

基于 EM 的 MIMO-OFDM 系统 MAP 信道估计算法

许 鹏¹, 汪晋宽¹, 祁 峰²

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004;
2. 天主教鲁汶大学通信与微波研究所, 比利时 鲁汶 3001)

摘要: 最大后验概率(maximum a posteriori, MAP)信道估计算法应用于 MIMO-OFDM 系统时将带来大规模矩阵求逆和乘积运算, 且 OFDM 符号的数据传输效率随着发送天线的增多逐渐下降。针对这些弊端, 提出一种基于期望最大化(expectation maximum, EM)的 MAP 信道估计算法, 并分析了算法的性能。该算法利用 EM 算法把多输入输出信道估计问题化简为一系列独立的单输入输出问题, 避免了大规模矩阵运算, 降低了 MAP 算法的计算复杂度; 为进一步改善 MAP 算法的数据传输效率及其估计性能, 可通过对多个连续的 OFDM 符号进行联合信道估计。通过仿真实验证明了该算法的有效性。

关键词: 多输入多输出; 正交频分复用; 信道估计; 期望最大化; 最大后验概率

中图分类号: TN 92 **文献标志码:** A

EM-based MAP channel estimation algorithm for MIMO-OFDM systems

XU Peng¹, WANG Jin-kuan¹, QI Feng²

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern Univ., Shenyang 110004, China;
2. ESAT-TELEMIC, Katholieke Univ. Leuven, Leuven 3001, Belgium)

Abstract: The channel estimation algorithm of maximum a posteriori (MAP) generates large matrix inversion and multiplicative operation when it is applied to multiple input multiple output with orthogonal frequency division multiplexing (MIMO-OFDM) systems. In addition, the data transmission efficiency will be declined with the increasing number of transmit antennas. Aiming at these problems, an expectation maximum (EM) based MAP algorithm is proposed and the performance is analyzed. The proposed algorithm avoids large matrix operations by using the EM algorithm to decompose the MIMO channel estimation problem into a series of single input single output (SISO) problems. Besides, a joint estimation is carried out over multiple OFDM symbols in order to enhance the data transmission efficiency and the estimative performance of the proposed algorithm. The effectiveness of this scheme is verified by several simulation experiments.

Keywords: multiple input multiple output (MIMO); orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); channel estimation; expectation maximum (EM); maximum a posteriori (MAP)

0 引言

多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)与正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术相结合被视为下一代高速无线通信的核心技术。MIMO 技术在不增加带宽的情况下可成倍地提高通信系统容量和频谱利用率; OFDM 技术可把频率选择性信道转换为多个平坦子信道, 利用循环前缀来避免符号间干扰^[1-5]。

信道估计在相干解调中起着关键作用。它的准确性对

MIMO-OFDM 系统的性能有着重要影响。近年来已成为通信信号处理领域的研究热点。信道估计算法主要分为基于导频的信道估计和盲信道估计。前者利用导频来估计信道, 算法复杂度低, 易于工程实现。后者利用长期数据统计特性, 算法复杂度高, 收敛速度慢。文献[6]利用最优导频来最小化信道估计均方误差(mean square error, MSE)。文献[7]比较了经典期望最大化(expectation maximum, EM)和空间交替广义期望最大化算法的性能和收敛性。针对最优最大后验概率(maximum a posteriori, MAP)算法的高计算复杂度

收稿日期: 2009-02-02; 修回日期: 2009-06-17。

基金项目: 国家自然科学基金(60874108)资助课题

作者简介: 许鹏(1981-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为信道辨识。E-mail: xp024@126.com

问题,文献[8]利用低阶近似来降低计算复杂度。文献[9]在有限散射环境下,基于 802.11 n 室内模型提出一种角域最小二乘(least squares, LS)信道估计算法。

MAP 信道估计算法虽可达到最优性能,但在估计每个 OFDM 符号时都需要进行大规模的矩阵求逆和乘积运算。为改善这一缺点,利用 EM 算法把 MIMO 信道估计问题转变为一系列独立的单输入单输出(single input single output, SISO)估计问题。另外,对于目前基于导频的 MIMO-OFDM 系统,导频随着发送天线数的增加而增加。为解决导频过多带来的较低数据传输效率的问题,利用多个 OFDM 符号联合进行信道估计,不仅可以成倍减少估计算法对导频的需求,还可以进一步增强估计性能。

