积保持不变, 但不能表述为秒流量相等.

关键词

变厚度轧制
质量守恒
秒流量
几何关系
轧制速度

节能节材产品纵向变厚度钢板^[1](longitude profile plate, LP 钢板)和差厚板^[2](tailor rolled blank, TRB)的工业应用引起了人们对变厚度轧制理论和技术的关注^[3]. 2011年提出适用于变厚度轧制的力平衡微分方程^[4](VGR-F 方程), 为变厚度轧制过程力能参数的研究提供了一个新的基础, 开始了对变厚度轧制的有限元模拟研究^[5], 而对变厚度轧制运动学的研究还不够深入, 对过去普遍采用的秒流量相等原则在变厚度轧制时的适用性需要进行严格论证. 变厚度轧制时的速度关系、前滑、中性角以及建立控制模型等都与变厚度轧制的运动学基本规律有关. 因此, 本文从变厚度轧制过程中的几何关系、金属流动和微元体的变形分析入手, 对其运动学特征进行研究.

1 变厚度轧制过程的特点

1.1 分析变厚度轧制的基本假设

参照文献[3], 变厚度轧制过程可分为趋薄轧制(downwards rolling, DR)和趋厚轧制(upwards rolling,

UR), 如图 1 所示. 分析这两种变厚度轧制情况时采用的基本假设如下:

(i) 忽略宽展, 取平面变形条件; (ii) 取平断面假设, 假设在同一垂直断面上轧件各点的水平速度相等; (iii) 忽略轧件弹性变形, 轧件为均匀连续的刚塑性材料, 其密度不变; (iv) 假设轧辊弹性变形后接触弧仍为圆弧, 其等效半径为 R ; (v) 忽略接触弧以外轧件的塑性变形, 假设轧件进入接触弧之前和脱离接触弧之后, 仅作刚体运动, 其运动方向与轧制方向一致; (vi) 来料轧前为等厚度板材.

各种复杂形状的 LP 板和 TRB 板均可看作一段或多段趋薄轧制、趋厚轧制与等厚轧制的组合, 其中两段等厚度轧制之间的区域称为过渡区. 过渡区的形状可根据零部件负荷条件设定, 由轧辊在垂直方向的刚性位移速度(v_y)与轧辊旋转角速度(ω)之间的关系(图 1)来控制.

1.2 变厚度轧制的几何关系

由图 1 可见, 在 $t=t_0$ 时刻, 存在以下几何关系:

引用格式: 刘相华, 张广基, 支颖. 变厚度轧制时质量守恒的表述方式. 科学通报, 2013, 58: 1769-1774

Liu X H, Zhang G J, Zhi Y. On the law of mass conservation for variable gauge rolling (in Chinese). Chin Sci Bull (Chin Ver), 2013, 58: 1769-1774, doi: 10.1360/972012-132

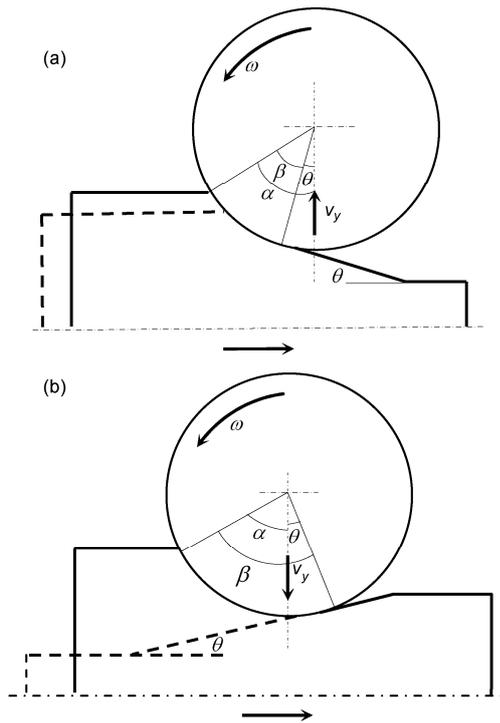


图1 变厚度轧制示意图
(a) 趋厚轧制; (b) 趋薄轧制

$$\beta = \alpha \pm \theta, \quad (1)$$

式中, β 为接触角, α 为等厚轧制的咬入角. 前期研究已证明^[6], 当过渡区边界为直线时, 圆心角 θ 等于过渡区倾角. 式中, 趋厚轧制取“-”号, 趋薄轧制取“+”号. 从过渡区的起始点到结束点, 压下量 Δh_i , 接触角 β 和接触弧长 l_c 是逐渐变化的, 此时接触弧长可按照下式计算:

$$l_c = \sqrt{R\Delta h_i - \frac{\Delta h_i^2}{4}} \pm R \sin \theta, \quad (2)$$

