

基于 UKF 的新型北斗/SINS 组合系统 直接法卡尔曼滤波

汪秋婷, 胡修林

(华中科技大学电信系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 针对传统的间接法卡尔曼滤波在北斗/捷联惯导(serial inertial navigation system, SINS)组合导航系统中无法实现较高的定位精度且计算的冗余度大的缺点, 提出一种基于无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)的新型组合系统滤波算法。本算法以 SINS 输出的导航参数及平台误差角等作为系统状态, 无源北斗输出的位置速度参数作为量测, 采用改进的 UKF 方法进行数据融合, 并直接计算组合系统导航参数的最优估计。实验结果表明, 新算法可以降低对伪距误差模型的精确度要求, 同时避免非线性系统状态方程的线性化, 简化滤波参数的调整过程, 从而有效地缩短组合导航系统的解算时间, 提高定位精度。

关键词: 惯导系统; 北斗/捷联惯导组合导航系统; 扩展卡尔曼滤波; 无迹卡尔曼滤波; 平台误差角

中图分类号: TN 96

文献标志码: A

Improved Kalman filtering algorithm for passive-BD/SINS integrated navigation system based on UKF

WANG Qiu-ting, HU Xiu-lin

(Dept. of Electronic and Information Engineering, Huazhong Univ. of
Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: A passive-BD/serial inertial navigation system (SINS) integrated navigation system using traditional indirect Kalman filtering method can not achieve the high positioning accuracy and costs too much calculating time. An improved filtering algorithm based on unscented Kalman filter (UKF) is proposed after comparing the advantages and disadvantages of the traditional direct filtering method, the extended Kalman filtering (EKF) method and UKF. Navigation parameters from SINS and platform error angles are chosen as the state of the system, and navigation parameters from passive-BD are chosen as measurements. The final optimal estimations of navigation parameters including position and speed can be calculated directly. The experimental result indicates that the new algorithm requires no accurate error models and can effectively solve the nonlinearity problem of state equations. Besides, it can also simplify the adjustment process of filtering parameters to reduce the total calculating time. Comparing to prevalent filtering algorithms, this new one can obtain more accurate positioning result and is significantly important to the further study of the filtering algorithm for passive-BD/SINS integrated navigation system.

Keywords: inertia system; BD/SINS integrated navigation system; extended Kalman filter (EKF); unscented Kalman filter (UKF); platform error angles

0 引言

北斗卫星导航系统是我国自行研制的, 为用户提供快速定位、简短数字报文通信和授时服务的一种新型、全天候、区域性的卫星导航定位系统^[1]。但是, 由于受卫星数目和卫星位置的限制, 在卫星信号不可观测或丢失的情况下, 无法实现导航系统的单独定位。捷联惯性导航系统(serial

inertial navigation system, SINS)是一种自备的导航系统, 具有不依赖任何外界导航设备工作的特点, 隐蔽性好, 数据更新率高, 可在北斗定位系统不可用的情况下起到辅助导航的作用。但是, 惯导系统的导航误差随时间而积累。因此, 两种导航系统各有优缺点, 但在误差传播性能上正好是互补的, 前者短期稳定性差, 但长期稳定性好, 后者正好相反。无源北斗/SINS 组合导航系统正是基于两者的优缺点