1 MIMO-OFDM 系统模型

考虑有着 N_t 个发送天线和 N_r 个接收天线的 MIMO 系统,其中每个 OFDM 符号有 K 个子载波,每根发送(接收)天线均使用 OFDM 调制(解调)。数据经过串并转换, K 点 IDFT 变换并加入循环前缀由不同发送天线发送至信道。假设信道时间扩展长度为 L ,让 $h_{r,t}(l)$ 表示第 t 根发送天线和第 r 根接收天线间第 l 条路径增益($0 \leq l \leq L-1$)。在接收端,去除循环前缀并进行 K 点 DFT 变换,第 r 根接收天线在第 k 个子载波上接收到的数据可表示为

$$Y_r(k) = \sum_{l=1}^{N_t} d_l(k) H_{r,t}(k) + Z_r(k) \quad (1)$$

式中, $H_{r,t}(k) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{r,t}(l) e^{-j2\pi k l / K}$, 其中 $H_{r,t}(k)$ 是向量 $F h_{r,t}$ 的第 k 个元素, F 是 $K \times L$ 矩阵, $F[k, l] = e^{-j2\pi k l / K}$ ($0 \leq k \leq K-1$); $h_{r,t} = [h_{r,t}(0), \dots, h_{r,t}(L-1)]^T$; $Z_r(k) = \sum_{n=0}^{K-1} z_r(n) e^{-j2\pi k n / K} / \sqrt{K}$, 其中 $z_r(n)$ 是零均值加性高斯噪声。

2 基于 EM 的 MAP 算法

LS 信道估计算法复杂度低,但其较低的估计性能并不能满足快变信道。通过 MAP 算法可明显改善估计精度,接收端第 r 根天线接收的信号向量可表示为[8]

$$Y_r = D H_r + Z_r \quad (2)$$

式中, $Y_r = [Y_r(0), \dots, Y_r(K-1)]$; $D = [D_1, \dots, D_{N_t}]$, $D_t = \text{diag} [d_t(0), \dots, d_t(K-1)]$; $H_r = [H_{r,1}^T, \dots, H_{r,N_t}^T]^T$; $Z_r = [Z_r(0), \dots, Z_r(K-1)]$ 。

最优 MAP 算法的主要弊端在于它的高计算复杂度,对于 MIMO-OFDM 系统,估计每个 OFDM 符号均需要对 $KN \times KN_t$ 相关矩阵和 $K \times KN_t$ 数据矩阵求逆,当 KN_t 很大时,MAP 将失去有效性。为了降低 MAP 算法计算复杂度,根据文献[7],EM 算法本质上是把 MIMO 信道估计问题转化为 N_t 个独立的 SISO 信道估计问题。因此,式(2)可简化为

$$Y_r = \sum_{t=1}^{N_t} Y_{r,t} = \sum_{t=1}^{N_t} D_t H_{r,t} + \sum_{t=1}^{N_t} Z_{r,t} \quad (3)$$

由于 EM 可把多维问题转化为一系列低维问题,因此基于 EM 来设计 MAP。最优 MAP 估计可以在已知接收信号和已发送数据矩阵情况下最大化 $H_{r,t}$ 概率密度函数为

$$\hat{H}_{r,t} = \underset{H_{r,t}}{\text{argmax}} f(H_{r,t} | Y_{r,t}, D_t) = \underset{H_{r,t}}{\text{argmax}} f(Y_{r,t} | H_{r,t}, D_t) f(H_{r,t} | D_t) \quad (4)$$

其中

$$f(Y_{r,t} | H_{r,t}, D_t) = \pi^{-1} |R_Z|^{-1} \exp(- (Y_{r,t} - D_t H_{r,t})^H R_Z^{-1} (Y_{r,t} - D_t H_{r,t})) \quad (5)$$

$$f(H_{r,t} | D_t) = \pi^{-1} |R_H|^{-1} \exp(- H_{r,t}^H R_H^{-1} H_{r,t}) \quad (6)$$