式中, R 为考虑弹性压扁的等效轧辊半径. 当 v_y (指辊缝增加或减小的速度) 为常数时, 有

$$\Delta h_i = \Delta h_k \pm v_y t, \quad (3)$$

式中, 对于趋薄轧制, $k = 0$, Δh_0 为厚区压下量; 对于趋厚轧制, $k = 1$, Δh_1 为薄区压下量; t 为从变厚度轧制开始算起的时间, 当 θ 和 Δh_i 较小时

$$l_c = \sqrt{R\Delta h_i} \pm R\theta = \sqrt{R(\Delta h_k \pm v_y t)} \pm R\theta, \quad (4)$$

等厚轧制时, $\theta = 0$, 厚区 ($k = 0$) 和薄区 ($k = 1$) 的接触弧长分别为

$$l_0 = \sqrt{R\Delta h_0}, \quad l_1 = \sqrt{R\Delta h_1}, \quad (5)$$

轧件在出口处(脱离轧辊处)的厚度为 h_c :

$$h_c = h_1 + 2R(1 - \cos \theta). \quad (6)$$

研究变厚度轧制过程需要注意以下 3 点: (1) 变厚度轧制时轧件在变形区出口的位置不在二辊连心线上, 轧件离开轧辊处的厚度应按照式(6)计算, 其不等于有载辊缝 h_1 ; (2) 变厚度轧制不能等同于一系列等厚度轧制过程的组合, 即使瞬间二者的入口、出口厚度相同, 其速度场也不同; (3) 变厚度轧制时压下量随时间改变, 由此带来接触弧长、变形区范围等均发生变化.

1.3 变厚度轧制的运动学关系

设轧辊在以恒定角速度旋转的同时, 以恒定的刚性位移速度向增加辊缝(趋厚轧制)或向减小辊缝(趋薄轧制)的方向移动. 采用拉格朗日构形并取随动坐标系^[7], 采用工程法(slab method)在变形区内取 $PP'Q'Q$ 微元体, 将其看作 PP' 线段代表的金属微元沿辊面向前运行经 Δt 时间扫过的面积, 在此过程中 PP' 被压缩到 QQ' , 如图 2 所示.

当 $v_y = 0$ 时, 厚度方向压缩量可由勾股定理得到:

$$\frac{1}{2} \delta h = \sqrt{R^2 - x_q^2} - \sqrt{R^2 - x_p^2}, \quad (7)$$

$$h_{xq} = h_{xp} - \delta h, \quad (8)$$

式中, x_p 和 x_q 分别为 P 点和 Q 点的 x 轴坐标. 考虑 v_y 对微元体变形的影响, 则有

$$\delta h' = \delta h \pm v_y \Delta t, \quad (9)$$

$$h'_{xq} = h_{xp} - \delta h' = h_{xp} - \delta h \pm v_y \Delta t. \quad (10)$$

2 质量守恒定律在变厚度轧制过程中的应用

2.1 问题的提出

研究塑性加工问题时, 质量守恒定律在材料密度恒定时可表述为体积不变条件, 对稳态轧制过程, 单位时间内流过变形区中任意横断面的材料体积均相等, 即秒流量相等原则, 其表述方式如下:

$$F_0 v_0 = F_1 v_1 = F_2 v_2 = F_i v_i = \dots = F_n v_n = M, \quad (11)$$

式中, F_i 为轧件横断面面积, v_i 为轧件水平速度, M 为常数. 在平面变形条件下, 轧件宽度 b 为常数, 有

$$v_i = \frac{F_0}{F_i} v_0 = \frac{h_0}{h_i} v_0, \quad (12)$$

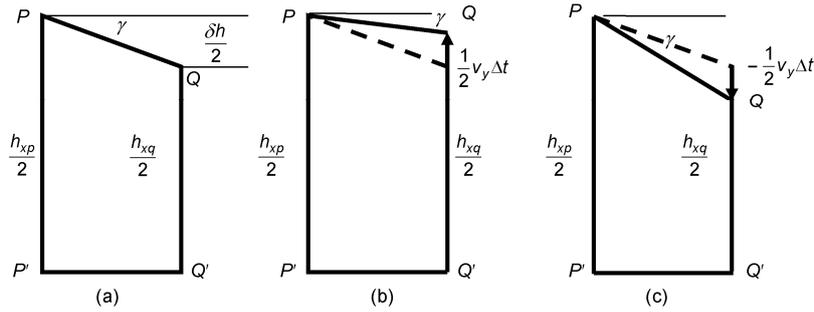


图 2 微元体变形后的尺寸关系

(a) 等厚轧制; (b) 趋厚轧制; (c) 趋薄轧制. γ 表示微元体处的接触角

式中, h_i 为轧件厚度. 秒流量相等原则是研究等厚度稳定轧制过程的基本规律, 在研究轧件变形、速度及前滑中发挥了重要作用^[8]. 而对于轧辊存在刚性垂直运动的变厚度轧制过程, 应考虑辊缝变化, 则其秒流量相等关系(式(12))将做如何变化? 现论证如下.

在工件的薄区和厚区进行等厚度轧制时, 在同一区内满足秒流量相等原则:

$$M_0 = h_0 \times v_{x0} = C_0 \text{ (厚区)},$$

$$M_1 = h_1 \times v_{x1} = C_1 \text{ (薄区)}. \quad (13)$$

当 ω 确定时, 对式(13)中取中性点处的轧件速度, 因 $h_0 > h_1$, 故 $M_0 > M_1$. 又因轧制过程满足质量守恒定律, 根据上述基本假设(3), 在过渡区内轧件均匀连续、无间断点、无阶跃点, 其秒流量必为光滑连续函数, 如图 3 所示. 由图 3 可见, 从长程趋势看, 趋厚轧制时秒流量逐渐增加, 趋薄轧制时秒流量逐渐减

小. 下面对此进行深入讨论.

2.2 遵从质量守恒的流量、体积及速度关系

在变厚度轧制理论与应用研究中, 无论是建立基本方程^[9]还是进行轧制力^[10]、辊缝设定^[11]等参数计算, 都不可避免会涉及前滑、速度和流量等. 明确其秒流量关系对轧机的辊缝精确设定和厚度高精度控制具有重要意义.

(i) 采用拉格朗日构形(Lagrange configuration). 着眼于构建在轧件上的随动坐标系, 分析变厚度轧制时的秒流量关系, 如图 4 所示. 将轧前的轧件看作由一系列等高 H 、等宽 Δl 的微元体组成, 这些微元体之间满足连续性条件. 轧件进入变形区以后, 按照轧制前、轧制中和轧制后微元体质量守恒条件, 将变形区划分为若干平行的微单元. 在变厚度轧制中的

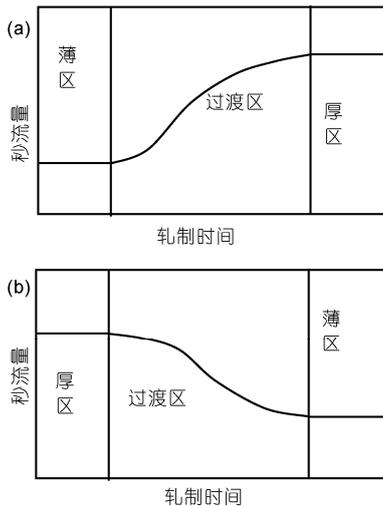


图 3 变厚度轧制过程秒流量的变化示意图

(a) 趋厚轧制; (b) 趋薄轧制

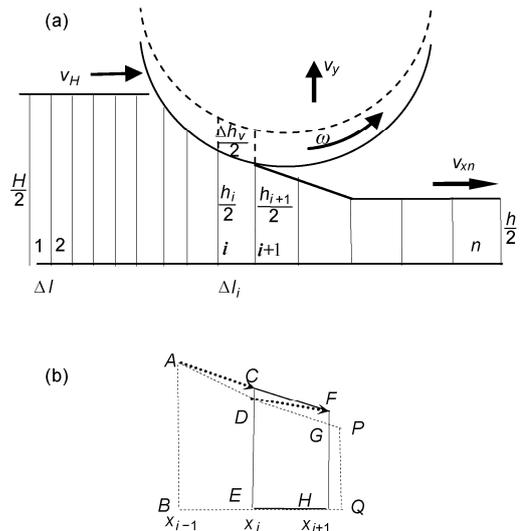


图 4 随动坐标系中变厚度轧制中的质量守恒关系

(a) t_0 时刻; (b) $t_1 = t_0 + \Delta t$ 时刻

任何瞬间, 各个微元体的体积 ΔQ_i 保持不变. 取微元体宽度充分小时, 微元体与轧辊接触区微小范围内采用以弦代弧的近似处理, 有:

$$\Delta Q_i = H\Delta l = \frac{1}{2}(h_i + h_{i+1})\Delta l_i, \quad (14)$$

设 i 单元在 t_0 时刻的位置如图 4(b)虚线 $ABED$ 所示, t_0 时刻 i 单元的右边位置的坐标为 x_i , 厚度为 h_{DE} ; 左边位置为 x_{i-1} , 厚度为 h_{AB} . 到 $t_1 = t_0 + \Delta t$ 时刻, 轧辊辊面由 DG 移动到 CF , i 单元由 $ABED$ 移动到图 4(b)所示实线的位置 $CEHF$, 其中 A 点沿迹线 AC 移动到 C , D 点沿迹线 DF 移动到 F , 单元的左边界 AB 移动到 CE , 厚度变为 h_{CE} ; 右边界 DE 移动到 FH , 厚度变为 h_{FH} . i 单元在 t_0 时刻的宽度为 l_{BE} , t_1 时刻变为 l_{EH} . 其中 $DEQP$ 是 t_0 时刻 $i+1$ 单元的位置.

考虑 Δt 时间段因轧辊刚性位移产生的辊缝增量, 即

$$\Delta h_v = v_y \Delta t. \quad (15)$$

t_0 时刻 i 单元和 $i+1$ 单元左边厚度尺寸 h_{AB} 和 h_{DE} 可按式(8)计算得出, 变形后 t_1 时刻 i 单元左边厚度尺寸 h_{CE} 和右边厚度尺寸 h_{FH} 可按式(10)计算得出.

根据单元体积不变条件, 当微元体充分小时, 以弦代弧, 有

$$l_{EH} \Delta h_v = l_{EH} v_y \Delta t = (l_{EQ} - l_{EH}) h_{GH}, \quad (16)$$

$$(h_{AB} + h_{DE}) l_{BE} = (h_{CE} + h_{FH}) l_{EH}, \quad (17)$$

$$\frac{l_{EH}}{l_{BE}} = \frac{h_{AB} + h_{DE}}{h_{CE} + h_{FH}}. \quad (18)$$

根据体积不变条件和变形的连续性条件可知, i 单元的左边 AB 移动到 CE 经历的时间 Δt , 与右边 DE 移动到 FH 经历的时间相同, 当微元体充分小时取单元左边的平均速度为 v_{AB} , 右边的平均速度为 v_{CE} , 则

$$\Delta t = \frac{l_{BE}}{v_{AB}} = \frac{l_{EH}}{v_{CE}}, \quad (19)$$

由式(18)和(19)可知:

$$\frac{v_{CE}}{v_{AB}} = \frac{l_{EH}}{l_{BE}} = \frac{h_{AB} + h_{DE}}{h_{CE} + h_{FH}}. \quad (20)$$

若 t_0 时刻的秒流量相等, 由式(12)可知, 应满足条件:

$$\frac{v_{CE}}{v_{AB}} = \frac{h_{AB}}{h_{CE}}, \quad (21)$$

当 $v_y \neq 0$, 且 $\Delta t \neq 0$ 时, 对比式(20)和(21), 在工程上合理的参数范围内容易验证 $\frac{h_{AB}}{h_{CE}} > \frac{h_{DE}}{h_{FH}}$, 故:

$$v_{CE} = \frac{h_{AB} + h_{DE}}{h_{CE} + h_{FH}} v_{AB} \neq \frac{h_{AB}}{h_{CE}} v_{AB}. \quad (22)$$

可见, 变厚度轧制时秒流量不相等, 不能按照秒流量相等关系计算各个断面处的轧件速度.