提出的^[2-4],以提高导航系统飞整体性能。

实现组合导航有两种基本方法:回路反馈法和最优估计法(常采用卡尔曼滤波),由于子系统和量测中的误差都是随机的,所以第二种方法远优于第一种。根据所估计的系统状态的不同,卡尔曼滤波又可分为直接法和间接法^[5]。间接法滤波以导航子系统输出参数的误差量作为状态,计算得到误差量的最优估计,其系统方程都是线性方程,可以采用基本滤波方程,故滤波器设计简单且不存在滤波发散的问题。可见,在设计间接法卡尔曼滤波器时,必须具备的条件之一是参与组合的导航子系统的误差模型。在实际应用中,由于事先对子系统的误差模型进行了研究和建模,组合导航系统通常采用间接法卡尔曼滤波以简化算法步骤,提高算法性能。目前国内外的专家也对间接法卡拉曼滤波在北斗/SINS组合导航系统中的应用进行了研究^[6]。但是无源北斗接收机输出伪距的误差较大且没有较准确的误差模型,无法满足间接法卡拉曼滤波的基本前提,从而影响了与惯导进行数据融合时的滤波效果。本文从滤波算法上进行改进,充分利用直接法滤波的优点,提出以无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filter, UKF)为基础的改进的直接法卡尔曼滤波,并将此方案应用于无源北斗/SINS组合导航系统。实验结果表明,在误差模型不够准确的前提下,改进的直接法滤波可以提高组合导航系统的定位精度,减少定位解算时间,更适合北斗/SINS组合系统。本文将从组合系统滤波结构、滤波原理、数学模型的建立与解算等几个方面进行详细的介绍。

1 UKF 滤波方法的原理

在直接法滤波中,直接以导航系统输出的导航参数(位置、速度等)作为状态,计算得到它们的最优估计,此方法最大的缺点是系统状态方程的非线性问题,若能解决这个问题,直接法具有更大的优势^[7]:① 系统状态方程直接描述导航参数的动态变化过程,它能较准确地反映真实状态的演变情况,比间接法的一阶近似更精确;② 系统状态方程以惯导力学编排方程为主,滤波器既能达到力学编排方程解算导航参数的目的,又能起到滤波估计的作用,因此可使惯导系统避免力学编排方程的许多重复计算。为了改善非线性滤波的效果,文献^[8]提出采用UKF方法来处理非线性问题,其主要是针对扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)的模型线性化近似的缺点而提出来的。UKF方法利用一系列近似高斯分布的采样点,通过无迹变换来进行状态与误差协方差的递推和更新。在每个更新过程中,采样点随着非线性状态方程传播并随着量测方程变换,可以完全捕获高斯随机变量的真实均值和协方差,并对任何非线性系统都可精确到泰勒展开的二阶精度^[9],由此不仅保证了状态估计的精度,而且避免了对非线性方程的线性化过程,还具有较好的鲁棒性。

2 无源北斗/SINS组合导航系统的结构框图

目前无源北斗/SINS组合导航系统采用软件组合的方式^[10],即惯导系统与北斗接收机相对独立,其输出分别送到组合导航处理器。本文设计的组合系统结构框图如图1所示,首先由SINS和北斗接收机分别对载体的运动参数进行测量,然后将SINS测得的速度位置信息作为滤波方程的状

态变量,北斗接收机输出的导航参数作为量测值,送入UKF滤波器进行数据融合,滤波计算得到导航参数及姿态误差角的最优估计值,并作为组合系统的输出。具体的变量设定及数学模型的建立与解算将在以下章节介绍。

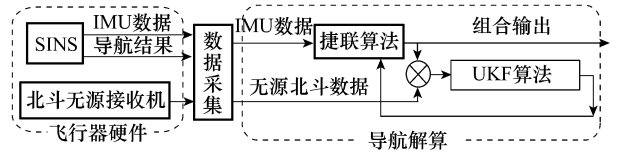


图1 北斗/SINS组合导航系统结构图

3 组合导航系统的数学模型及解算步骤

本文设计的新型直接法卡尔曼滤波以UKF为基础,在滤波算法的设计和应用中,以捷联惯导力学编排方程和姿态误差方程作为组合滤波的状态方程,以无源北斗接收机输出的位置速度信息作为组合滤波的量测方程。

3.1 组合系统的状态方程

本文以捷联惯导力学编排方程和姿态误差方程作为组合滤波的状态方程。为了简化和突出要研究的问题,不对SINS系统的惯性器件加速度计和陀螺进行误差建模,仅考虑三维姿态、速度和位置这9个基本导航量,因此选取无源北斗/SINS组合导航系统的状态向量为 x