$\hat{H}_{r,t}$ 的 MAP 估计可表示为[10]

$$\hat{H}_{r,t} = \mu + R_H D_t^H (D_t R_H D_t^H + R_Z)^{-1} (Y_{r,t} - D_t \mu) \quad (7)$$

式中, R_Z 是零均值噪声向量; μ 和 R_H 分别表示 $\hat{H}_{r,t}$ 的均值和相关矩阵。在准静态信道中, $R_Z = \sigma^2 I_K$, I_K 是 $K \times K$ 单位矩阵, $\sigma^2 = \sigma_{\text{AWGN}}^2 / N_t$ 。考虑零均值信道系数,则式(7)可整理为

$$\hat{H}_{r,t} = R_H (R_H + \sigma^2 (D_t^H D_t)^{-1})^{-1} D_t^{-1} Y_{r,t} \quad (8)$$

可以清晰看到,MAP 信道估计算法的计算复杂度降为只需对两个 $K \times K$ 矩阵求逆。综上所述,基于 EM 的 MAP 信道估计算法可通过以下过程实现。

MAP-E 步骤

对于 $t=1, \dots, N_t$, 计算

$$\hat{Y}_{r,t}^{(i)} = D_t (R_H + \sigma^2 (D_t^H D_t)^{-1})^{-1} R_H^{-1} F \hat{h}_{r,t}^{(i)} \quad (9)$$

$$\hat{Y}_{r,t}^{(i)} = \hat{Y}_{r,t}^{(i)} + \beta_i [Y_r - \sum_{t=1}^{N_t} \hat{Y}_{r,t}^{(i)}] \quad (10)$$

式中,上标 i 代表第 i 次子迭代; β_i 满足 $\sum_{i=1}^{N_t} \beta_i = 1$, 令

$\beta_1 = \dots = \beta_{N_t} = 1/N_t$; 信道估计初始值 $\hat{h}_{r,t}^{(0)} = I_L$, I_L 是元素均为 1 的 $L \times 1$ 向量; $1 \leq r \leq N_r, 1 \leq t \leq N_t$ 。

MAP-M 步骤

对于 $t=1, \dots, N_t$, 计算

$$\hat{h}_{r,t}^{(i+1)} = \underset{h_{r,t}}{\text{argmin}} \{ \| \hat{Y}_{r,t}^{(i)} - D_t (R_H + \sigma^2 (D_t^H D_t)^{-1})^{-1} R_H^{-1} F \hat{h}_{r,t}^{(i)} \| \} \quad (11)$$

求解得

$$\hat{h}_{r,t}^{(i+1)} = F^H R_H (R_H + \sigma^2 (D_t^H D_t)^{-1})^{-1} D_t^{-1} \hat{Y}_{r,t}^{(i)} \quad (12)$$

R_H 的第 (m, n) 个元素可表示为

$$[R_H]_{m,n} = \epsilon \sum_{l=0}^{L-1} e^{-l/L} e^{-2\pi(m-n)l/K} \quad (13)$$

式中, $\epsilon = (1 - e^{-l/L}) / (1 - e^{-(L+1)/L})$, 是归一化因子。

3 导频数减少的 MAP 算法

基于导频的信道估计算法的性能与导频的样式和间距等有着重要关系。文献[6]基于最小 MSE 提出了一种最优导频设计的思想,每个 OFDM 符号中的导频子载波数 P 需满足 $P \geq LN_t$, 一般选择 $P = 2^{\lceil \log_2(LN_t) \rceil}$ 。 P 值越大估计精度越高,但 OFDM 符号的传输效率随着 N_t 数的增加而降低。当 P 值减小至不满足上述不等式时,估计算法的性能将会明显下降。针对这一问题,设计一种导频数减小的,拥有更好估计性能的 MAP 算法,该算法在多个 OFDM 符号下进行联合地信道估计,无需满足 $P \geq 2^{\lceil \log_2(LN_t) \rceil}$ 。