(ii) 采用欧拉构形(Euler configuration). 把参考坐标系固定在笛卡尔三维空间, 研究在变厚度轧制过程中空间各点的秒流量关系. 如图 5 所示, 设 PP' 和 QQ' 为变形区内任意两个横断面, 其中 P' 点和 Q' 点位于 t_0 时刻的辊面, 两个横断面的间距为 Δl , t_0 时刻轧辊几何中心点位于 O' 点, 在 Δt 时间内以速度 v_y 移动到 O'' 点, 与此相应, 在 $t_1 = t_0 + \Delta t$ 时刻, P' 点移动到 P'' 点, Q' 点移动到 Q'' 点.

根据平断面假设可知, PP'' 线上各点水平速度相等, 在 Δt 时间段, 流过 PP'' 的流量为

$$M_{P'P''} = M_{PP'} + M_{PP''} = h_{xi} v_i \Delta t + 0.5 v_y \Delta t v_i \Delta t, \quad (23)$$

同理, 在 Δt 时间段, 流过 QQ'' 的流量为

$$M_{Q'Q''} = M_{QQ'} + M_{Q'Q''} = h_{xi+1} v_{i+1} \Delta t + 0.5 v_y \Delta t v_{i+1} \Delta t, \quad (24)$$

式中, 右端项中的系数为 0.5, 这是由于辊缝增量是从零开始逐渐增加的. 在固定坐标系中可以注意到, 流过 PP'' 断面的金属并没有全部从 QQ'' 断面流出, 有一部分金属存留在了 $P'P''Q'Q''$ 区间, 这部分金属的体积为

$$\Delta Q = \Delta l v_y \Delta t, \quad (25)$$

式中, $PP''Q'Q''$ 是任意取的, 若取 PP'' 在入口, QQ'' 在出口, 此时 Δl 等于变形区接触弧长 l_c , 则轧件入口与出口在 Δt 时间段的秒流量差为

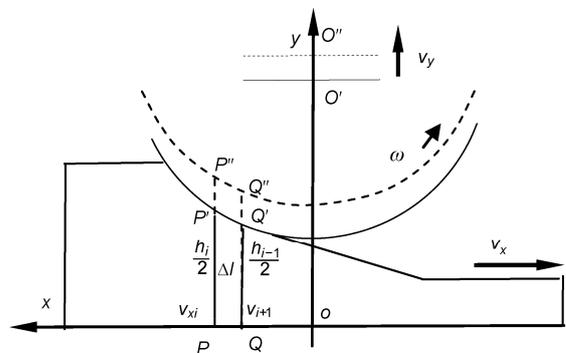


图 5 固定坐标系中变厚度轧制的秒流量关系示意图

$$\Delta M = \Delta Q / \Delta t = l_c v_y \quad (26)$$

完成变厚度轧制过程的全部流量差之和(Q)为从变厚度开始(t = 0)到结束(t = t_e)时间段内对上式的积分, 代入式(4), 考虑到 v_yt_e = h₀ - h₁, 则:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{t_e} \Delta Q dt = \int_0^{t_e} l_c v_y dt \\ &= \int_0^{t_e} (\sqrt{R(\Delta h_1 - v_y t)} - R\theta) \cdot v_y dt \\ &= \frac{2}{3} \left[(R\Delta h_1)^{\frac{3}{2}} - (R\Delta h_0)^{\frac{3}{2}} \right] - R\theta(h_0 - h_1) \\ &= \frac{2}{3} (l_1^3 - l_0^3) - R\theta(h_0 - h_1) \end{aligned} \quad (27)$$

这部分金属流量被存于轧制变形区和变形区附近, 如图 6 所示. 从趋厚轧制开始到结束流入 AB 面的体积, 等于流出 FH 面的体积加上变形区内和变形区附近增加的体积 Q_Ω(图 6 中 APGFCA 围成的区域), 其在数值上等于式(27)中的 Q. 显然, 这符合质量守恒定律, 不符合各个横断面上秒流量相等关系.

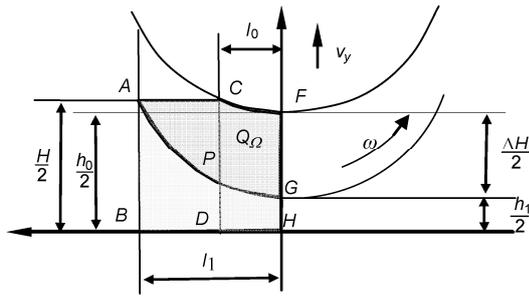


图 6 变厚度轧制过程流量差的几何解释

综上所述可知, 采用欧拉构形说明变厚度轧制的秒流量不等现象, 更为直接和浅显易懂, 还可以计算出秒流量差. 上述关系在变厚度轧制使用秒流量自动厚度控制(automatic gauge control, AGC)方式时, 对建立相关的数学模型具有参考价值.