$$x = [L, \lambda, h, v_E, v_N, v_U, \phi_E, \phi_N, \phi_U]^T$$

平台惯导系统的力学编排方程和姿态误差方程分别为

$$\begin{cases} \dot{v}_E = \left(2\omega_w \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \right) v_N - \left(2\omega_w \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \right) v_U \\ \dot{v}_N = - \left(2\omega_w \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \right) v_E - \frac{v_N}{R_M + h} v_U \\ \dot{v}_U = \left(2\omega_w \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \right) v_E + \frac{v_N^2}{R_M + h} - g \\ \dot{\phi}_E = \left(\omega_w \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \right) \phi_N - \left(\omega_w \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \right) \phi_U \frac{\delta_{v_N}}{R_M + h} + \frac{v_N}{(R_M + h)^2} \delta_h + \omega_{kE} \\ \dot{\phi}_N = - \left(\omega_w \sin L + \frac{v_E}{R_N + h} \tan L \right) \phi_E - \frac{v_N}{R_M + h} \phi_U + \frac{\delta_{v_E}}{R_N + h} \frac{v_E}{(R_N + h)^2} \delta_h - \omega_w \sin L \delta_L + \omega_{kN} \\ \dot{\phi}_U = \left(\omega_w \cos L + \frac{v_E}{R_N + h} \right) \phi_E + \frac{v_N}{R_M + h} \phi_N + \frac{\tan L}{R_N + h} \delta_{v_E} \cdot \frac{v_E \tan L}{(R_N + h)^2} \delta_h + \left(\omega_w \cos L + \frac{v_E \sec^2 L}{R_N + h} \right) \delta_L + \omega_{kU} \end{cases} \quad (1)$$

式中, ϕ_E, ϕ_N, ϕ_U 分别为捷联系统数学平台误差角; $\delta_{v_E}, \delta_{v_N}, \delta_L, \delta_h$ 为捷联惯导的速度误差和位置误差;在实际计算中可以由惯导系统的速度、位置输出减去北斗的对应输出来近似获得, $\omega_{kE}, \omega_{kN}, \omega_{kU}$ 为系统噪声。

根据所选取的系统状态向量 x ,并结合方程(1)和方程(2)可以列写出无源北斗/SINS组合导航系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f[\mathbf{x}(t), \mathbf{W}(t), t] \quad (3)$$

式中, $f[\cdot]$ 为非线性的连续函数; $\mathbf{W}(t) = [\omega_{kE}, \omega_{kN}, \omega_{kU}]^T$ 为系统噪声; 将式 (3) 进行离散化处理, 处理后的形式为 $\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) = \mathbf{w}_k$ 。

3.2 组合系统的量测方程

选取北斗系统的位置信息 L_B, λ_B, h_B 和输出的载体速度信息 v_{EB}, v_{NB}, v_{UB} 作为量测 \mathbf{Y} , 即

$$\mathbf{Y} = [L_B, \lambda_B, h_B, v_{EB}, v_{NB}, v_{UB}]^T \quad (4)$$

假设北斗测量误差为零均值的白噪声, 则根据前面所选取的系统状态向量 \mathbf{x} 和量测 \mathbf{Y} , 可获得组合导航系统的量测方程为

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k, v_k) \quad (5)$$

式中, \mathbf{y}_k 为量测 \mathbf{Y} 在第 k 时刻的值; $h(\cdot)$ 为线性函数; \mathbf{x}_k 为状态向量 \mathbf{x} 在第 k 时刻的值; $v_k = [v_{Lk}, v_{\lambda k}, v_{hk}, v_{vE}, v_{vN}, v_{vU}]^T$ 为量测噪声, 其方差强度阵为 \mathbf{R}_k 。由于量测方程本身已经是时间离散的, 故无需离散化处理。

3.3 滤波算法的解算步骤

在实际应用中, UKF 使用的是离散时间非线性模型, 因此需要对系统模型进行离散化处理, 本文采用四阶 Runge-Kutta 法以数值积分的形式实现。处理后的系统模型和观测模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{w}_k & E(\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T) \approx \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k^T \mathbf{\Gamma}_k^T \\ \mathbf{y}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_{k+1} & E(\mathbf{v}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1}^T) = \mathbf{R}_{k+1} \end{cases} \quad (6)$$