假设导频在 G 个连续的 OFDM 下进行信道估计,不同发送天线中的导频序列除了需满足正交特性[6],第 g 个 OFDM 符号内的导频子载波分布还需满足

$$T(g) = 1 + (g-1) \frac{K}{P} + G(p-1) \frac{K}{P} \quad (14)$$

式中, $g=1, 2, \dots, G; p=1, 2, \dots, P/G; P=2^{\lceil \log_2(LN_t) \rceil}$ 。

由式(14)可以得到不同发送天线数时每个 OFDM 符号内所需的导频数,如表 1 所示。

表 1 不同 G 值导频子载波比较

G 值	发送天线数						
	2	3	4	5	6	7	8
1	16	32	32	64	64	64	64
2	8	16	16	32	32	32	32
4	4	8	8	16	16	16	16

如表 1 所示,当信道估计在一个 OFDM 符号进行时,所需导频数随着 N_t 数增加明显增加,而在多个 OFDM 符号下进行估计可明显减少对导频数的需求。

修改后的 MAP 算法步骤可重新表示。

对于 $g=1,2,\dots,G$ 且 $t=1,\dots,N_t$ 计算

MAP-E 步骤

$$\hat{\mathbf{Y}}_{r,t(g)}^{(i)} = \mathbf{D}_{t(g)} (\mathbf{R}_{H(g)} + \sigma^2 (\mathbf{D}_{t(g)}^H \mathbf{D}_{t(g)})^{-1}) \mathbf{R}_{H(g)}^{-1} \mathbf{F} \hat{\mathbf{h}}_{r,t(g)}^{(i)} \quad (15)$$

$$\hat{\Psi}_{r,t(g)}^{(i)} = \hat{\mathbf{Y}}_{r,t(g)}^{(i)} + \beta_t \left[\mathbf{Y}_{r(g)} - \sum_{i=1}^{N_t} \hat{\mathbf{Y}}_{r,t(g)}^{(i)} \right] \quad (16)$$

MAP-M 步骤

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,t(g)}^{(i+1)} = \operatorname{argmin} \left\{ \left\| \hat{\Psi}_{r,t(g)}^{(i)} - \mathbf{D}_{t(g)} (\mathbf{R}_{H(g)} + \sigma^2 (\mathbf{D}_{t(g)}^H \mathbf{D}_{t(g)})^{-1}) \mathbf{R}_{H(g)}^{-1} \mathbf{F} \hat{\mathbf{h}}_{r,t(g)}^{(i)} \right\| \right\} \quad (17)$$

求解得

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,t(g)}^{(i+1)} = \mathbf{F}^H \mathbf{R}_{H(g)} (\mathbf{R}_{H(g)} + \sigma^2 (\mathbf{D}_{t(g)}^H \mathbf{D}_{t(g)})^{-1})^{-1} \mathbf{D}_{t(g)}^{-1} \hat{\Psi}_{r,t(g)}^{(i)} \quad (18)$$

经上述迭代过程分别得到每个 OFDM 符号内的信道估计值,再通过式(19)实现联合信道估计,即

$$\hat{\mathbf{h}}_{r,t}^{(i+1)} = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G \hat{\mathbf{h}}_{r,t(g)}^{(i+1)} \quad (19)$$

4 MAP 算法性能分析

由文献[10]和式(2)可知 MIMO-OFDM 系统下最优 MAP 算法的计算复杂度如下:对于每个 OFDM 符号,需要对一个 $K \times KN_t$ 数据矩阵求伪逆,复杂度为 $O(K^3)$;对一个 $KN_t \times KN_t$ 相关矩阵求逆,复杂度为 $O((KN_t)^3)$;计算两个 $KN_t \times KN_t$ 矩阵的乘积,复杂度为 $O((KN_t)^3)$ 。本文提出的基于 EM 的 MAP 算法对于每个 OFDM 符号,在每次 EM 迭代过程中,需要对 $K \times K$ 对角矩阵求逆,复杂度为 $O(K)$;对 $K \times K$ 矩阵求逆,复杂度为 $O(K^3)$;计算两个 $K \times K$ 矩阵的乘积,复杂度为 $O(K^3)$ 。由于 $\mathbf{R}_{H(g)}$ 是功率延迟谱的函数,在大量 OFDM 符号下, $\mathbf{R}_{H(g)}$ 保持一致。因此, $\mathbf{R}_{H(g)}$ 可提前计算来减小计算复杂度。虽然这些步骤的复杂度很难精确计算,但也远低于 $O((KN_t)^3)$ 。算法步骤中涉及的矩阵都是固定不变的(例如: $\mathbf{R}_{H(g)}$ 和 \mathbf{F} 无需在每个 OFDM 符号到来时更新),并且是对角的 ($\mathbf{D}_{t(g)}$)。另外,在多个 OFDM 符号下联合估计信道复杂度仅为 $O(L)$ 。