通过分别采用拉格朗日构形(随动坐标系)和欧拉构形(固定坐标系), 证明了变厚度轧制时由于存在轧辊在垂直方向上的刚性位移, 秒流量相等关系不再成立, 且轧辊的刚性位移速度越大, 偏离秒流量相等越远. 换言之, 对变厚度轧制过程, 质量守恒定律可以表述为变形区内轧件体积保持不变, 但不能表述为秒流量相等.

3 结论

(i) 以趋厚轧制为例, 分析了变厚度轧制的微元体变形, 给出了微元体变形与轧辊垂直方向位移速度的定量关系.

(ii) 采用拉格朗日和欧拉两种构形, 分别论证了秒流量相等关系在变厚度轧制条件下不成立时, 质量守恒定律在变厚度轧制中的一种确切表述方式: 轧件在轧制变形前、变形中及变形后的体积保持不变.

(iii) 给出了轧辊垂直方向的位移速度对秒流量差影响的定量关系, 推导了从变厚度轧制开始到结束的流量差计算式, 并给出了流量差的几何解释. 这些工作为深入研究变厚度轧制的基本理论及建立相关的数学模型提供了基础.

参考文献

- 1 Fumimaru K, Kazuyuki M, Tadashi O, et al. Steel plates for bridge use and their application technologies. JFE Tech Rep, 2004, 2: 85-90
- 2 Meyer A, Wietbrock B, Hirt G. Increasing of the drawing depth using tailor rolled blanks—Numerical and experimental analysis. Int J Mach Tools Man, 2008, 48: 522-531
- 3 Liu X H. Prospects for variable gauge rolling: Technology, theory and application. J Iron Steel Res Int, 2011, 18: 1-7
- 4 刘相华, 张广基. 变厚度轧制过程力平衡微分方程研究. 钢铁研究学报, 2012, 24: 10-13
- 5 霍文丰. LP 板冷却特点及控制策略研究与应用. 博士学位论文. 沈阳: 东北大学, 2012
- 6 杜平. 纵向变厚度扁平材轧制理论与控制策略研究. 博士学位论文. 沈阳: 东北大学, 2008
- 7 古恩. 金属压力加工理论基础. 赵志业, 王国栋, 译. 北京: 冶金工业出版社, 1986
- 8 刘相华, 胡贤磊, 杜林秀. 轧制参数计算模型及其应用. 北京: 化学工业出版社, 2007
- 9 Liu X H, Wu Z Q, Fang Z, et al. From TRB and LP plate to variable gauge rolling: Technology, theory, simulation and experiment. Mat Sci For, 2012, 706-709: 1448-1453
- 10 杜平, 胡贤磊, 刘相华, 等. 变截面轧制过程的多点动态设定. 钢铁研究学报, 2009, 21: 27-30
- 11 Zhang G J, Liu X H. Research on roll force for variable gauge rolling. Adv Mat Res, 2012, 418-420: 1232-1236

On the law of mass conservation for variable gauge rolling

LIU XiangHua^{1,2}, ZHANG GuangJi^{1,2} & ZHI Ying²

¹ *Research Institute of Science and Technology, Northeastern University, Shenyang 110819, China;*

² *State Key Laboratory of Rolling and Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China*

The law of mass conservation, when applied to the normal rolling processes, can be expressed as the constant mass flow principle (CMFP). Variable gauge rolling (VGR) processes must obey the law of mass conservation, but whether these processes also satisfy the CMFP requires verification. This paper reports the effect of roll rigid displacement speed in vertical direction in rolling on the element deformation of the work piece, by analyzing the geometric relationship, metal flow, and slab element movement during VGR progress. Using both Lagrange and Euler configurations, the CMFP is demonstrated to not be suitable for VGR processes. The flow difference is related to the vertical speed of the roll. When the roll rotational speed ω is constant, the flow amount of materials in the rolling direction increases during upward rolling but decreases during downward rolling. Rather than the CMFP being applied in VGR processes, the law of mass conservation can be expressed as material volume remains constant at any time for each element during plastic deformation.

variable gauge rolling, mass conservation, constant mass flow, geometry relationship, rolling speed

doi: 10.1360/972012-132