式中, $f(\cdot)$ 为非线性函数; $h(\cdot)$ 为线性函数; \mathbf{x}_k 为 n 维状态向量; \mathbf{w}_k 为 p 维系统噪声, 其方差阵为 \mathbf{Q}_k ; \mathbf{v}_k 为 q 维量测噪声, 其方差阵为 \mathbf{R}_k 。

利用上述模型并结合 UKF 滤波法的递推更新过程, 本文设计的新型滤波算法的解算步骤为:

步骤 1 把系统噪声和量测噪声都添加到状态变量中, 则状态变量及其协方差矩阵为

$$\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k^T \quad \mathbf{w}_k^T \quad \mathbf{v}_k^T]^T, \quad \mathbf{P}_k^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_k & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_k & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} \quad (7)$$

设 \mathbf{x}_k^a 为 L 维列向量, 显然 $L = n + p + q$ 。

步骤 2 选取 U 变换的变量 \mathbf{x}_k^i , 其具有如下表达式

$$\mathbf{x}_k^i = [\mathbf{x}_{a,k}^{(0)} \quad \mathbf{x}_{a,k}^{(i)} \quad \mathbf{x}_{a,k}^{(i+L)}] \quad (8)$$

式中, $\mathbf{x}_{a,k}^{(0)} = [\mathbf{x}_k^T \quad 0 \quad 0]$ 为状态变量均值, 而

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{a,k}^{(i)} &= \mathbf{x}_k^T + (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_k^a})_i, \quad i = 1, \dots, L \\ \mathbf{x}_{a,k}^{(i+L)} &= \mathbf{x}_k^T - (\sqrt{(L+\lambda)\mathbf{P}_k^a})_i, \quad i = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (9)$$

为状态变量均值附近的第 i 个采样点, $(\cdot)_i$ 表示矩阵 (\cdot) 的第 i 列, 系数 $\lambda = \alpha^2(L+\gamma) - L$, α 和 γ 为待选调节参数。

步骤 3 时间更新方程

$$\mathbf{X}_{a,k|k+1}^{(i)} = f^a(\mathbf{X}_{a,k}^{(i)}), \quad \mathbf{x}_{k|k+1} = \sum_0^{2L} W^{(i)} \mathbf{X}_{a,k|k+1}^{(i)} \quad (10)$$

$$\mathbf{P}_{k|k+1}^{ex} = \sum_0^{2L} W^{(i)} \{ \mathbf{X}_{a,k|k+1}^{(i)} - \mathbf{x}_{k|k+1} \} \{ \mathbf{X}_{a,k|k+1}^{(i)} - \mathbf{x}_{k|k+1} \}^T \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{a,k|k+1}^{(i)} = h^a(\mathbf{X}_{a,k|k+1}^{(i)}), \quad \hat{\mathbf{y}}_{k|k+1} = \sum_0^{2L} W^{(i)} \mathbf{y}_{a,k|k+1}^{(i)} \quad (12)$$

步骤 4 测量更新方程

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_{k,k+1} + \mathbf{K}_{k+1} (\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_{k,k+1}) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^{ex} = \mathbf{P}_{k+1}^{ex} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1}^{xy} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1}^{xy} (\mathbf{P}_{k+1}^{yy})^{-1} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^{xy} = \sum_0^{2L} W^{(i)} \{ \hat{\mathbf{y}}_{a,k|k+1}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{k|k+1} \} \{ \hat{\mathbf{y}}_{a,k|k+1}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{k|k+1} \}^T \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^{yy} = \sum_0^{2L} W^{(i)} \{ \mathbf{x}_{a,k|k+1}^{(i)} - \mathbf{x}_{k|k+1} \} \{ \hat{\mathbf{y}}_{a,k|k+1}^{(i)} - \hat{\mathbf{y}}_{k|k+1} \}^T \quad (17)$$

式中, $W^{(i)} = 0.5/(L+\lambda)$ 为加权系数, 调节参数 λ 可提高方差的精度。

由上述推导过程可知, \mathbf{x}_{k+1} 和 \mathbf{P}_{k+1}^{ex} 即为系统状态的滤波值和滤波误差方差阵。此时, 根据组合导航系统的离散型状态方程和量测方程 (6), 只须设定一定的滤波初值, 就可获得第 k 时刻的系统状态最优估计值 $\mathbf{x}_k (k=1, 2, \dots)$ 。