5 仿真分析

假设接收端完美同步,无线信道被建模为瑞利 8 径信道,多径信道的功率时延谱服从负指数分布。MIMO-OFDM

系统中,信道带宽为 20 MHz,每个 OFDM 符号内有 128 个子载波,循环前缀为 8,子载波间隔为 15 kHz,每个子载波等能量,采用 QPSK 进行调制,调制的中心频率为 1 GHz,多普勒频移为 10 Hz。导频采用相移正交导频序列。每根发送天线发送 5 000 个 OFDM 符号。

图 1~图 4 的仿真实验在单个 OFDM 符号下进行,除图 3 和图 4,仿真实验均选择 2×4 通信系统,图 1 给出 MAP 算法分别在 0 dB、5 dB 和 10 dB 三种信噪比下 MSE 随迭代次数的变化曲线。凭借合适的信道估计初始值,MAP 算法将在 5 次迭代达到收敛。图 2 给出 LS、EM 和 MAP 三种算法在不同信噪比下 MSE 性能对比图。如图 2 所示,MAP 算法的性能在低信噪比下明显优于 LS 和 EM 算法。除 LS 算法外,EM 算法和 MAP 算法将在高信噪比下达到收敛。图 3 和图 4 给出了三种算法在信噪比为 0 dB 时 MSE 随不同发送和接收天线数变化的曲线,如图可知,当 $N_t \leq N_r$ 时,MAP 算法始终优于 LS 算法和 EM 算法。

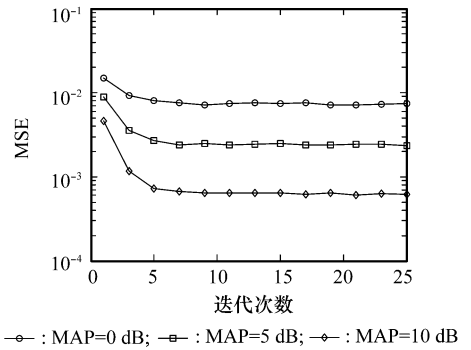


图 1 MSE 随迭代次数变化曲线

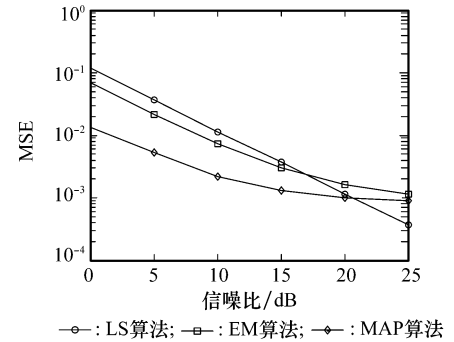


图 2 MSE 随信噪比变化曲线

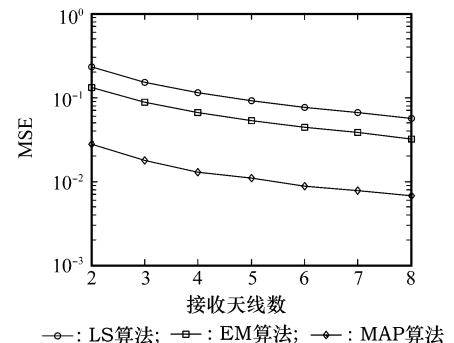


图 3 MSE 随接收天线数变化曲线 ($N_t=2 < N_r$, 信噪比为 0 dB)