4 仿真及结果分析

无源北斗/SINS 组合导航系统的提出是为了利用两者的优点解决单独定位存在的问题, 仿真实验主要研究两种导航系统数据融合的方式, 验证新型滤波方法的有效性和优越性, 故假设北斗卫星信号均能准确接收, 即导航系统一直工作在组合模式。本实验对同一系统分别应用 EKF 和 UKF 进行滤波解算, 并对结果进行比较分析。

选取两个系统共同工作的时间点为初始时间, 组合系统初始参数设置如表 1 所示, 假设 SINS 的输出采样周期为 0.01 s, 北斗的输出采样周期及 UKF 滤波周期均为 0.1 s, 仿真时间为 600 s, 选取北斗接收机、陀螺仪和加速度计参数如表 2 所示。

表 1 北斗/SINS 组合系统初始参数设置

初始参数	取值	初始参数	取值
初始位置	(108°50', 30°, 4 000 m)	初始位置	(1.5', 1.5', 50 m)
初始速度	(150, 120, 0)	初始速度	10 m/s
初始姿态	(1, 0, 0, 0)	初始姿态	(50', 50', 50', 50')

表 2 北斗/SINS 组合系统仿真参数设置

传感器	误差源	误差值(1σ)
SINS	陀螺仪常值漂移	0.1(°)/h
	陀螺仪白噪声	0.05(°)/h
	加速度计零偏	10 ⁻³ g
	加速度计白噪声	10 ⁻⁴ g
北斗接收机	水平位置误差均方根	0.02'
	高度误差均方根	5 m
	速度误差均方根	0.1 m/s

在上述条件下, 分别应用 EKF 和本文提出的以 UKF 为基础的新型滤波算法进行仿真比较。位置和速度误差的部分仿真结果如图 2~图 4, 其中图 2 为纬度位置误差, 图 3 为高度误差, 图 4 为北向速度误差。据图 2 和图 3 所示, 应用

新算法的组合导航系统的纬度误差控制在 ± 20 m以内,高度误差控制在 ± 25 m以内;EKF 组合导航系统的纬度误差控制在 ± 50 m以内,高度误差控制在 ± 50 m以内。两种滤波方法的经度误差相当,均控制在 ± 5 m之内,而纬度误差协方差偏大的原因是无源北斗本身纬度方向的误差较大。据图4所示,应用新算法的组合导航系统的速度误差控制在 0.5 m/s以内,而 EKF 的速度误差控制在 2 m/s以内,且在400 历元之后出现了严重的发散迹象。