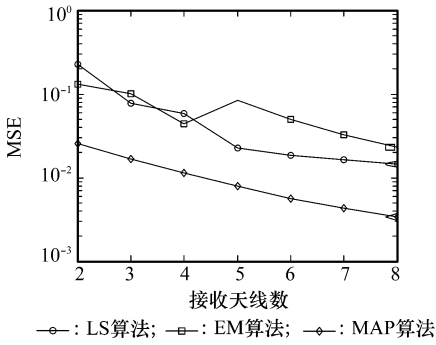


图 4 MSE 随接收天线数变化曲线 ($N_t = N_r$, 信噪比为 0 dB)

图 5 给出了 LS 算法和 MAP 算法分别在三种 G 值下 MSE 性能随信噪比变化的曲线。对于 MAP 算法, 当 $N_t=2, G$ 分别取 1、2 和 4 时, 由表 1 可知, OFDM 符号内所需导频子载波分别为 16、8 和 4, 并且 MSE 随着导频数的减小而增大。然而, 对于 LS 算法, 当 OFDM 符号内的导频子载波数目不能够满足 $P \gg 2^{\lceil \log_2(LN_t) \rceil}$ 时, LS 算法的 MSE 性能将得到明显的下降。可见, MAP 算法在多个 OFDM 符号的联合估计下, 数据传输效率和估计性能都随着 G 值的增加而增加。

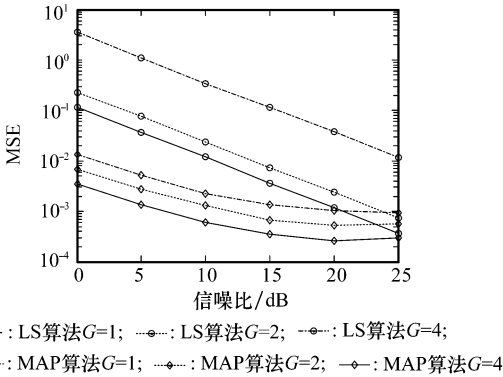


图 5 MSE 随不同 G 值变化曲线

6 结束语

本文设计了一种基于 EM 的 MAP 信道估计算法, 采用 EM 算法把多维估计问题转化为低维问题, 降低了 MAP

算法的计算复杂度, 并利用多个 OFDM 符号进行联合信道估计, 提高了算法的估计性能及 OFDM 符号的数据传输效率。仿真实验表明, 本文介绍的算法具有较低的计算复杂度、较高的数据传输效率和良好的信道估计性能。

参考文献:

- [1] Foschini G J, Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas[J]. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 1998, 6(3):311 - 335.
- [2] Cimini L J. Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing [J]. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 1985, 33(7):665 - 675.
- [3] 王晗, 汪晋宽. OFDM 系统 LS 信道估计中的最优导频设计[J]. *东北大学学报: 自然科学版*, 2008, 29(5):673 - 676.
- [4] 刘海员, 孙建成, 龚政委. 基于导频的 OFDM 信道估计小波核 SVM 算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(8):1249 - 1253. (Liu Haiyuan, Sun Jiancheng, Gong Zhengwei. Based on pilot wavelet kernel recursive least square vector machine OFDM channel estimation algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(8):1249 - 1253.)
- [5] 侯伟昆, 叶梧, 冯穗力. 接收分集 OFDM 通信系统的盲信道估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(11):2087 - 2090. (Hou Weikun, Ye Wu, Feng Suli. Blind channel estimation for OFDM systems with receive diversity[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(11):2087 - 2090.)
- [6] Barhum I, Leus G, Moonen M. Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2003, 51(6):1615 - 1624.
- [7] Xie Y, Georgiades C N. Two EM-type channel estimation algorithm for OFDM with transmitter diversity[J]. *IEEE Trans. on Communications*, 2003, 51(10):106 - 115.
- [8] Gao J, Liu H. Low-complexity map channel estimation for mobile MIMO-OFDM systems[J]. *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 2008, 7(3):774 - 780.
- [9] Huang L, Ho C K, Bergmans J W M, et al. Pilot-aided angle-domain channel estimation techniques for MIMO-OFDM systems[J]. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2008, 57(2):906 - 920.
- [10] Deng X, Haimovich A M, Garcia-Frias J. Decision directed iterative channel estimation for MIMO systems[C]// *Proc. of IEEE International Conference on Communications*, 2003, 4: 2326 - 2329.