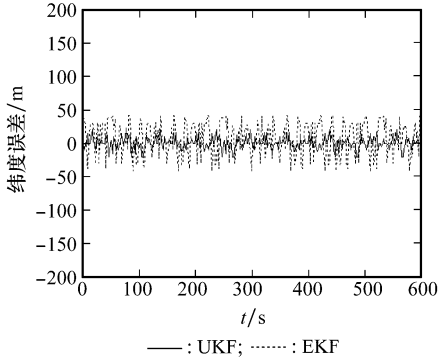


图2 位置误差(纬度)仿真结果

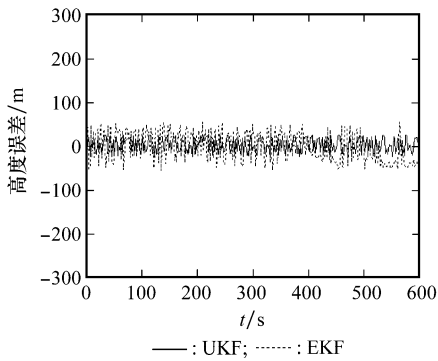


图3 位置误差(高度)仿真结果

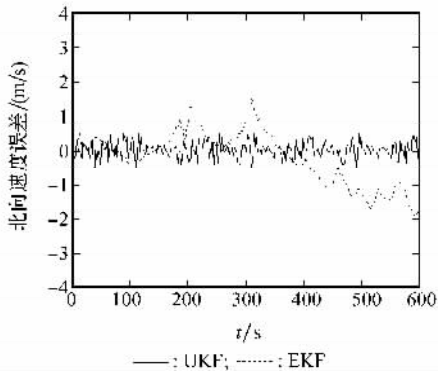


图4 北向速度误差仿真结果

上述比较说明应用改进的直接法卡尔曼滤波,其组合系统具有更高的导航精度,且此滤波算法是收敛稳定的,这是因为 UKF 方法中 Sigma 点的选取规则保证了系统的一阶和二阶(均值和协方差)精度,从而避免了线性化系统模型带来的主要截断误差。此外,从计算机仿真速度来看,直接法完成一个周期的运算所需时间约是间接法的 80%,这

是因为在传统的间接法滤波中,滤波前必须要专门进行一次惯导解算,而这部分导航解算占据了整个滤波过程 40% 的计算量。由此可得出结论:本文设计的基于 UKF 的新型滤波算法具有滤波精度高、收敛速度快、容易实现等优点,将其应用于无源北斗/SINS 组合导航系统中,可以有效地解决系统状态方程的非线性问题,显著地提高系统的导航定位精度。

5 结束语

由于无源北斗接收机输出伪距的误差较大且建模复杂,传统的间接法卡尔曼滤波在北斗/SINS 组合导航系统中无法实现较高的定位精度且计算复杂。本文针对北斗系统卫星数目有限且位置固定的缺点,通过比较传统直接法滤波、EKF 和 UKF 三种滤波算法的优缺点,提出了一种更适合无源北斗/SINS 组合导航系统的改进型卡尔曼滤波,此方法以 UKF 为基础,既避免了对非线性的系统状态方程进行线性化,又保证了组合系统在北斗接收机误差模型不是很准确的前提下具有较高的导航定位精度,此外新算法还具有较好的鲁棒性,充分展现了 UKF 方法相对其他非线性滤波方法的优越性^[11]。仿真结果显示,新型滤波算法可有效提高组合导航系统的定位精度,简化滤波参数的调整过程,从而减少解算时间。此外,由于直接法滤波中没有子系统的反馈重置,各个系统之间是相互独立的,从而有利于组合系统的故障检测与隔离。综上所述,本文为无源北斗/SINS 组合导航的滤波方法提供了一种新的思路,具有较好的理论研究价值和发展前景。

参考文献:

- [1] 张常云. 三星定位原理研究[J]. 航空学报, 2001, 22(2): 175-176.
- [2] 薛鸿印, 李景森. 北斗无源定位技术[J]. 现代防御技术, 2005, 33(4): 39-41.
- [3] 李锐. 无源北斗/惯导组合导航系统技术研究[J]. 微计算机应用, 2005, 26(6): 648-651.
- [4] 高法钦, 谈展中. 无源北斗/惯导组合导航算法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(6): 903-906. (Gao Faqin, Tan Zhazhong. Study of passive "BeiDou" integrated navigation algorithm[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2006, 28(6): 903-906.)
- [5] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1998.
- [6] 黄显亮, 刘建业, 林雪原, 等. 北斗双星/SINS 组合导航系统滤波模型的一致性研究[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(5): 29-32.
- [7] 以光衢. 惯性导航原理[M]. 北京: 航空工业出版社, 1987.
- [8] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant W H. A new approach for filtering nonlinear systems [C]// *Proc. of the American Control Conference*, 1995.
- [9] 吴玲, 卢发兴, 刘忠. UKF 算法及其在目标被动跟踪中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 1, 27(1): 49-51. (Wu Ling, Lu Faxing, Liu Zhong. UKF algorithm and its applications to passive target tracking[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005, 1, 27(1): 49-51.)
- [10] Erickson J W, Maybeck P S, Raquet J F. Multipath-adaptive GPS/INS receiver [J]. *Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(2): 645-657.
- [11] Zhou Zhanxin, Gao Yanan, Chen Jiabin. Unscented Kalman filter for SINS alignment[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(2): 327-333.